

VU Research Portal

De wijsbegeerte der wiskunde van theïstisch standpunt

Vollenhoven, D.H.T.

1918

document version

Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in VU Research Portal](#)

citation for published version (APA)

Vollenhoven, D. H. T. (1918). *De wijsbegeerte der wiskunde van theïstisch standpunt*. Van Soest.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

E-mail address:

vuresearchportal.ub@vu.nl

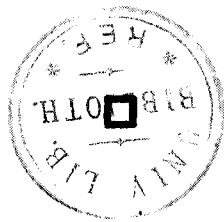
DE WIJSBEGEERTE DER WISKUNDE
VAN THEÏSTISCH STANDPUNT

VRIJE UNIVERSITEIT TE AMSTERDAM

**DE WIJSBEGEERTE DER WISKUNDE
✧ VAN THEÏSTISCH STANDPUNT ✧**

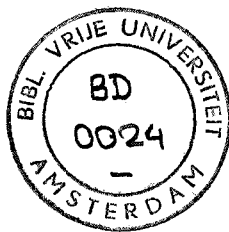
ACADEMISCH PROEFSCHRIFT
TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIJSBEGEERTE,
OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS
DR. F. W. GROSHEIDE, HOOGLEERAAR IN
DE FACULTEIT DER GODGELEERDHEID,
IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN OP
VRIJDAG 27 SEPTEMBER 1918,
DES NAMIDDAGS TE 2½ UUR, IN HET GE-
BOUW DER MAATSCHAPPIJ VOOR DEN
WERKENDEN STAND, KLOVENIERSBURG-
WAL, AMSTERDAM, DOOR

DIRK HENDRIK THEODOOR VOLLENHOVEN,
GEBOREN TE AMSTERDAM.



WED. G. VAN SOEST — AMSTERDAM

1918



AAN DE NAGEDACHTENIS
MIJNER OUDERS.

Allereerst past me, aan 't eind van m'n academische studiën gekomen, innigen dank te betuigen aan m'n God voor al wat Hij was en gaf. Hij sterkte de lichamelijke kracht en deed, ondanks 't gevaar dat de hoogmoed der wijsbegeerte buiten Christus zoo vaak voor het rustig vertrouwen des geloofs opleverde, me toch dat geloof behouden.

Dat Hij 't niet alleen licht, maar ook veelszins donker maakte in m'n leven — reeds het feit, dat in de opdracht van een nagedachtenis moest gesproken, getuigt ervan. Maar ook hier voegt een woord, zij het ook een weemoedig, van dank. Want dezer dagen gaat in vervulling de wensch van een vrome Moeder, me, hoewel zorgende hulp ook nadien niet ontbrak, toch al te vroeg ontvallen, wier stil gebed 't was, dat 'k later het ambt mocht bekleeden, hetwelk 'k binnenkort hoop te aanvaarden, en dat 'k me daartoe uitsluitend zou voorbereiden aan deze Universiteit. En niet minder die van een zorgvollen Vader, die zelf nog deel nam aan de voorbereiding van het verschijnen dezer studie, maar dezen dag niet meer mocht beleven.

U, Hooggeleerden Dr. G. H. J. W. J. Geesink, hooggeachte Promotor, mijn hartelijken dank behalve voor Uwe door hare frischheid vaak verkwikkende colleges, ook voor de bijzondere welwillendheid, welke me een spoedig afwerken mogelijk maakte. En meer in het bijzonder ook daarvoor, dat ge me toestondt op een onderwerp te promoveeren, dat niet behoort tot het grensgebied van theologie en filosofie, waarop gij U zoo gaarne beweegt.

U, Hooggeleerden Dr. R. H. Woltjer blijf ik erkentelijk voor de vriendelijkheid me steeds bewezen; het is me een behoefte, U te verzekeren, hoe zeer 't me leed doet, dat wijlen Uw hooggeachte Vader, Prof. Dr. J. Woltjer, deze plechtigheid niet meer kan bijwonen, te meer daar hij nu reeds vele jaren in mijn studie en nog kort voor zijn verscheiden speciaal ook in het thema van deze dissertatie voortdurend zijn warme belangstelling toonde en zoo tot grooten zedelijken steun was.

U Hooggeleerden dezer Universiteit, met name die der Theologische en Litterarische Faculteiten, dank 'k voor al wat ge, met den ontslapen Sillevius Smitt, zoowel door Uw onderwijs als door Uw persoonlijkheid, in advies en hulp beide, waart.

En ten slotte maak 'k dankbaar melding van de besprekingen met Prof. Dr. H. Bavinck, Dr. F. J. J. Buytendijk, en Prof. Dr. Ph. Kohnstamm gehouden en de technische hulp me aanvankelijk door Prof. Dr. L. E. J. Brouwer verleend. Zij, allen geheel verpand aan de wetenschap, zullen het, naar 'ik hoop, me niet euvel duiden, dat 'k hier en daar op dit voor theisten nog grootendeels maagdelijk terrein een eigen pad zocht, en inzonderheid bij het schrijven van de critische paragraaph over het pseudo-intuitionisme van den laatste steeds bedacht was op 't zoeken van waarheid meer dan van overeenstemming.

I N H O U D.

INLEIDING	blz. 1— 5
---------------------	--------------

De tegenstelling van oude en nieuwe mathesis, 1.
— Het probleem tweeledig: verhouding van wiskunde tot logica en physica, 2. — De drie hoofdrichtingen, 3.
— Methode en indeeling, 4.

H O O F D S T U K I.

HET CONSTRUEEREND DEEL	6—19
----------------------------------	------

§ 1. Aprioristische constructie der mogelijke oplossingen van de voornaamste problemen.	6—19
---	------

Litteratuur. Apodicticiteit en algemeene toepasselijkheid der wiskunde, 6. — De vier hoofdvragen, 7. — 't Monisme herleidt deductie en inductie tot een van beide en splitst zich in empirisme en formalisme, 8. — 't Dualisme verbindt deductie en inductie in de synthese apriori, 9. — Wiskunde en empirie bij monisme, 10. — en dualisme, 11. — De vraag naar genetischen oorsprong en transcendentalen grond bij de normen, 12. — De behoefte aan Goddelijke normen voor het dualisme, 13. — Inhoud der intuïtie, 14. — 't Principium identitatis en 't getal, 15. — Tijd en tijdsmaatstaf (v o n B a e r), 16. — De ruimte in 't monisme, 17. — en in 't dualisme, 18. — dat ruimte en tijd niet op 't zelfde plan stelt, 19.

HOOFDSTUK II.

HET HISTORISCH DEEL	20—138
-------------------------------	--------

§ 2. Het Empirisme	20— 31
------------------------------	--------

Litteratuur, 20. — Terminologie, 21. — Democritus, 22. — Epicurus, 23. — Gassendi, Bacon en Locke, 24. — d'Alembert en Comte, 25. — Mill's theorie, 26. — Critiek: aangaande de begrippen, 27. — en de oordeelen in de mathesis, 28. — Conclusie, 30.

§ 3. Het Formalisme.	31— 71
------------------------------	--------

Litteratuur, 31. — Terminologie, 32. — Pythagoreeërs, 33. — Heraclitus en de Eleaten, 34. — Zeno, 36. — Zijn vier argumenten tegen de realiteit der beweging, 37. — herleid tot twee, 38. — Het probleem, 39. — en zijn toelaatbaarheid, 41. — Sophisten en Stoa, 42. — Indiërs, 44. — Arabieren, 46. — Scholastiek, 47. — Lullus en Toletus, 48. — Hobbes, 49. — Spinoza, 50. — Malebranche, 53. — Berkeley, 55. — Leibniz in 1663, 58. — van 1664 tot '67, 59. — van 1668 tot '69, 60. — van 1670 tot '71, 62. — van 1672 tot '84, 63. — van 1686 tot '95, 67. — na 1695, 68. — Hume, 69. — Kant tegenover Hume, 70. — Conclusie, 71.

§ 4. Het Intuitionisme	71—138
----------------------------------	--------

Litteratuur, 71. — De intuïtie in 't algemeen, 72. — in kunst en religie, 73. — en in de wiskunde. Socrates, 74. — Plato, 75. — De Phaedo en de Politeia, 76. — de Parmenides en een plaats in den Timaeus, 78. — de verklaring van deze, 79. — Waardeering van het Platonisme, 82. — Zijn invloed op de methode, 83. — De beginselen der logica bij Aristoteles, 84. — De subsumptiologica, 85. — De analyse van het oneindigheidsbegrip, 86. — De schijnbare contradictie tusschen deze en de logica, 87. — Euclides en 't karakter der Grieksche geometrie, 88. — Augustinus, 89. — Neoplatonische en theistische tendenzen bij hem in strijd met elkander, 90. — Middeleeuwen: Thomisten en Victorinen, 91. — Renaissance, 92. — Galilei, 93. —

Descartes, 94. — Zijn analytische geometrie, 95. — en haar verband met zijn stelsel, 96. — Waarom ze beide onder dezelfde critiek vallen, 98. — „Intuition” en „imagination”, 99. — Conclusie, 100 — P a s c a l, 102; — en de infinitesimaalrekening, 103. — Leibniz, 105. — Newton's fluentenmethode, 106. — zijn „positivisme”, 108. — Leibniz en Newton, 109. — Diens invloed op Kant, 110. — in 1746, 111. — in 1755, 112. — van 1755 tot '62, 113. — in 1763, 114. — in 1764, 115. — van 1764 tot '66, 116. — van 1766 tot '70, 117. — van 1770 tot '81, 118. — De critiek van Couturat, 119. — en toetsing van diens eerste, 120. — tweede, 121. — en derde argument, 123. — De vier argumenten voor de opvatting van ruimte en tijd als aanschouwingsvormen in de Transcendentale Aesthetik, 125. — Het tweede argument aangaande de ruimte, 126. — en aangaande den tijd, 127. — Het vierde argument, 128. — en de critiek op het phaenomenalisme, 130. — Absolute ruimte als limiet, 131. — De Transcendentale Analytik, 132. — De Transcendentale Dialektik, 133. — De antinomieën en de onderscheiding van meetbaren en beleefden tijd, 134. — De parallelie van Aesthetik en Analytik, 135. — Conclusie, 137.

H O O F D S T U K I I I.

HET REFEREEREND DEEL 139—199

§ 5. De niet-euclidische geometrieën 140—147

Litteratuur, 140. — Geschiedenis, 141. — Lobatschewskij, 142; — en Riemann, 143. — Projectieve geometrie, 144. — Analysis situs, 145. — Feit en verklaring, 146. — Conclusie, 147. —

§ 6. De relatielógica 147—159

Litteratuur, 147. — Critiek op de abstractietheorie, 148. — De conversie bij Aristoteles en de quantificering van het praedicaat, 149. — bij Bentham en Hamilton, 150. — Het verband van deze theorie met Hamilton's wijsbegeerte, 151. — Baynes en de Morgan, 152. — Boole en Jevons,

153. — Resultaat en verklaring: *a.* de relatieloga als logica van relaties, 154. — *b.* haar vorm, 155. — *c.* haar generaliseering, 157. — en de onhoudbaarheid der laatste. 158. — Conclusie, 159.

§ 7. De „Gegenstandstheorie” 159—175

Litteratuur, 159. — Kant en Lotze, 160. — Sigwart en Meinong, 161. — De begrippen „Gegenstand” en inhoud, 162. — Voorstelling, begrip en oordeel, 163. — Annahme en onmogelijke Gegenstände, 164. — Dualisme, 165. — De verbinding van Gegenstandstheorie en metaphysica: object en objectief, 166. — Gegenstände van hooger orde, 167. — 't Principe der partieele coïncidentie, 168. — Bepaalde en onbepaalde inferiora, 169. — Hoogere Gegenstände en innerlijke waarneming, 170. — Tijdsvoorstelling, 171. — De herinnering en het positivisme, 172. — Waardeering, 173. Critiek: evidentie of norm? 174. — Conclusie, 175.

§ 8 De herleving der leer van de actueele oneindigheid. . 175—188

Litteratuur, 175. — Tweeërlei zin van het oneindige in de mathesis, 176. — Cantor's machtigheidsbegrip, 177. — De eerste en tweede getalklasse, 178. — De welgeordende Menge, 179. — De hoogere getalklassen en het continu, 180. — Bestaat de tweede getalklasse? 181. — Spinozisme in de moderne wiskunde, 182. — Pantheistische getallen-mystiek, 183. — Kentheoretisch parallelisme, 184. — „Vrije” mathesis, 185. — ISENKRAHE, 186. — 't Gegevene en 't construeerbare, 187. — Conclusie, 188.

§ 9. De arithmetiseering der geometrie 189—199

Litteratuur en geschiedenis, 189. — Poncelet, 190. — Symboliseering van variatie en transformatie, 191. — De quaternionen van Hamilton en de bi-quaternionen van Clifford, 192. — De triquaternionen van Combebiac. Aansluiting aan de analysis situs, 193. — Feit en verklaring, 194. — Dedekind, 195. — zijn „verklaring” van het continu, 196. — zijn naief realisme, 197. — critiek op zijn „snede”-begrip, 198. — Conclusie, 199.

HOOFDSTUK IV.

HET CRITISCH DEEL	200—402
A. HET EMPIRISME.	200—210
§ 10. Het nieuwere empirisme	200—210
<p>Litteratuur, 200. — Nieuwe probleemstelling; Gauss en Lobatchefskij, 201. — Riemann, 202. — Synthetisch, ook aposteriori? 203. — Pasch, 204. — Het empirisme en de deductie, 205. — Het doel van het bewijs, 206. — De invoering van het irrationeele getal, 208. — Het empirisme en de nieuwe problemen, 209. — Conclusie, 210.</p>	
B. HET FORMALISME.	211—338
§ 11. Het nieuwere formalisme	211—231
<p>Litteratuur, 211. — Het idealisme na Kant, 212. — en de critiek daarop: Fries en Darwin, 213. — H. v. Helmholtz, 214. — van 1838 tot '62, 215. — in 1868, 216. — in 1870, 217. — na 1871, 218. — Transcendentaal of psychologisch, 220. — Zimmermann en Schröder, 221. — Nog eens Cantor, 222. — De arithmetiek, 223. — Functie of subsumptie, 224. — Frege, 225. — Functie en klasse, 226. — Logistiek en Marburger school, 228. — Methode en object, 229. — De geometrie; formalisme en pragmatisme, 230. — Conclusie, 231.</p>	
§ 12. G. Mannoury	232—240
<p>Litteratuur, 232. — Hij erkent de mathematische zekerheid niet als eigensoortig, 233. — De logistiek als methode gebruikt, 234. — De definitie van de hoogere getalklassen door belegging, 235. — De geometrie, 236. — Sceptis en pragmatisme, 237. — Christendom en Boeddhisme, 238. — Critiek, 239. — Conclusie, 240.</p>	
§ 13. B. A. W. Russell	241—338
<p>Litteratuur, 241. — De historische methode in deze § gevolgd, 243. — Ervaring van noodwendigheid en noodwendigheid op grond van ervaring, 244. — Cri- tiek op Cantor, 245. — en op Couturat, 246. — Quantiteit en getal, 247. — De Foundations, 248. —</p>	

De critiek op Kant, 249. — die op Lotze, 250. — en waardeering van deze critiek, 256. — Het standpunt in de „Foundations”, 257. — Analogie met Leibniz, 258. — Couturat's critiek, 259. — Russell's antwoord daarop, 260. — en de gebreken daarin, 261. — Critiek van Poincaré, 262. — Russell's misverstand dienaangaande, 264. — door Poincaré opgehelderd, 265. — Russell's bezwaren, 266. — Zijn studie over Leibniz, 267. — Critiek op de methode, 268. — en de foutieve conclusie van dit werk aangaande Leibniz' ruimte-, 269. — en continuïteitsleer, 270. — Metaphysica en kenleer, 271. — Nog eens: Leibniz vóór en na 1695, 272. — Russell's overgang tot het formalisme, 277. — Zijn standpunt van 1900 tot '02, 278. — Verzoening met Cantor door de universele relatieloga, 279. — Gewijzigde critiek op Lotze, 280. — Analyse van de Principles, 289. — Critiek op Meinong, 306. — op MacColl, 307. — en op Brouwer, 309. — De vermindering van in de logistiek opgemerkte contradicties, 310. — door de „zigzag” en de „soortbegrenzings-theorie”, 311. — vooral door de „no-class-theory”, 312. — en de bezwaren tegen het nominalisme in deze, 313. — Het dilemma: de logistiek onhoudbaar of de logica feilbaar, 314. — Het pseudo-realisme, 315. — Zijn critiek op 't monisme heeft slechts op het Heraclitisch monisme betrekking, 316. — Het transcendent bestaan van 't „valsche” object, 318. — De eenheid in het oordeel, 319. — Russell's critiek op 't pragmatisme, 320. — Ware en valsche oneindigheid, 321. — Het principieel van den vicieuze cirkel en de typenlogica, 322. — De strijd met Bradley, 323. — Methode of object, 325. — De verhouding van de pseudo-universalia tot de realia, 326. — Critiek op Bergson en anticritiek, 327. — De sense-data, 328. — Acquaintance en description, 329. — De waarnemingsmogelijkheid in 't positivisme, 330. — Herinneren en herbeleven, 331. — Het systeem der pseudo-universalia = relatieloga, 332. — Solipsisme en naïef realisme, 333. — De persoonlijke perspectiva en de ruimte, 335. — Van Zeno tot Heraclitus, 336. — Russell's verzoening met het pragmatisme, 337. — Russell en Mannoury. Het monisme in de wetenschap. Conclusie, 338.

	blz.
C. HET INTUITIONISME	339—402
§ 14. Het nieuwere intuitionisme	339—351
<p>Litteratuur, 339. — De gerezen moeilijkheden en de tweeërlei onhoudbare verdediging van het ongewijzigd Kantianisme, 340. — De eerste methode; B o l z a n o, 341. — Critiek op deze, 342. — De tweede methode; L o t z e, 343. — De ontwikkeling in zijn successieeler, 344. — Haar belang voor 't theïsme, 346. — Critiek op L o t z e, 347. — en waardeering. 348. — B e r g s o n, 349. — Concrete, practische, analytische, 350. — en metaphysische intuïtie. Conclusie, 351.</p>	
§ 15. Henri Poincaré	352—384
<p>Litteratuur. Methode der <i>uiteenzetting</i>, 352. — De geometrie synthetisch, 353. — noch aposteriori, noch apriori, 354. — en daarom conventioneel, 355. — Physisch en geometrisch continu, 356. — De ruimte der voorstelling en die der geometrie, 357. — De relativiteit der geometrische ruimte, 358. — Stand- en vormverandering bij beweging, 359. — Methodiek van 't onderwijs in de mathesis, 360. — Noodwendigheid der arithmetische intuïtie, 361. — De strijd tegen de logistiek, 362. — Arithmetiseering der geometrie, 366. — Idealisme en realisme, 367.</p> <p><i>Critiek</i>, 370. — M I L H A U D's critiek onjuist, 371. — Eenzijdigheid van P o i n c a r é's begrip: synthetisch-apriori, 372. — Tweeërlei „conventie”, 373. — Darwinistische hypothese en logische onderscheiding, 375. — De Gegenstandstheorie en de aprioriteit der driedimensionale ruimte, 377. — Het beleven van successie als oerintuïtie, 378. — Theïstisch intuitionisme en idealisme gaan uiteen, 380. — De physica en de oorsprong van het continubegrip, 383. — Conclusie, 384.</p>	
§ 16. L. E. J. Brouwer	385—402
<p>Litteratuur, 385. — De bouw der wiskunde, 386. — Wiskunde en ervaring, 387. — De verandering in hetzelfde, 388. — Wiskunde en physica, 389. — B r o u w e r's nominalistisch substantiebegrip, 390. — Objectiviteit en aprioriteit, 391. — Inhoud der intuïtie, 392. — De Euclidische ruimte objectief, niet apriori, 393. — De vergelijking van deze gedachte met de hier gewonnen</p>	

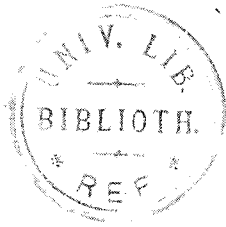
resultaten, 394. — Critiek op *Brouwer's* leer van het zelfbewustzijn, 395. — op zijn mysticisme, 396. — en op zijn waardeering der geometrie, 397. — Wiskunde onafhankelijk van logica ? 399. — Critiek : Principium identitatis : arithmetiek van eerste = principium contradictionis : arithmetiek van tweede orde, 400. — Conclusie, 402.

HOOFDSTUK V.

HET THETISCH DEEL 403—444

§ 17. Conclusions 403—444

Resumptie, 403. — Concrete, analytische en metaphysische intuïtie, 404. — De limitatieregels tegen het naïef realisme, 405. — en 't monisme, 406. — Het pluralisme niet uit de logische normen af te leiden, 407. — maar 't eenige stelsel dat niet met deze strijdt, 408. — Harmonie, niet parallelie, 409. — Normen en idealen, 410. — „Onmogelijke Gegenstände”, 411. — Begrip en begripsrepresentant, 412. — De voltooide oneindigheid, 413. — De realiteit der successie, 414. — Aan 't rangtelwoord komt niet logische prioriteit toe boven het hoofdtelwoord, 415. — noch aan het laatste boven het eerste; deze twee zijn correlatieve begrippen, 416. — De aprioriteit der arithmetiek van hooger graad dan die der geometrie, 417. — Ruimte niet een ding, 418. — noch relatie in 't gegevene, 419. — maar een kenrelatie, 420. — Ruimtelijke ordening van 't op zichzelf onruimtelijke, 421. — Locaaltekenstheorie, 422. — De voorkeur voor de euclidisch-driedimensionale constructie, 423. — De hypothese *Helmholtz-Riehl*, 424. — *Cohn's* „überschieszende Teile des Suffizienten”, 425. — Absolute en relatieve ruimte, 426. — Resumé: zelfbewustzijn, 427. — Arithmetiek van eerste en tweede orde, 428. — De onderstellingen der eerste, 429. — die der tweede en die der geometrie, 433. — Die der kinematica, 434. — Wiskunde en physica, 435. — Er bestaan noch zuiver analytische noch zuiver synthetische (aposteriori) oordeelen, 436. — *Mathesis* ideaal, niet voorbeeld der physica, 437. — *Augustinus*, *Descartes*, *Kant*; metaphysische en mathematische intuïtie, 438. — Intuitionisme en mystiek, 442. — Conclusie, 444.



INLEIDING.

Wanneer men de tegenwoordige encyclopaedische geschriften op mathematisch gebied raadpleegt, zal reeds bij oppervlakkige kennismaking met inhoud en indeeling het verschil met vroegere werken duidelijk waarneembaar zijn. De *inhoud* is belangrijk uitgedijd, doordat niet alleen aan consequenties der oude theorieën, zooals we die vinden in de complexe getallen en de niet-euclidische geometrieën, een plaats werd ingeruimd, maar ook aan nieuwe fragmenten, die niet uit de oude terstond zijn af te leiden, zooals de universeel opgevatte relatiologica en de leer der transfiniete getallen. Maar ook de *vorm* verschilt vaak zóó zeer, dat sommige werken niet te lezen zijn met kennis van welke taal ook, tenzij men zich eerst de moeite getroost de symbolische logica te bestudeeren en dan zich technisch oefent hare teekens, bij de verschillende schrijvers nog buitendien zeer uiteenlopend, te gebruiken, zoodat men aan een bladzijde die niet anders bevat dan de letters x en y benevens een menigte horizontale en verticale lijnen van zeer uiteenlopende lengte, althans een gedachte kan ontworstelen.

Reeds lang hield mij de vraag bezig, wat op theïstisch standpunt de houding moest zijn tegenover deze noviteiten en eerst langzamerhand leerde ik haar blijvenden *inhoud* verstaan, eerste vereischte om de filosofische

waarde der verschillende *theorieën* te doorzien. Dat ik besloot aan dit onderwerp mijn proefschrift te wijden grondde zich op de overweging der mogelijkheid dat de tijd er aan besteed, niet geheel zonder nut zou kunnen zijn voor hen die Christen-zijn en denken vereenigbaar achten. En dit te meer, wijl de positie, ingenomen in het oneindigheidsprobleem, onder die der mathesis wel het belangrijkste, niet slechts het standpunt in den strijd over de mogelijkheid der metaphysica bepaalt, maar ook van beslissende beteekenis is voor elk die in het theïsme, gedefinieerd als de wijsbegeerte die God wil dat we hebben zullen, het ideaal ziet, waarnaar we behooren te streven.

Het belang ontleent dit onderwerp, evenals elk ander in de wijsbegeerte, aan waarde-, grens- en verhoudingsvragen tusschen de onderscheiden wetenschappen onderling. Zonder eenigszins vooruit te loopen op de probleemstelling van later, is evident dat de wiskundegroep vooral de verwondering, het oersymptoom der wijsgeerige bezinning, moest gaande maken door hare streng-logische structuur en hare algemeen-doorgaande toepasselijkheid op het terrein der physica. Zoo waren de hoofdvragen vanzelf gesteld: welke is de verhouding van de mathesis tot de logica en welke die tot de physica?

Vermoedt men hier twee geheel verschillende relaties op het spoor te zijn, dan blijkt daaruit, dat men reeds een principiële onderscheiding ziet tusschen geestes- en natuurwetenschappen, tusschen denkregel en natuurwet, tusschen norm en feit.

Meent men echter met hetzelfde antwoord op beide vragen te kunnen volstaan, dan veroordeelt men in beginsel reeds al deze tegenstellingen. Men kan daarbij dan weer

twee richtingen uit: de verhouding van de wiskunde tot de logica is een onderdeel van hare betrekking tot de physica, de geest behoort tot den stof, dan wel: de physica is slechts een onderdeel der geesteswetenschappen: er is niets anders dan geest.

Zoo verkrijgen de termen dualisme en monisme direct beteekenis voor deze studie¹⁾. De onderdeelen van het monisme benoemen we dan als materialisme en psychomonisme. Christelijke wijsbegeerte is, wyl normatief, en dus zedelijke vrijheid onderscheidend van natuurnoodwendigheid, dualistisch.

De consequentie van het materialistisch monisme voor de wiskunde noemen we *empirisme*, die van het psychomonisme *formalisme*, die van het dualisme *intuitionisme*. Dat deze nomenclatuur niet willekeurig is, moet natuurlijk nog nader aangetoond, m.a.w. 't bewijs te leveren voor de stelling dat genoemde drie richtingen in de mathesis direct uitloopers zijn van de drie gekenschetste richtingen in de metaphysica is o.a. 't doel van dit werk, waarbij de *historie* hare steeds te waardeeren leiding zal moeten verleen. Toch zal de geschiedenis niet hoofdzaak mogen zijn: 't is ons om den tegenwoordigen stand der quaesties te doen: en dan is 't ideaal dat bleef wenken niet een objectieve deduceering uit de wijsgeerige praemissen der drie richtingen, maar ook een *critiek* op de monistische mathesis en een critisch-thetische behandeling van het intuitionisme. Daarbij meende ik, me dicht aansluitende bij de over dit onderwerp verschenen litteratuur, de grootere be-

¹⁾ Waar dus gesproken wordt van dualisme is *steeds* bedoeld de richting die stof en geest *qualitatief* onderscheidt; 't *monisme* loochent elk qualitatief verschil.

langrijkheid die de vraag naar de verhouding van wiskunde en logica in het tegenwoordig stadium van het debat verkreeg boven het vraagstuk van de relatie tusschen wiskunde en physica ook in de behandeling te moeten doen uitkomen.

Ondertusschen verhieven zich allerlei bezwaren uit 't oogpunt van methodiek. In verband daarmee een enkel woord, in zekeren zin een oratio pro domo voor de gekozen indeeling.

De drie richtingen in één hoofdstuk met een historische inleiding te behandelen ging niet, niet zoozeer omdat dan de geschiedenis zelf in drieën werd gesplitst, tegen welk na-deel het voordeel van een historisch-zien-groeien van de hoofdtegenstellingen rijkelijk zou opwegen, maar wel, wijl dan de uiteenzetting van de oplossing die een denker van dezen tijd en behoorend tot de eerste of tweede richting aan de hand deed, gefundeerd zou zijn op de volkomen kennis van den nieuwen *inhoud*, die echter ten deele door de nog niet behandelde denkers zouden zijn ontdekt, wat tot onduidelijkheid of doublures zou leiden. Een geschiedenis der vakwetenschap te geven lag niet in het plan, en dus moest het historisch deel, in drieën gesplitst naar de leidende gezichtspunten van empirisme etc., geheel worden afgehandeld voordat tot de critiek, die zich op hare beurt ook weer in drieën splitst, en de thetische uiteenzetting kon worden overgegaan.

Ook zoo bleef nog het bezwaar drukken, dat de *aanwinsten* die de mathesis in den loop der vorige eeuw verrijkten, niet bijeen maar hier en daar zouden worden aangestipt, en dan wellicht terloops bij een critiek op een hypo-

these ter harer verklaring door 't monisme gegeven. Zoo zou b.v. de nieuwe relatieloga voor 't eerst bij 't formalisme worden besproken, maar in de critiek op het relativistisch standpunt hare groote beteekenis niet genoeg uitkomen.

Om al deze redenen scheen het me 't voordeeligst na een *inleidend* hoofdstuk over de noodwendigheid der oplossingen, het *tweede*, dat de geschiedenis in drie paragrafen behandelt, niet verder te doen gaan dan tot het midden der vorige eeuw. Een *derde* hoofdstuk bespreekt de aanwinsten, alle bijeen, terwijl het *vierde* zich de toetsing der oplossing van de nieuwe problemen, door de drie hoofdrichtingen geboden, ziet aangewezen, en de conclusies in het *vijfde* zijn saamgevat.

HOOFDSTUK I.

HET CONSTRUEEREND DEEL.

§ 1. Aprioristische constructie der mogelijke oplossingen van de voornaamste problemen.

G. HEYMANS¹⁾, Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens,³ 1915. — W. JERUSALEM, Der kritische Idealismus und die reine Logik, 1905. — KANT's gesammelte Schriften, herausgegeben von der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, A, Werke, Kritik der reinen Vernunft, IV, 1903. — W. KOPPELMANN, Untersuchungen zur Logik der Gegenwart, I, 1913, II, 1918. — C. SIGWART, Logik⁴ (ed. H. Maier), 1911.

De hoofdproblemen die rijzen wanneer men zich bezint op de beginselen en de beteekenis der wiskunde en die we als de grensvragen van wiskunde en logica eenerzijds en wiskunde en physica anderzijds aanduiden, laten zich kort samenvatten in de woorden apodicticiteit (noodwendigheid) en algemeene toepasselijkheid. De zuivere mathesis laat zich zoo onderscheiden van de toegepaste. Daar we ons hier zooveel mogelijk beperken tot de eerste, zal in dit werk de vraag naar de apodicticiteitsgronden de voornaamste blijven. Definieert men nu de twee weten-

¹⁾ De litteratuuropgave bij elke § bevat alleen die werken en artikelen die bij 't schrijven voortdurend van invloed waren. Die welke slechts voor een bepaalde quaestie werden geraadpleegd, vindt men hier niet vermeld, maar slechts in een noot ad locum.

schappen die men gemeenlijk als de zuivere mathesis samenvat, nl. arithmetiek en geometrie, voorloopig respectievelijk als de wetenschap van het getal en de ruimte-grootte, dan blijken reeds dadelijk vier problemen hier de aandacht te vragen.

Het eerste is dat van de noodwendigheid. Bij bezinning stelt men hier de vraag: welk is het verband tusschen *wiskunde* en *logica*, die praetendeert dezelfde eigenschappen te bezitten? 1

Het tweede betreft de algemeengeldigheid: hoe is het te verklaren, dat de wiskundige berekening „uitkomt”? 2

De derde vraag is: Wat is het *getal*? Daar sommigen hier in de definitie van getal *den tijd* onmisbaar achten moet ook deze hier besproken. 3

De vierde vraag luidt: Wat is de ruimtelijke grootte, en indien men deze niet reeds daarmee identificeert: Wat is de *ruimte*? 4

Oudtijds werd de zekerheid der wiskunde tegenover de onzekerheid der natuurkunde aangeduid door een streng verschil in methode, dat ieder bij den eersten oogopslag moet treffen. De mathesis leidde deductief hare stellingen af uit axiomas en definities, de physica inductief hare wetten uit definities en feiten. 1

Het denken stelt hier nu de vraag: zijn beide methoden in den grond verschillend, of laten ze zich wellicht uit een gemeenschappelijken oorsprong verklaren?

't *Monisme* moet hier ook de eenheid zoeken van inductie en deductie, van synthetisch-aposteriori en analytisch. Deze eenheid kan voor 't monisme niet liggen in een synthetisch-apriori, want al spreken enkele monisten daar-

van — deze term beteekent voor hen slechts een gegeven iets, dat nader òf reeds uit 't *individueele* onbewuste, dan wel uit de ontwikkeling van de *menschheid* als som dezer individuen kan worden gekend en dan geanalyseerd in componenten die zelf 't karakter der synthese nog niet vertoonen; zoo tracht men de ruimte uit factoren te verklaren die zelf de idee der ruimte nog niet bevatten. En wijl de eenheid der synthese niet bestaat, moet ze gezocht in het schrappen van een der beide termen: de deductie wordt inductie, of de inductie deductie. Maar ook daarmee was men niet gereed: 't naturalisme vraagt, en volkomen terecht, naar den *oorsprong* van 't reine Denken, en wil men dan monist blijven, materialist of psychomonist, dan moet men wel om de wondere veelheid uit de eenheid te verklaren tot een of andere evolutieleer komen. Bij de evolutie keert evenwel, wanneer ze monistisch wordt gedacht, 't oude probleem: inductief of deductief, terug: 't bewustzijn met z'n apodictische zekerheid is een product van de fysisch-chemisch-verklaarbare hersenen, òf wel 't psychische is identiek met de geheele realiteit en niets verhindert ook voor dat psychische een groei aan te nemen van klein tot groot. 't Eerste heeft in de wiskunde geleid tot 't empirisme, 't andere tot 't formalisme. Beide beschouwen de wiskunde als *onmiddellijk één hetzij met de physica, hetzij met de logica*.

't *Empirisme* brengt beide, logica en wiskunde, terug tot de inductie.

't *Formalisme* correspondeert met 't psychomonisme: evolutie deed de psychophysische organisatie ontstaan, die nu in haar bewustzijns-inhoud de logische wetten als denk-wetten gegeven ziet en daaruit analytisch het getal afleidt,

dus deductief, maar niet normatief, wijl de psychophysische mensch eerst indertijd is ontstaan uit lagere, wel psychische maar niet bewuste wezens. Steunt 't empirisme dus ook hier op de physica en chemie, — 't formalisme is slechts de consequentie van de biologische psychologische ontwikkelingsgedachte.

't *Dualisme* verkrijgt hier niet de eenheid van inductie en deductie door schrapping van een der beide termen, maar door verbinding van beide. De inductie voert nooit boven het waarschijnlijke uit, de deductie vervalt tenzij ze uitgaat van een bepaalden inhoud in eindelooze tautologie. De analyse herhaalt slechts: $a = a$, 't synthetisch aposteriori geeft geen apodictische zekerheid. Toch bestaat deze in m'n besef en om dit besef als 'n *gewettigd* te verklaren moet ik de mogelijkheid aannemen van *synthetische oordeelen apriori*. Zullen deze dien naam waard zijn, d.w.z. niet te herleiden tot analytische of empirische oordeelen, dan moet hun zekerheid onmiddellijk zijn, intuïtief, waarom we dan ook deze richting als *intuitionisme* aanduiden. De eenheid van *logica en wiskunde* wordt hier dus *ontkend*, evenzeer als die van physica en wiskunde.

Uit deze verschillende verhouding tegenover de logica volgt nu reeds dadelijk de conclusie ten opzichte van de vraag naar de algemeengeldigheid en de exactheid der wiskunde bij haar toepassing op 't empirisch gebied. Voor 't *monisme* bestaat hier geen probleem. In principie zijn de wetten van de logica even sterk of even zwak als die der wiskunde: 't telkens *feitelijk* weer uitkomen bewees 't practische van de constantie der voorstellingen, waarop 't

principium identitatis is gegrond. 't *Empirisme* beschouwt dan nader de toepassing van de wiskundige wetten op allerlei gebied als een generalisatie, die zich van elke hypothetische toepassing van een gevonden regel op een gebied buiten 't terrein van de ontdekking slechts dáárdoor onderscheidt, dat de ervaring nog nooit eenige moeilijkheid bood. De tijd is objectief als kosmische arbeid, die zich in onze gecentraliseerde organisatie en ons bewustzijn voortzet en daar wordt onderscheiden in tijd en tijdsinhoud. 't *Formalisme* gaat ook hier meer psychisch te werk: Er zijn natuurwetten: de natuur is psychisch, wijl alles wat ik waarnam slechts bewustzijnsinhoud is; de wetten van 't feitelijk denken zijn dus ook natuurwetten. „Wir betrachten uns selbst auch als ein Stück Natur und glauben deshalb dasz die Gesetze, nach denen unser geistiges Leben sich entwickelt und regelt, auch Naturgesetze sind.”¹⁾ Ze zijn even noodwendig als elke natuurwet, d.w.z. men kan ze niet overtreden. Zoo ook de logische wet en de analytisch uit haar afgeleide arithmetische en geometrische stellingen. Stelt men nu de vraag, of deze natuurwet dan niet als wet een orde is die ons bewustzijn vond in 't *gegeven* denken en dus deze afleiding wel eens onjuist kon zijn, dan stuit men op 't moeilijke probleem van de verhouding die er bestaat tusschen wet en feit. Kan een feit ooit met een wet in botsing komen? 't *Formalisme* zegt hier „neen”. Zou er een feit zich voordoen, dat met de logische denkwet scheen te strijden, dan zou men een oorzaak moeten zoeken voor de afwijking, evenals men dat bij physische wetten doet: ook

¹⁾ JERUSALEM, a.w., pg. 102.

een wet der physica behoeft men nooit op te geven, daar men telkens door hulphypothesen de verschijnselen *dwingen* kan zich onder haar te laten subordineeren. Wanneer men haar eindelijk opgeeft is dat niet omdat er een andere wet gevonden werd die met de vorige streed, maar alleen wijl deze de suppositie makkelijker maakte. Waar en valsch beteekent oorspronkelijk niets dan nuttig en schadelijk in biologischen zin.¹⁾ De logica (inclusief de wiskunde) is in de allérhoogste mate nuttig gebleken, dus is ze ook waar (pragmatisme).

't *Dualisme* identificeerde de logica niet met de wiskunde, maar ook niet met de psychologie. Empirisch gevonden wetten van 't denken (b.v. van gedachtenassociaties) blijven empirische wetten, die mis kunnen tasten in de verklaring, en worden nooit normen. Logische en arithmetische fouten zijn mogelijk, juist wijl men een norm kan overtreden, een natuurwet, mits genoegzaam gepraeciiseerd, niet. Hiertegen pleit niet 't argument, dat men dengene die de logische norm overtreedt slechts attent heeft te maken op z'n fout, d.w.z. 't *bewustzijn* van de tegenstrijdigheid in voorstelling of terminologie heeft bij te brengen.²⁾ Inderdaad onderscheidt zich hierin de logische norm van de ethische: men kan bedoelend zondigen,³⁾ niet: bedoelend een *denkfout* begaan. Maar een algemeen erkende norm is nog niet een natuurwet: de *inhoud* der beide begrippen „norm” en „wet” blijft verschillen. Hierin staat 't dualisme sterk tegen het psychologisme. En

¹⁾ JERUSALEM, a.w., pg. 162.

²⁾ HEYMANS, a.w., pg. 77.

³⁾ 't Woord „bewust” werd hier vermeden, wijl dit zou kunnen beteekenen: in toestand van bewustzijn.

ook hierin, dat een *wet* der psychologie nooit *als zoodanig* de norm der logica kan *verklaren*, daar dit onderdeel der wetenschap zelf deze onderstelt.

Maar anderzijds kan men 't psychologisme niet het recht ontzeggen te vragen: „*Vanwaar de norm?*” Niet-consequente dualisten trachten telkens die vraag te vermijden. „Ze geldt”, zoo zegt men dan „a priori als *Bedingung* van alle wetenschap” en daarom acht men dan de vraag naar haar oorsprong waardeloos. Dit is echter onjuist. De vraag naar den oorsprong is nooit van waarde ontbloot en vooral niet voor de grondnorm der logica. Juist is de afwijzing van allen *empirischen* oorsprong, daar men zoo slechts psychologisch de *ontwikkeling* van het normbewustzijn kan verklaren, niet de *waarde* van zijn inhoud. Maar daarmede is 't dualisme toch niet gereed, en ook behoeft 't niet verlegen te staan: het vindt in de kennis zoowel een subjectief als objectief element.

Dat $a = a$ is, gaat nu niet alleen op voor ons denken, maar, schoon *denknorm*, komt deze waarheid uit in de „werkelijkheid”. Wil men nu niet de ongeoorloofde stap tot 't ontologisme wagen, dan moet deze „werkelijkheid” der wetenschap zelf reeds een synthese zijn van het gegevene, 't object, en subjectieve factoren; maar zoowel subject als object zouden zich niet tot deze synthese leenen indien deze niet naar den aard van beide was. Elke relatie onderstelt immers een praedicaat in beide termen, en dus een gelegd verband. Dat dit verband van zijn en denken parallel is, is onmogelijk: *parallelisme is nooit verband*. Dat geldt voor het parallelisme in de metaphysica, dat geldt niet minder voor het in Christelijke kringen nog vaak gehuldigd naïef realisme. 't Dualisme, wil

't consequent blijven en juist hier niet in een van beide vervallen, moet den moed hebben den grond van dit verband aan de *critische* metaphysica ten grondslag te leggen en zal dan komen niet tot 't deistisch begrip van den autonomen mensch, maar tot de theistische leer, dat dit verband gelegd *is en gehandhaafd wordt* door God. De mogelijkheid en zekerheid der wetenschap beide moet herleid tot *schepping* en *onderhouding*, tot de verbandsbepaling en de verzekering dat er zulk een verband bestaat door den Schepper en Onderhouder. Deze verklaring is dan niet psychologisch maar *transcendentiaal*.

Aan deze „verzekering” beantwoordt dan het geloof in den meest algemeenen zin. Dit is natuurlijk, gelijk reeds gezegd, een overgang van de wetenschap tot metaphysica, maar mits deze steeds in contact blijft met de wetenschappen en deze overgang *bewust* geschiedt en uitdrukkelijk wordt aangegeven, is gevaar van verwarring uitgesloten.

Meestal wordt 't dualisme zich niet bewust van zijn *behoefte* in dezen. De kenleer *bewijst* er dan ook niet Gods bestaan mee; ze kan slechts negatief aanwijzen, waar ze Zijn werk noodig heeft, niet om de wetenschap te storen, maar juist haar *mogelijk* te maken door de zekerheid in het centrale punt. ¹⁾

Wanneer nu zoo de logische norm is gegeven en de wetenskap niet met de logica identisch is, maar op aprioristisch-synthetische oordeelen berust die weer 'n intuïtie onderstellen, komt de vraag naar den inhoud van die intuïtie. Deze

¹⁾ V. HEPP, Het Testimonium Spiritus Sancti, eerste deel, het testimonium generale, 1914, pg. 137. „Logisch doorgedacht zal de Erkenntnistheorie, zoo ze van waarlijk Christelijk standpunt uitgaat, met een testimonium generale Spiritus Sancti eindigen.”

wordt door de intuitionisten verschillend bepaald: sommigen noemen hier tijd en ruimte, anderen volstaan met den tijd. Op de verwarring van intuïtie en aanschouwingsvorm die hierachter schuilt komen we nog terug, maar merken hier slechts op, dat de ruimte in ieder geval aan den tijd gesubordineerd is, wijl het psychische het physische draagt: alle voorstelling van ruimtevormen is als voorstelling in den tijd gegeven, het temporeel verloopende psychische proces niet in de ruimte: „Die Zeit ist die formale Bedingung *a priori* aller Erscheinungen überhaupt. Der Raum, als die reine Form aller äusseren Anschauung ist als Bedingung *a priori* bloss auf äussere Erscheinungen eingeschränkt. Dagegen weil alle Vorstellungen, sie mögen nun äussere Dinge zum Gegenstande haben oder nicht, doch an sich selbst, als Bestimmungen des Gemüths zum inneren Zustande gehören: dieser innere Zustand aber, unter der formalen Bedingung der inneren Anschauung, mithin der Zeit gehöret, so ist die Zeit eine Bedingung *a priori* von aller Erscheinung überhaupt und zwar die unmittelbare Bedingung der inneren (unserer Seelen) und eben dadurch mittelbar auch der äusseren Erscheinungen.”¹⁾

In verband met het bovenstaande kunnen we dus als volgt onderscheiden: Het physische kan 'k me niet voorstellen dan in ruimte en tijd; 't psychische kan 'k niet denken dan in den tijd, 't logische is 't normatieve, boven (of dieper dan) ruimte en tijd.

Het principium identitatis brengt tot 't bewustzijn identiteit en onderscheid der afzonderlijke voorstellingsdaden, die als zoodanig gelijk zijn, maar niet identisch. Nu wordt het wel meest in verband gebracht met de *begrippen* der logica,

¹⁾ KANT, a.w., pg. 38.

maar 't laat zich uitbreiden op alles wat voorwerp van onze voorstelling wordt, „auch (auf) das Einzelne. . . . Sie (die logischen Formeln, principium identitatis, 't principium contradictionis en exclusi tertii) sind einerseits *Imperative*, die befehlen, jedes Object unseres Vorstellens streng als dasselbe festzuhalten, und allen Verwechslungen, allem unbemerkten Flusse unserer Vorstellungen wehren, anderseits, sofern sie als fundamentale Gesetze unseres Denkens aufgestellt werden, sprechen sie aus, dass die Begriffe der Identität und des Unterschieds mit dem Denken selbst gegeben, und die ersten und unmittelbarsten Ergebnisse einer auf unsere Denktätigkeit selbst gerichtete, sie in ihren Grundformen erfassenden Reflexion sind.” ¹⁾ Deze reflexie nu bewerkt in verband met de *tijdsintuïtie*, die iets anders is dan de tijd als aanschouwingsvorm, constante, in iedere *denkactie* zich *herhalende* acties, en daarin juist verschilt het denken van 't louter bewust worden van een waarneming. Uit 't bewustzijn nu van de acties die we bij iedere voorstelling van objecten verrichten, ontstaat het tellen en 't begrip van 't getal. Zoo alleen kan men in verband met 't voorafgaande het *tellen* als psychisch verschijnsel recht laten wedervaren; de imperatieve, normatieve waarde van het principium identitatis geldt dan ook voor 't product van de denkactie en de tijdsintuïtie, en op grond van deze verbinding is dan ook het getal evenzeer bij algemeene toepassing geldig als het principium identitatis. SIGWART trekt deze conclusie niet, maar alleen zóó schijnt me de verzoening van het psychologische en de apodicticiteit mogelijk en ook min of meer bewust door de

¹⁾ SIGWART, a.w., II, pg. 41.

intuitionisten gezocht te zijn. Voor het intuitionisme kan dan 't feit, dat de grondmaatstaf, waarmede wij den tijd afmeten, gelegen is in de grootte, welke noodig is om een zintuigelijken indruk bewust te worden (v o n B a e r)¹⁾, geen bezwaar zijn. 't Psychologisme heeft in dit enkele gegeven nog niet een voldoende verklaring geboden, hoezeer 't dit ook meent : een *tijdsmaatstaf* onderstelt den tijd als aanschouwingsvorm en deze weer de tijdsintuïtie. Het psychomonisme meent met een physiologische „verklaring” te kunnen volstaan : het physische is een Begleiterscheinung van 't psychische en physiologische *tijdmaat* is, schoon relatief, voor 't relativisme voldoende, ook op psychisch terrein. 't Dualisme kan echter 't psychische, dat wel in den tijd, niet in de ruimte bestaat en met de physische reeks niet parallel loopt, door een physischen maatstaf (quantiteit van verbruikte energie etc.) niet voldoende bepaald achten. Wel kan het den *maatstaf* van v o n B a e r als zoodanig in de physische organisatie van het lichaam aanvaarden ; ook hierin ziet het dan een bewijs van de voortdurende wisselwerking die op dit standpunt mogelijk wordt geacht tusschen ziel en lichaam (absoluten en relatieven „tijd”), nader bij den tijd tusschen aanschouwingsvorm en physischen maatstaf. Wil men hier van wisselwerking kunnen spreken, dan moet men echter erkennen, dat aan den tijd *als successie objectiviteit* toekomt²⁾.

4

Het vierde probleem waarmee de wiskunde in aanraking komt is : Wat is de geometrische ruimte ?

Het *monisme* gaat ook hier weer uiteen in twee richtingen.

¹⁾ K. E. VON BAER, Welche Auffassung der lebenden Natur ist die richtige ? 1862, kort weergegeven bij HEYMANS, a.w., pg. 252/253.

²⁾ Vrgl. hieronder, § 5, in fine, en § 14, pg. 345 v.v.

Het *materialistisch* empirisme huldigt evenals in de getallen-theorie een naief *objectief* inductionisme. We nemen ruimte waar en 't ruimtebegrip is een abstractie van deze waarnemingen.

Het *formalisme* moet hier twee verklaringen bieden, die elkander aanvullen. De eerste leidt door een deductie uit de psychische denkwet via het tellen en het getal de geometrie af, welke gedachte krachtigen steun schijnt te vinden in de arithmetiseering der geometrie. Deze deductie is echter indirecte inductie : ook de psychische denkwet is uit ervaring geabstraheerd. Voor het tweede, het eigenlijk *ruimtelijk* element is men dan op de empirie aangewezen. Deze is echter niet direct : 't naieve objectief inductionisme heeft terecht een scherpe critiek uitgelokt bij de vertegenwoordigers van het psychomonisme (F r e g e en H e y m a n s). Ze is psychophysisch apriori in de bewegingsgewaarwordingen gegeven (R i e h l, H e y m a n s) en wellicht beter nog in de gewaarwordingen van het evenwichtszintuig, dat uit drie booggangen bestaat, die in drie ruimtevlakken loodrecht op elkander staan (d e C y o n).

Het *dualisme* kan wat de geometrische ruimte betreft het formalisme schijnbaar geheel naderen. Maar 't gaat ook hier zijn eigen weg. De arithmetiseering van de geometrie bewijst allerminst haar logischen oorsprong. Verstonð dan ook het formalisme „logisch” in den aprioristischen zin, dan zou de ontwikkeling der geometrie in de negentiende eeuw de onhoudbaarheid van deze theorie genoegzaam hebben aangetoond. 't Doet dit echter niet, maar stelt „logisch” gelijk aan „empirisch in 't denken gegeven.” Nu heeft de arithmetiseering der geometrie en de ontdekking der niet-euclidische geometrieën wel negatief bewezen, dat de grondslag der wiskunde niet een aprioristisch-logische kon zijn ; daarin stemmen

formalisme en intuitionisme geheel overeen. Daarom zal de intuitionist de term „logistiek” voor ’t formalisme liever vermijden. ’t Gebruik van dezen naam is verwarrend, daar „logistiek” in verband met logica juist een aprioristisch standpunt zou doen vermoeden. „Formalisme” is in zóóverre reeds beter, dat ’t den nadruk legt op ’t *formeel*-logische in deze school, terwijl ’t begrip „logisch” zelf niet op den voorgrond treedt, wjl het voor deze richting zuiver psychologische betekenis heeft. Maar met deze eenstemmigheid in de afwijzing van een *aprioristisch logischen* grondslag gaat een principiele strijd gepaard, welke gekenmerkt wordt door de tegenstelling : *psychologistische* logica en intuïtie, psychomonistisch of naïef-realistisch parallelisme en aprioristische wisselwerkings-theorie.

Vandaar dat dezelfde feiten geheel verschillende beteekenis erlangen. ’t Formalisme kent slechts : deductie of inductie en, gelijk we zagen is ’t slechts schijnbaar deductief : ’t leidt alles af uit ’t *empirisch*-psychische en verstaat ’t apriori ook uitsluitend als gegeven in de psychophysische organisatie, die zich ontwikkelde door de ervaring en als waar deed opvatten wat empirisch nuttig bleek. Wat nu niet deductief is, moet inductief zijn op formalistisch standpunt. Vandaar is ’t formalisme in den grond *empirisch*. Daarentegen acht ’t intuitionisme de keuze tusschen deductie en inductie *niet* een dilemma.¹⁾ ’t Zocht de eenheid in ’t synthetisch oordeel apriori, en vond deze in de arithmetiek opgebouwd uit de feitelijke toepassing van het principium identitatis op de intuïtie.

Nu zou oppervlakkige parallelie allicht aanleiding geven

¹⁾ L. NELSON, a.art., pg. 395/397.

tot de meening, dat het intuitionisme geheel analoog met zijn standpunt in de arithmetiek ook voor de geometrie een intuïtie, nader een ruimte-intuïtie, zou postuleeren en de algemeene geldigheid der geometrische oordeelen verklaren als een verbinding van 't principium identitatis en deze ruimte-intuïtie.

De arithmetiseering der geometrie maakt de ruimte-intuïtie echter geheel overbodig. Immers :

1. de logische norm schenkt *direct* aan de arithmetische oordeelen de algemeengeldigheid.
2. de arithmetische oordeelen schenken dan *indirect* aan de geometrische deze algemeengeldigheid.

Rest nog de eigenlijke ruimte die van de geometrie 't *object* is.

Echter is 't object van iedere wetenschap niet zonder meer een intuïtie, en allerm minst is dat bij de geometrie het geval. Intuïtief wordt immers slechts gegrepen wat onmiddellijk wordt beleefd. Nu is de ruimte zeker niet in dezen zin onmiddellijk. Zoo is in ieder geval de ruimte niet parallel met den tijd als successie, alleen met den tijd als aanschouwingsvorm.

Met deze probleemstelling is de nadere indeeling tevens voldoende toegelicht.

HOOFDSTUK II.

HET HISTORISCH DEEL.

§ 2. Het Empirisme.

Voor de geschiedenis der *philosophie* werden gebruikt : W. WINDELBAND, Geschichte der antiken Philosophie³ (ed. Ad. Bonhöffer) 1912, (geciteerd als Windelband³) — F. UEBERWEG, Grundriss der Geschichte der Philosophie der patristischen und scholastischen Zeit¹⁰ (ed. Baumgartner), 1915. — T. J. DE BOER, Geschichte der Philosophie im Islam, 1901. — R. FALCKENBERG, Geschichte der neueren Philosophie von Nikolaus von Kues bis zur Gegenwart⁷, 1913. — W. WINDELBAND, Die Geschichte der neueren Philosophie in ihrem Zusammenhange mit der allgemeinen Kultur und den besonderen Wissenschaften, 2 dln⁵, 1911, (geciteerd als Windelband⁵) — JONAS COHN, Geschichte des Unendlichkeitsproblems im abendländischen Denken bis Kant, 1896.

Voor de geschiedenis der *wiskunde* in deze § en de beide volgende : MOR. CANTOR, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, I⁹ 1917, II¹ 1892, III¹, 1898. — H. HANKEL, Zur Geschichte der Mathematik in Altertum und Mittelalter, 1874.

Speciaal voor deze § : S. BECHER, Erkenntnistheoretische Untersuchungen zu Stuart Mill's Theorie der Kausalität, Benno Erdmann's Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte, XXV, 1906. — KUNO FISCHER, Francis Bacon und seine Schule, Entwicklungsgeschichte der Erfahrungsphilosophie³, 1904. — R. J. KORTMULDER JR. De logische grondslagen der Wiskunde, 1916. — F. A. LANGE, Geschichte des Materialismus und Kritik seiner Bedeutung in der Gegenwart³, I, 1876, II, 1877. — K. LASSWITZ, Geschichte der Ato-

mistik vom Mittelalter bis Newton I, 1890. — J. St. MILL, A system of logic ratiocinative and inductive, being a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation, 2 dln¹⁰ 1897.

In aansluiting aan de voorafgaande indeeling verstaan we hier onder „*empirisme*” die beschouwing van logica, tijd en ruimte, welke overeenstemt met een materialistisch monisme in de wijsbegeerte. Wat de keuze van deze terminologie betreft, ze werd ons door het niet steeds nauwkeurig spraakgebruik aan de hand gedaan. Toch meenden we het hier te moeten volgen, daar „*sensualisme*” door hetzelfde bezwaar gedrukt wordt als de gekozen term, nl. dat beide kunnen aanduiden die theorie die alle kennis eenzijdig uit de gewaarwording zoowel van den uiterlijken als van den innerlijken „Sinn” afleidt; ¹⁾ ook „*materialisme*”, wjl meer metaphysisch van klank dan kentheoretisch, kwam hier niet in aanmerking.

Volgens de definitie is hier dus uitgesloten 't empirisme in de beteekenis, die men in de zestiende en zeventiende eeuw er aan hechtte, dat bekend is door z'n strijd met het rationalisme. Ook vallen onder deze groep niet die denkers, welke beweerden dat onze kennis niet boven de empirie kan uitgaan en ondertusschen aan allerlei rationalistische stellingen trouw bleven, maar uitsluitend diegenen welke als hun meening uitspreken, dat er niets anders is dan materie en *daarom* gewaarwording en waarneming, hersenen en bewustzijnsverschijnselen of identiek zijn of tot elkander staan als oorzaak en gevolg (aequatief en causatief materialisme). In de physica leidde deze richting tot het naieve atomisme, dat

¹⁾ FISCHER, a.w., pg. 352.

doorgevoerd wordt in biologie en psychologie (associatie). 't Denken is hier dus zuiver passief.

De vragen, die we ons hebben te stellen, willen we hier niet vervallen in een geschiedenis der filosofie in 't algemeen of der empiristische kenleer in 't bijzonder, worden dus herleid tot deze ééne: Heeft 't materialistisch monisme een *consequente* theorie over de grondslagen der *wiskunde* trachten te bieden, en zoo ja, heeft deze dan aanhangers gevonden onder de mathematici zelf?

Wanneer de taak zoo gesteld wordt is het resultaat van 't historisch onderzoek al zeer pover. De *wiskundigen* laten zich, noch bij de Grieken, noch bij de Indiërs in dezen geest uit en de grondtrekken van beide volkskarakters zijn niet materialistisch. In de oudheid moeten we ons dus bepalen tot de materialistische *philosophen*.

Wenden we ons nu tot Democritus, den eerste onder de materialisten van wien bekend is dat hij, anders dan zijn leermeester Leucippus, zich op 't gebied der kenleer en der wiskunde heeft bewogen, dan stelt het onderzoek ook hier teleur. Hij sluit zich aan bij de anthropologische theorieën van Protagoras, maar erkent het bestaan van een alle empirie te bovengaande werkelijkheid der atomen, die, niet zichtbaar, oneindig in aantal en in soorten van vormen, oneindig veel werelden naast en na elkander doen ontstaan; het oude atomisme heeft hier 't oneindigheidsbegrip van de jonische natuurphilosophie overgenomen, maar slechts op de uitgebreidheid, niet op de deelbaarheid toegepast: de laatste vindt haar grens in de atomen, de vaste dragers van de verandering. Het aantal hunner vormen wordt oneindig genomen ter verklaring van de verscheidenheid der veranderingen, maar ook omdat het ateleologisch systeem geen grond

kan vinden voor den voorkeur van den eenen vorm boven den anderen. ¹⁾ Behalve de atomen valt ook de ledige ruimte met de in haar mogelijke mathematische verhoudingen onder de *γνώμη γρησθή*, die 't *denken* slechts kan geven. ²⁾ Vermoedelijk zelfs ten deele verminkte titels wijzen op 't bestaan van eigenlijk mathematische werken, ³⁾ terwijl PLUTARCHUS weet van de moeilijkheid die DEMOCRITUS ondervond bij de vraag, of de twee cirkeloppervlakken die de doorsnede bij een kegel evenwijdig aan de basis aangebracht, oplevert, gelijk zijn of niet; daar hun gelijkheid den kegel tot cylinder zou maken, moet men wel aannemen, dat ze ongelijk zijn, wat hij tracht te verklaren door trapvormige versmalling naar den top toe. ⁴⁾ 't Continue wordt hier dus uit discontinuïteit verklaard. Onder zijn navolgers in de oudheid vinden we iets nieuws slechts bij EPICURUS. Bij hem schijnt men voor 't eerst de gedachte aan te treffen van een mathematisch minimum, van een *ruimteatoom*. ⁵⁾ Hier is althans sprake van consequentie, hoe wanhopig ook. Want wanneer men de poging waagt 't probleem der continuïteit van ruimte en tijd op te lossen door deze grootheden, welke, in tegenstelling met de wereld der lichamen, als continue zijn gegeven en slechts als zoodanig te begrijpen, eveneens atomistisch te construeeren,

¹⁾ Vrgl. de citaten van SIMPLICIUS en PLUTARCHUS bij E. ZELLER, Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung dargestellt, I⁴, 1876, pg. 776, n. 3 (pg. 777).

²⁾ P. NATORP, Forschungen zur Geschichte des Erkenntnisproblems im Altertum, 1884, pg. 207, geciteerd WINDELBAND³, pg. 130.

³⁾ M. CANTOR, a.w., I, pg. 104 en 192.

⁴⁾ Het citaat uit PLUTARCHUS bij F. G. A. MULLACH, Fragmenta philosophorum graecorum, 1883, I, pg. 370, onder den titel: *περὶ κώνου τομῆς*.

⁵⁾ H. VON ARNIM, Almanach der Wiener Akademie, 57, 1907, pg. 383, v., geciteerd WINDELBAND³, pg. 287/288.

is dit slechts schijnbaar een vereenvoudiging, daar van deze consequentie, gelijk LASSWITZ bij de behandeling van de Ascharieten opmerkt,¹⁾ een verbrokkeling der wereld 't gevolg moet zijn.

De *dichter* van het atomisme eindelijk, LUCRETIVS, accentueert de relativiteit van het begrip „grens”.²⁾

In de herinnering van het middeleeuwsche Westen leefde het materialisme steeds voort in nauw verband met den naam van EPICURUS, wat wegens diens hedonistische moraal de verbreiding van deze wereldbeschouwing niet ten goede kwam.

Ook in 't Oosten, bij de Arabieren, was 't „materialisme” zeker niet de heerschende filosofie. Als dan Renaissance, Humanisme en Reformatie de studie der exacte wetenschappen mogelijk maken, kentert het getij nog niet ten gunste van het empirisme. Bij CUSANUS is de mathesis nog in de nevelen der mystiek gehuld, KEPLER en GALILEI gelooven niet aan de almacht der inductie, ook GASSENDI die, hoe gebrekkig ook, toch physica en mathesis onderscheidt, is niet monistisch materialist, evenmin als BACO. Bij LOCKE is de „sensation” wel de oudere zuster, niet de moeder van de „reflection”³⁾. Na den overgang bij BROWN en HARTLEY doet PRIESTLEY eerst den beslissenden stap naar 't materialistisch monisme.⁴⁾ Naderen hij en ER. DARWIN

¹⁾ a.w., pg. 145; vrgl. ook: DE BOER, a.w., pg. 59.

²⁾ T. LUCRETI CARI, *De rerum natura libri sex*, edidit ADULPHUS BRIEGER, 1909, I, 954:

extremum porro nullius posse videtur
esse, nisi ultra sit quod finiat;

³⁾ FALCKENBERG, a.w., pg. 148.

⁴⁾ Dat hij DEÏST blijft, verhindert niet hem hier monist te noemen, daar we dualisme definieerden als kwalitatief verschil stellend tusschen stof en geest, niet tusschen de wereld en 'n deïstisch Oppervezen; ook het ethisch dualisme van norm en natuur is hem vreemd.

dit standpunt van uit de psychologie, L a m e t t r i e bereikt het van uit de physiologie. Van invloed op de mathesis bespeurt men nog niets. Wel maakt d'A l e m b e r t deel uit van de redactie der Encyclopaedie en treft men L a g r a n g e in den kring van H O L B A C H aan, maar 't scepticisme brengt den eerste, die nog in 1773 't geometrisch-oneindige als grens opvat, reeds in 1757¹⁾ tot een principieele breuk met 't materialisme, en G R I M M's brieven bewezen, dat de laatste der genoemde mathematici ten onrechte werd gehouden voor den schrijver van het werk „Système de la nature ou des lois du monde physique et du monde moral” (1770), en hoewel C o m t e's materialisme later op hem zal steunen, is dit toch meer een exegetiseeren van zijn werk, waarmee L a g r a n g e zich zelf niet heeft opgehouden.

De oude strijd tusschen empirisme en rationalisme was met de uitbanning der ideae innatae betrekkelijk ten voordeele van het eerste beslist, en dit moest in de toenmalige omstandigheden het materialisme ten goede komen. Voordat eenerzijds K a n t's stelsel herleefde en anderzijds het voluntarisme zich met H u m e's scepsis verbond, had 't materialisme nu eindelijk een tijd van triumf. De natuurphilosophie kon op den duur de geesten niet boeien met haar vernuftig woordspel, en terwijl in Duitschland de speculatieve drang zich op de natuurverklaring bleef concentreren, stelden C o m t e en M i l l een methodeleer op. Volgens C o m t e berust de arithmetiek op geen enkele onderstelling en onderscheidt ze zich daardoor van geometrie en mechanica, die met haar samen, als wiskunde, de eerste groep in de encyclopaedische hiërarchie der *abstracte* wetenschappen vormen, welke in

¹⁾ COHN, a.w., pg. 227.

tegenstelling met de *concrete* op wetten en niet op voorwerpen zien ; deze wetten zijn echter uit de voorwerpen der concrete wetenschappen door inductie verkregen. Psychisch en physisch leven zijn zoozeer één, dat ze onder dezelfde wetten vallen. Wel tracht Mill de psychologie van de physiologie te scheiden : de associatiepsychologie leert ons op den weg van methodisch onderzoek een reeks van wetten kennen ; deze vormen den inhoud der psychologie en men late de vraag rusten, of de gedachtenreeksen die naar deze wetten verlopen, wellicht later als louter product der hersenswerkzaamheid kunnen verklaard worden.¹⁾ De mogelijkheid daartoe blijft echter steeds open : „It must by no means be forgotten that the laws of mind may be derivate laws resulting from laws of animal life, and that their truth therefore may ultimately depend on physical conditions.”²⁾ Men merkt echter de verwantschap met het materialisme duidelijk op. Niet bij Hume, maar eerst bij Hartley treft men de beginselen der associatie-psychologie en van Mill's *zoogenaamd* positivisme aan.³⁾ Vandaar dat 't bij hem nu ook komt tot eenheid in de methode : alle kennis (ook de in syllogistischen vorm geconcludeerde) is inductief verkregen. Op zijn overigens bijzonder scherpzinnige en door HEYMANS op één punt herziene⁴⁾ theorie der formeele causaliteitsprincipia kan hier niet worden ingegaan ; de hoofdzaak voor ons is, dat hij uit de inductie nu ook de mathesis tracht te verklaren. De grondslag van het getalbegrip ligt in de veelheid

¹⁾ MILL, *Dissertations and Discussions*, political, philosophical and historical, in 3 volumes², 1867, III, 112, aangehaald bij BECHER, a.w., pg. 14.

²⁾ MILL, a.w., II, Book VI, Chapter IV, § 2, pg. 439.

³⁾ MILL, *Dissertations* I, 411 en III, 99, bij BECHER, a.w., pg. 11.

⁴⁾ HEYMANS, a.w., pg. 292/297.

der dingen buiten ons. Door deze wordt ons wiskundig denken bepaald, en wel niet onmiddellijk door de zintuigelijke gewaarwordingen, maar tengevolge van hare herhaling door versterkte residuen. Het algemeene, als het aan verschillende gewaarwordingen gemeenschappelijke, wordt gevormd door versmelting van de identische telkens weer voorkomende eigenschappen. Ook getallen zijn nu zulke algemeene begrippen en hebben dus betrekking op zintuigelijk waarneembare voorwerpen; telkens abstraheeren we ze bij bijzondere groepeerings als 't terugkeerende. „The Science of Numbers is thus no exception to the conclusion we previously arrived at, that the processes even of deductive sciences are altogether inductive, and that their first principles are generalisations from experience.” ¹⁾

Zoo hebben uitsluitend aan het gegevene zoowel de *begrippen* als de *oordeelen* der mathesis hun bestaan te danken.

Aangaande beide een woord van critiek.

1e. Dat hare *begrippen* ontleend zijn aan verzamelingen van physische objecten, nader aan onze gewaarwording daarvan, is reeds dáárom onmogelijk, dat men verzamelingen van meer dan drie stuks niet met één oogopslag kan onderscheiden, maar, om dit wèl te kunnen, juist het getal behoeft; — dat men eveneens in de geometrie kleine verschillen niet met het bloote oog waar kan nemen, maar daartoe gebruik maakt van meetinstrumenten die men recht meent te zijn. Moge nu geen dezer maatstaven absoluut recht zijn, in ieder geval is dan toch het begrip „rechte lijn” niet ontleend aan de zuiver-passieve empirie.

2e. Bij kleine verschillen tusschen nog grootere getallen en

¹⁾ MILL, a.w., I, Book II, Chapter VI, § 2, pg. 296.

lijnen laat ook de phantasie ons in den steek: ik heb van 10.000 guldens en meters geen voorstelling, onderscheiden van die van 10001 guldens en meters.

3e. Indien ik successief verloopende verschijnselen, b.v. de tafreelen van een kinematograaf of de lengte van het doek, tel of meet, dan heb ik successief verschillende gewaarwordingen, niet één telkens weerkeerende, uit welke zich door herhaling het identische zou laten abstraheeren.

4e. Ook gelden met name de getallen niet slechts voor heterogene dingen en Gegenstände, maar ook op *psychisch* gebied kan 'k tellen, schoon niet meten.

5e. De getallenreeks en de ruimte zijn onbegrensd. Men moet dus of alle extramentale verscheidenheid der onbegrensde werkelijkheid nominalistisch loochenen, — maar hoe komt men dan uit de empirie tot getal en meetkundige begrippen? — of men aanvaardt die verscheidenheid als gegeven, maar stuit dan op de actualiteit van het oneindige met al zijn antinomieën.

Dat de *oordeelen* aan de empirie zouden zijn ontleend is absurd; want:

1e. Dat $2 \times 3 = 6$ is, weten we niet doordat we eerst 2 groepjes van 3 vormen, en later één van 6; want zulke groepjes kunnen we hoogstens van kleine roerende goederen, zeker niet van akkers en sterren vormen zonder de activiteit van den geest.

2e. Bij negaties helpt en de ervaring en de phantasie ons niet aan de som van *alle mogelijke* ervaring: twee parallele lijnen snijden elkander niet voor mijn gewaarwording en in mijn fantasiebeeld, maar dat ze elkander nooit kunnen snijden gaat de ervaring te boven.

3e. Mathematische bewerkingen zijn geen abstracties in

den zin van Mill's subsumptiologica. Dat $ab = ba$ is, is niet geabstraheerd uit $3 \times 4 = 4 \times 3$ en $2 \times 5 = 5 \times 2$: laat men het bijzondere uit beide oordeelen weg dan verkrijgt men $\cdot \times \cdot = \cdot \times \cdot$, maar dat men uit beide de commutatieve wet mag afleiden is zoo nooit te bewijzen. De mathematische algemeenheid is niet een geabstraheerde, maar een functioneele: dit of dat bepaald functioneel verband geldt voor ieder lid van de reeks uit het principie van die reeks geschapen; dit alleen kan voldoende rechtsgrond zijn.

4e. Dit raakt heel Mill's kenleer. Hij vergeet, naar het kernachtig woord van LANGE, „dasz die Erfahrung kein offnes Thor ist, durch welches äussere Dinge, wie sie sind, in uns hineinwandern können, sondern ein Process, durch welchen *die Erscheinung von Dingen in uns entsteht*“ ¹⁾. Trouwens heel de *mogelijkheid* der ervaring werd hem nooit tot een probleem waarmee viel te worstelen.

5e. Daar op deze wijze de mathesis niet de bemiddelingsrol kan spelen tusschen de identische oordeelen en de empirie moet ze of één van beide toevallen of aan beide twee onverzoende deelen te danken hebben. Mill kiest voor het laatste: vooral in de geometrie vindt hij slechts noodwendigheid, voorzoover ze uitgaat van definities, die hij identische oordeelen noemt. Wanneer men dit combineert met zijn *ἐποχή* inzake het dualisme, ziet men hier reeds de monistische, in casu materialistische metaphysica in de identiteitsleer uitkomen. Voorzoover de axiomas zich nu niet tot zulke definities laten herleiden zijn ze empirisch en dus hypothetische oordeelen,

¹⁾ LANGE, a.w., II, pg. 27.

en tegenover alle apriorisme houdt hij vol: noodwendige hypothesen zijn ook hypothesen. Maar, dan moet de stelling „gelijkzijdige driehoeken hebben gelijke hoeken” eigenlijk aldus geformuleerd: „indien een gelijkzijdige driehoek bestaat in het extramentaal gegevene, dan zijn z'n hoeken gelijk”, maar hoe dan als de gelijkzijdige driehoek eens niet bestaat in dat extramentaal gegevene? Dan is de stelling onjuist, in ieder geval voor 't empirisme waardeloos; en wijl de natuur tot nog toe geen rechte lijnen vertoonde, kunnen we haar voorloopig schrappen in onze schoolboeken. Maar hoe kwamen we dan tot hare formuleering?

6e. Noodwendige hypothesen zijn zeer zeker ook hypothesen, maar de noodwendigheid moet dan toch onder-tusschen als een probleem en dus als een taak worden opgevat, niet als een feit zonder meer. En — de mathematici hebben zich er nooit om bekommerd of hun driehoeken extramentale realiteit bezitten. De oplossing van Kant die de noodwendigheid verlegt in het subject schijnt betrekkelijk plausibel, maar ook zonder die oplossing: de noodwendigheid kan nooit uit de ervaring stammen: de empirie biedt nooit meer dan gewoonte, ze schept geen recht.

Deze critiek is zóó triviaal, dat alleen in het midden der vorige eeuw het empirisme eenigen opgang in de wiskunde kon maken. En reeds lang zou het, mede door de slagen die aan de associatiepsychologie werden toegebracht, geheel verouderd zijn, indien niet één der nieuwere aanwinsten, nl. de ontdekking der niet-euclidische geometrie, het schijnbaar in 't gevele kwam. Daarom zien we ons genoodzaakt later, als we met deze nader

hebben kennis gemaakt, nog eenmaal op deze richting terug te komen.

Waar 't echter mogelijk was zulke en zóózeer voor 't grijpen liggende bezwaren te opperen, verbaast het ons niet, dat het monisme van alle eeuw een anderen uitweg zocht en eerst minder, straks meer bewust uitging van de gedachte: indien niet alle kennis wortelt in het object, dan in het subject. Wenden we ons daarom tot de geschiedenis van het formalisme.

§ 3. Het Formalisme.

J. J. BAUMANN, *Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie nach ihrem ganzen Einfluss dargestellt und beurtheilt*, 2 dln, 1868/1869. — L. BRUNSCHVICG, *Les étapes de la philosophie mathématique*, 1912. — A. BUCHENAU, *Ueber den Begriff des Unendlichen und der intelligibeln Ausdehnung bei Malebranche und die Beziehung des letzteren zum Kantischen Raumbegriff*, *Vaihinger's Kantstudien*, XIV, 1909, pg. 440/467. — E. CASSIRER, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, 1902. — H. COHEN, *Das Princip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte, ein Kapitel zur Grundlegung der Erkenntniskritik*, 1883. — L. COUTURAT, *Sur la métaphysique de Leibniz, avec un opuscule inédit*, *Revue de métaphysique et de morale*, X, 1902, pg. 1/25. — H. GRASSMANN, *Geometrische Analyse, geknüpft an die von Leibniz erfundene geometrische Charakteristik*, gekrönte Preisschrift, mit einer erläuternden Abhandlung von A. F. Möbius, 1847. — H. HANKEL, *Die Entwicklung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten*, 1885. — R. HERBERTZ, *Die Lehre vom Unbewussten im System des Leibniz*, Benno Erdmann's Abh. der Philos. u. ihrer Gesch. XX, 1905. — W. KABITZ, *Die Philosophie des jungen Leibniz, Untersuchungen zur*

Entwicklungsgeschichte seines Systems, 1909. — E. LAAS, Idealismus und Positivismus, eine kritische Auseinandersetzung, I, 1879 en III, 1884. — EUGEN MEYER, Humes und Berkeleys Philosophie der Mathematik, vergleichend und kritisch dargestellt, Benno Erdmann's Abh. der Philos. u. ihrer Gesch., III, 1894. — I. MIRKIN, Hat Kant Hume widerlegt? Kantstudien, VII, 1902, pg. 230/299. — B. RUSSELL, A critical exposition of the philosophy of Leibniz, with an appendix of leading passages, 1900. — R. SALINGER, Kant's Antinomien und Zenon's Beweise gegen die Bewegung, Archiv für Geschichte der Philosophie, XIX, Neue Folge, XII, 1906, pg. 99/122. — D. SELVER, Der Entwicklungsgang der Leibniz'schen Monadelehre bis 1695, Wundt's Philosophische Studien, III, 1886, pg. 216/263 en 420/451. — L. STEIN, Leibniz und Spinoza, ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Leibnizischen Philosophie, mit neunzehn ineditis aus dem Nachlass von Leibniz, 1890. — A. TRENDELENBURG, Ueber Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik, Historische Beiträge zur Philosophie, III, Vermischte Abhandlungen, 1867, pg. 1/47.

Onder het *formalisme* verstaan we overeenkomstig onze hoofdindeeling die theorie aangaande de grondslagen der wiskunde, die samenhangt met een al of niet consequent doorgedachte psychomonistische metaphysica. We hebben ons weer te beperken tot het *verband* tusschen de geschiedenis der wiskunde en die der filosofie.

Buiten ons onderwerp valt de bespreking van het praktisch voorkomend rekenen en meten van de oudste tijden 't zij in 't alledaagsche leven, 't zij in de astronomie der Babyloniërs. Speculatieve uitingen op wiskundig gebied treffen we in de ons bekende litteratuur eerst aan bij de Pythagoreeërs. Raadselachtig is op 't eerste gezicht heel hun theorie, die meer van vernuftige invallen schijnt te bestaan dan een logisch doordacht systeem te

zijn. Toch schijnt 't, dat ook de oude leer van sphaeren-harmonie en getallensymboliek wel eenigszins verstaanbaar is. De Pythagoreeërs beweren, dat alles niet alleen getal *bezit*, maar getal *is*, en terecht zegt BRUNSCHVIGG, dat ze, vóór deze theorie eenige beteekenis kon hebben, dan de getallen als dingen moeten hebben opgevat ¹⁾. Wijn nu de oneven getallen begrensd heeten — omdat de reeks hunner sommen toegevoegd aan de eenheid de reeks der quadraten oplevert — de even onbegrensd, en alle getallen uit oneven en even kunnen saamgesteld, bestaan dus de dingen uit 't begrensde en 't onbegrensde, en dus, krachtens nieuwe identificaties, uit 't lichamelijke en de ruimte, 't goede (voor den Grieksch-aesthetischen geest = begrensd) en 't kwade; daarbij is begrensd ook 't in begrip-pen definieerbare. We vinden hier dus een naief realisme: *begrip en ding zijn met elkander overeenstemmend*. Zij spreken van kwadraat- en driehoeksgetallen, wijn b.v. het vierkant als vorm, ding, voor hen geheel overeenstemt met een bepaald getal in de tweede macht. Wanneer men bedenkt, dat de Grieksche geest heel de „algebra” beschouwde als een onzelfstandige wetenschap, die ieder moment de constructie in de ruimte behoefde, kan men de bedoeling van hun gedachte nog beter begrijpen. De bovengenoemde eigenschap der begrensde getallen, nl. dat hun som toegevoegd aan de eenheid de reeks der quadraten opleverden ($1 + 3 = 4$, $1 + 3 + 5 = 9$ enz.) schijnen ze aan de geometrische beschouwing der algebra te danken, daar men deze verbindingsen aantrof bij de uitbreiding van

¹⁾ a.w., pg. 34.

quadraat-oppervlakken. Aan BRUNDSCHVICG ontleenen we de volgende teekening: ¹⁾



Zoo wordt 't duidelijk, hoe hun getallensymboliek in harmonie met de Grieksche algebra en met de aesthetische waardeering van den Griekschen geest 't getal met de dingen in overeenstemming kon achten en de dingen met 't getal, zoodat hun school dit tot principie van wereldverklaring kon verheffen. Dit laatste was echter slechts mogelijk zoolang de geometrie hen niet stelde voor irrationeele verhoudingen. Als deze worden ontdekt, b.v. in de onderlinge onmeetbaarheid van de zijde en de diagonaal van het vierkant, valt de overeenstemming van dingen (rationeel) getal; ²⁾ voor de eerste maal ondervindt het idealisme in zijn praeformatie van naief realisme, dat de realiteit meer is dan 't denken, laat het aan Plato de taak over, de eerste poging tot verzoening van zijn en denken te wagen, en vervalt zelf tot monisme.

Bij de scholen van Heraclitus en de Eleaten ligt de eenheid te midden van allen strijd in 't monisme, dat bij de een meer energetisch, bij de andere meer in den vorm van de substantialiteit wordt gedacht.

¹⁾ a.w., pg. 39.

²⁾ F. ENRIQUES, Mathématiques et théorie de la connaissance, „Scientia”, (Rivista di Scienza), VI, 1912, Vol. XI, Supplément, pg. 4, zegt er van: „Quelque bizarre que cela paraisse, la découverte de l'incommensurabilité entre le côté et la diagonale du carré est restée pour les pythagoriciens une découverte isolée qui, ne pouvant être coordonnée avec les vues fondamentales de l'école, devait être cause d'embarras.”

Xenophanes en Parmenides leggen beide den nadruk op de eenheid en onveranderlijkheid van het zijn, de eerste meer op religieuse, de tweede meer op metaphysische gronden waarbij de onruimtelijke begripsbepaaldheid overgaat in ruimtelijke begrensdsheid. Zeno's formuleering van de moeilijkheid waarop de Pythagoreeërs waren gestuit, biedt, schoon de dialectiek feitelijk bij hem een groote plaats inneemt, toch geen sophistische woordkramerij in de bewijzen tegen de *veelheid* en tegen de *bewegelijkheid* van het zijnde, maar hanteert de dialectiek als wapen in den strijd tegen het pluralisme en zoo indirect voor het monisme van Parmenides. Vooraf zij hier vermeld zijn argument dat betrekking heeft niet op de oneindige *deelbaarheid*, op welke de overige alle zien, maar op de oneindige *uitgebreidheid*. Het luidt als volgt: „wanneer de ruimte bestaat zal ze in iets zijn, want al wat is is in iets, maar wat in iets is, is ook in de ruimte, dus zal ook de ruimte in de ruimte zijn enz., ad infinitum. Dus bestaat de ruimte niet.”¹⁾ Men mag zich uit de moeilijkheid niet redden door met Aristoteles de relatieve (omsluitende) ruimtegrens met de ruimte te vereenzelvigen,²⁾ maar heeft veeleer dankbaar te erkennen, dat hier althans negatief een zuiver ruimtebegrip wordt voorbereid door aanduiding van moeilijkheden bij de opvatting van de ruimte als een den dingen inhaereerend iets. Dat verhindert niet Zeno's naief rationalisme te bestrijden, dat uit de ondenkbaarheid van 't oneindige botweg concludeert tot z'n niet-zijn, zonder te onderscheiden tusschen

¹⁾ SIMPLICIUS, Phys. 562, 3D, bij RITTER en PRELLER⁸, 1898. nr. 135.

²⁾ ARISTOTELES, Phys. IV, 3, 210, b, 22.

extramentaal en intramentaal zijn die bij hem kentheoretisch parallel lopen.

De argumenten tegen de oneindige *deelbaarheid* splitsen zich in twee groepen: de eerste richt zich tegen de mogelijkheid der *veelheid*, de tweede tegen die der *beweging*.

Bij die welke de *veelheid* bestrijden neemt dat van den korrel en den schepel een eigenaardige plaats in wegens de duidelijke verwarring van het objectieve en subjectieve element in de gewaarwording, die zich kruist met de zoo even gelaakte. „Zoo het geruisch makende zoo het geruisch. Maar wanneer dat zoo is zal, indien de schepel graankorrels geruisch voortbrengt, ook één graankorrel, ja zelfs het tienduizendste deel daarvan dit doen.”¹⁾ Daar we dit niet vernemen besluit hij tot 't *niet bestaan* van 't geruisch (naief realisme) en acht zoo de mogelijkheid der veelheid bestreden. Zoodra men echter een geruisch en zijn objectieve aanleiding uiteenhoudt vervalt de conclusie dat één graankorrel geen geruisch maakt, en dus ook wat op deze stelling werd gebouwd.

Terwijl 't voorafgaande slechts een bijkomstig bewijs tegen de veelheid bood, wordt deze *als zoodanig* indirect bestreden uit de contradicties tot welke de aanvaarding leidt, en wel op tweeërlei wijze. „Ten eerste zou het vele tegelijk oneindig groot en oneindig klein moeten zijn, want de veelheid vraagt gescheiden grootten tusschen welke dus andere grootten moeten inliggen enz., zoodat we oneindig vele grootten krijgen. Maar daar 't zijnde uit ondeelbare eenheden moet bestaan, moeten deze oneindig

¹⁾ SIMPLICIUS, Phys. 1108, 18D, bij RITTER en PRELLER, a.w., nr. 131.

klein zijn.¹⁾ Inderdaad; de laatste waarheid is zelfs de grondstelling van het atomistisch dynamisme, maar de verbinding „oneindig vele oneindig kleine deelen” bevat, althans afgezien van de onmogelijkheid eener voltooide oneindigheid, op zichzelf nog geen contradictie; ze wordt door Zeno slechts verkregen door de geheel ongegronde identificatie van „oneindig vele grootten” en „een oneindige grootte.”²⁾ Van het meeste gewicht is daarom in deze groep nog het derde argument, dat „des Pudels Kern” raakt: „Wanneer de veelheid bestaat moet ze bepaald zijn, daar „veel” een bepaald getal aanduidt, maar ook onbepaald, omdat tusschen twee deelen oneindig vele moeten liggen; de veelheid zou dus tegelijk bepaald en onbepaald zijn.”³⁾ Juist hier zal de strijd ontbranden bij Aristoteles die den uitweg wijst: onderscheiding van ruimte en materie.

De bewijzen tegen de mogelijkheid der *beweging*, vier in getal, zijn voor ons onderwerp van nog meer belang, waarom we ze dan ook telkens in de noot citeeren. SALINGER geeft ze in deze volgorde: Stadion - Achilleus - Dichotomie - Vliegende pijl; bij ARISTOTELES is de rangschikking: Dichotomie - Achilleus - Vliegende pijl - Stadion. Daar het laatstgenoemde een *sophisme* bevat handelen we dit eerst even af, om daarna voor de andere drie de volgorde van ARISTOTELES te houden, te meer, daar diens gedachte, dat de Achilleus een toepassing is van de Dicho-

¹⁾ SIMPLICIUS, Phys. 139. 5D, bij RITTER en PRELLER, a.w., nr. 132.

²⁾ Vrgl. J. COHN, a.w., pg. 23.

³⁾ SIMPLICIUS, Phys. 140, 28D, bij RITTER en PRELLER, a.w., nr. 133.

tomie, ¹⁾ ongetwijfeld juist is, wat ook door SALINGER wordt toegegeven. ²⁾

1e. *Stadion*. ARISTOTELES deelt het aldus mee: „Het vierde bewijs is dat hetwelk handelt over de in het stadion uit tegengestelde richting met gelijke snelheid langs gelijke lichamen zich bewegende gelijke lichamen, van welke het eene van uit 't einde van het stadion, 't andere van uit het midden zich beweegt, in welk geval hij meent, dat de halve tijd gelijk is aan het tweevoud.” ³⁾ Dit bewijs is daarom waardeloos, daar de tijd eerst gemeten wordt aan een lichaam in rust, daarna aan een lichaam van gelijke grootte, thans echter in beweging. Terecht zegt M. CANTOR, dat Zeno hier niet een scherp mathematicus blijkt. ⁴⁾

2e. *Dichotomie*. ARISTOTELES geeft het in de *Physica* ⁵⁾ aldus: „Er is geen beweging, omdat het bewegende eerder tot de helft moet komen dan tot het eind.”

3e. *Achilleus*. Bij ARISTOTELES luidt het als volgt:

¹⁾ Phys. VI, 9. 239, b, 18:

ἔστι δὲ καὶ οὗτος ὁ αὐτὸς λόγος τῷ διχοτομεῖν.

²⁾ SALINGER, a.art., pg. 113.

³⁾ ARISTOTELES, Phys. VI, 9, 239, b, 33:

ὁ περὶ τῶν ἐν τῷ σταδίῳ κινουμένων ἐξ ἐναντίας ἴσων ὄγκων παρ' ἴσους, τῶν μὲν ἀπὸ τέλους τοῦ σταδίου τῶν δ' ἀπὸ μέσου, ἴσῳ τάχει, ἐν ᾧ συμβαίνειν οἶται, ἴσον εἶναι χρόνον τῷ διπλασίῳ τὸν ἡμῶν.

⁴⁾ M. CANTOR, a.w., I, pg. 198/200. CANTOR verwacht evenwel ZENO den Eleaat met ZENO van Kition: eerst de leerlingen van den laatste heeten Stoici.

⁵⁾ a.w., VI, 9, 239, b, 9:

πρῶτος μὲν ὁ περὶ τοῦ μὴ κινεῖσθαι διὰ τὸ πρότερον εἰς τὸ ἡμῶν δεῖν ἀφικέσθαι τὸ φερόμενον ἢ πρὸς τὸ τέλος.

„Het langzamere zal nooit wanneer 't zich voortbeweegt door 't snellere worden ingehaald. Want het is noodzakelijk, dat het vervolgende komt bij het punt vanwaar het vervolgde afging, zoodat het langzamere altijd iets vóór moet houden.”¹⁾ In zekeren zin is dit bewijs vals, want de beweging, welker realiteit het wil bestrijden, onderstelt het: bepaalde ruimtelijnen worden in daaraan parallele tijdslijnen doorlopen, want er is sprake van een grootere voor-sprong die kleiner wordt: er blijft *iets* over. Zijn de deelen, in welke men de afstandslijn verdeelt, zoo klein als men maar wil, maar *uitgebreid*, dan kan de afstand tus-schen Achilles en de schildpad, kleiner wordend, ook kleiner worden dan dit uitgebreide deel en dus is de schild-pad ingehaald. Denkt men zich echter de ruimtelijn uit *oneindig kleine* deelen saamgesteld, dan zijn ze onuitgebreid. Maar dan is volgens Zeno's eigen bewijs in de Dichotomie elke beweging, dus ook 't begin onmogelijk, en wordt dit derde bewijs slechts een toepassing van het tweede.

Men zou zich nu kunnen trachten te onttrekken aan 't stuitende in de antinomie der Dichotomie door op te merken, dat de oneindig deelbare ruimte wordt doorschreden in een oneindig deelbaren tijd.²⁾ Maar dit argument schijnt Zeno zelf voorzien te hebben als hij aan zijn be-wijzen als vierde (feitelijk dus als tweede) toevoegt:

¹⁾ ARISTOTELES, Phys. VI, 239, b, 15:

ὅτι τὸ βραδύτερον οὐδέποτε καταληφθήσεται θεόν ὑπὸ τοῦ ταχίστου· ἔμπροσθεν γὰρ ἀναγκαῖον ἔλθεῖν τὸ διώκον, οὐθεν ὤρμησε τὸ φεύγον, ὥστ' αἰεὶ τε προέχειν ἀναγκαῖον τὸ βραδύτερον.

²⁾ ARISTOTELES, Phys. VI, 8, 239, a, 26.

4e. *De vliegende pijl*.¹⁾ „Deze rust. Want indien hij geheel rust indien hij in dezelfde ruimte is, is de vliegende pijl, die immers ieder oogenblik in dezelfde ruimte is, onbewogen.” Z e n o blijkt dus zelf wat men in modernen stijl zou noemen de „gelijkmachtingheid”²⁾ van ruimte en tijd te hebben ingezien: beide zijn continu en corresponderen één-éénduidig.

Maar daarmee is nog de mogelijkheid der beweging niet aangeduid: men wint slechts dat de moeilijkheid van 't continu in beide deelen der vergelijking weerkeert³⁾: men kan deze onbekende practisch wel elimineeren, maar niet hare waarde berekenen.

Zoo blijven er dus feitelijk twee bewijzen over: de „Dichotomie” en „De vliegende pijl”, die feitelijk, wanneer men de wiskundige „gelijkmachtingheid” van oneindige ruimte en oneindigen tijd erkent, zich laten herleiden tot één hoofdp probleem: de deelen van een continu hebben geen grootte, dus heeft hun som ook geen grootte, òf ze hebben wel een grootte, maar dan is 't resultaat van hun oneindige herhaling een oneindige grootte.⁴⁾

¹⁾ ARISTOTELES, Phys. VI, 2, 239, b, 30, welke plaats bij ZELLER, a.w., I, pg. 547, noot, op grond van THEMISTIUS geëmendeed, luidt:

οτι η διςτος φερόμενη εστηκεν. ει γαρ, φησιν, ηρεμει παν, οταν η κατὰ τὸ ἴσον, εἴη δ' αὖτὲν τὸ φερόμενον ἐν τῷ νῦν κατὰ τὸ ἴσον, ἀκίνητον.

²⁾ Voor de beteekenis van dezen term (o.a. bij G. CANTOR) zie hieronder, § 8, pg. 176.

³⁾ ARISTOTELES, Phys. VIII, 8, 263, a, 4.

⁴⁾ Vrgl. M. SIMON, Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung, Vortrag gehalten auf der Naturforscher-Versammlung zu Frankf. in der Sectie für math. naturwiss. Unterricht, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, VIII, 1898, pg. 113/132.

Tegen deze argumenten schijnt niets in te brengen zoolang men het toelaatbaar acht te werken met 't begrip : volbrachte oneindige deeling. Dit willen we met des te meer nadruk voorop stellen, daar men zou kunnen meenen met het postuleeren van de idealiteit voor de ruimte dit probleem te vermijden of op te lossen : niets is minder waar ; terwille van de ondeelbaarheid der substantie moet men wel de ruimte als aanschouwingsvorm opvatten, maar de eene moeilijkheid moge daarmee zijn opgelost, de andere blijft : daar is een continue Gegenstand in onzen aanschouwingsvorm terwijl al onze waarnemingen discreet zijn. Ook de latere differentiaalrekening sluit de erkenning van deze moeilijkheid in, daar het de eigenschap der continuïteit symbolisch meedeelt aan het discrete getal, of wordt, wanneer men dit symbolisch karakter vergeet, een verdringen van wetenschap door practische handigheid.

Het wekt dan ook, wanneer men dit slechts voor oogen houdt, geen verwondering, dat juist hier monisme en dualisme uiteengaan. Ruimte- en tijdgrootten vervallen, indien men de actualiteit van 't oneindige toelaat, in ruimte- en tijdlooze punten, maar men komt nooit meer gereed met de saamstelling van deze puntenverzameling tot één geheel : ruimte en tijd worden discontinu ; resultaat van nominalisme, dat in 't geheel niet meer dan de som der deelen ziet,¹⁾ momenten van ondeelbare *relaties* als dingen abstraheert, en zoo door vereenzelviging of paralleliseering van denken en zijn met de oneindige *deelbaarheid* van ruimte en tijd ook de oneindige gedeeldheid van deze gegeven acht. Laat men echter de evenwijdigheid van denken en zijn varen, door relaties en dingen

¹⁾ H. BERGSON, *L'évolution créatrice*¹⁸, 1914, pg. 333/339.

te onderscheiden, dan kan men als verdienste van de Eleaten op 't gebied van 't denken erkennen, dat Parmenides in zooverre recht had, als hij uitsprak, dat geen zijn wetenschappelijk, dus als Gegenstand wordt gegrepen zonder denken, en dat voor deze Gegenstände de logische norm van eenheid en onveranderlijkheid geldt; — in zooverre echter ongelijk, als hij feitelijk denken en norm hier dooreenwart, kenmerk van alle naturalisme, terwijl de verdienste van Zeno is, dat hij, schoon de juistheid der ervaring loochenend, toch eigenlijk beoogde de ervaring met 't denken te verzoenen.¹⁾

Deels bij Heraclitus, deels bij de Eleaten sluiten zich de Sophisten aan. Het waarnemingsobject is verschijnsel (*φαντασία*), — wetenschap is waarneming, — de maat van alle dingen is de mensch, — dit zijn volgens de teekening in Plato's Theaetetus de drie karakteristieke trekken van Protogaras' kenleer²⁾. Als mathematicus is uit dezen kring Theodorus van Cyrene bekend. Hij bewees de irrationaliteit van de vierkantswortels o.a. der getallen 3 en 17, en gaf Plato onderricht. Van meer belang is echter de algemeene invloed der sophisten geweest: ze leggen zich vooral toe op de studie van taal, logica en kenleer. Dualisme en materialisme vragen echter reeds kort daarna alle aandacht en rooven het positivisme zijn korte, maar uitgebreide heerschappij.

In de *hellenistische* periode staat het ethische zoozeer op den voorgrond dat van haar niet zoo heel veel belangstelling voor de mathesis is te verwachten.³⁾ Indirect is slechts een

¹⁾ Vrgl. R. HÖNIGSWALD, Die Philosophie des Altertums, Problemgeschichtliche und Systematische Untersuchungen, 1917, pg. 76/87.

²⁾ LAAS, a.w., I, pg. 29.

³⁾ Ook is na de ontdekking van het irrationeele het naieve realis-

en ander bij de S t o a van belang. De metaphysica van deze school omschrijft de ruimte Aristotelisch als het met 't lichaam gevulde en daarom evenals dit begrensd ; het ledige daarentegen, aangenomen voor de mogelijkheid der beweging, is oneindig deelbaar en uitgestrekt. De logica is vooral van beteekenis door de leer van 't criterium der waarheid, dat in de onmiddellijke evidentie (*ἐνάργεια*) wordt gezocht, en aanwezig is indien de zintuigen volledig gezond zijn en elk *ἔνσθημα* van binnen uit of van buiten af ontbreekt. Karakteristiek is, dat hier het nominalisme den hypothetischen syllogismus, voor de ontwikkeling van het wetsbegrip in de physica van zoo groot belang, maar ook in de toekomst door overdrijving in de richting van het pan-functionalisme uiterst gevaarlijk voor het partieel-substantialisme en daarom ook voor het theïsme, in de formeele logica invoert. Mathematici uit deze school zijn echter niet bekend.

Als 't Grieksche leven steeds meer uit 't centrum naar de peripherie wijkt, en Alexandrië Athene voorbij streeft, brengt de aanraking met Oostersche gedachten en behoeften een verbinding tusschen theologisch-gekleurde wijsbegeerte der oneindigheid en mathesis in de neo-pythagoreische school. 't Oneindige is niet meer het onbegrensde en daarom booze ; 't rationalisme stond bloot aan de critiek van het scepticisme, 't irrationeele herneemt zijn rechten en de onkenbaarheid wordt thans aan 't hoogste, aan God toegeschreven. Bij N i k o m a c h u s v a n G e r a s a treft men 't eerste leerboek der arithmetiek aan ; daarnaast vindt men een werk vermeld

me, dat we o.a. bij de S t o a vinden, niet in staat een filosofie der mathesis voort te brengen. Het praedomineeren der ethische tendenz doet dit conflict geheel vergeten.

van zijn hand over getallentheologie ¹⁾. In dezelfde richting werkt ook Theon van Smyrna. In de arithmetiek van Diophantus van Alexandrië, bij wien van neopythagoreïschen invloed niets te bespeuren valt, zien we, hoe zelfs in den tijd van 't verval, dat de 4e eeuw na Chr. overal op wetenschappelijk gebied kenmerkt, de Grieksche mathesis, beïnvloed door 't Oosten, toch weet te assimileeren wat haar van huis uit vreemd was. „Merkwürdig genug, dasz die Renaissance hierin anknöpfen konnte an den letzten Mathematiker des Altertums, Diophant. . . . Was für andre Luft weht in den Schriften dieses Arithmetikers als in denen der klassischen Geometer” ²⁾.

Doch zou dit mogelijk zijn, dan moesten der wetenschap nieuwe bronnen geopend worden. Altijd weer was de Grieksche mathesis aan de geometrie gebonden; pogingen om de arithmetiek te ontwikkelen vonden we slechts hier en daar en wel opmerkelijk is 't, dat men deze juist 't meest aantreft in den denkerskring, in deze paragraaph beschreven. Het formalisme was van den beginne af de arithmetiek genegen; men vindt deze wetenschap in de oudheid bijna uitsluitend bij zijn aanhangers, die door hun monisme ook 't lichtst met de Indiërs contact verkregen.

Wenden we ons thans tot laatstgenoemden. In religie en philosophie vindt men bij hen de oer-tegenstelling der philosophie van zijn en worden: 't wezen te grijpen en den schijn te verachten is 't middelpunt van beider moraal. Dit Zijn hebben de Indiërs echter nooit „überweltlich” opgevat; „den Glauben an die Einheit der Welt kann man als das

¹⁾ CANTOR, a.w., I, 435.

²⁾ HANKEL, Entwicklung, pg. 9.

Grunddogma der ganzen indischen Anschauung bezeichnen" ¹⁾ Vandaar ook, dat ze de wereld eeuwig denken en haar afleiden uit Aditi, de ongebondenheid, de onbepaaldheid, de oneindigheid ²⁾. De verlossing der ziel is volgens de Vedanta 't inzicht, dat haar wezen identisch is met Brahma ³⁾. Dit naturalisme nu kan niet *verklaren*, want de grond is met de verschijnselen vereenzelvigd. Al spoedig ontwikkelt zich hier dan ook een *formeele* wetenschap; houden de Grieken bij de bestudeering der grammatica zich bezig met problemen van φύσις en θέσις en met een scherpe logische syntaxis, de Indiërs letten vooral op de formeele etymologie; evenzoo vindt de astronomie, waarschijnlijk van Ptolemaeischen oorsprong, hier beoefening en niet 't minst de rekenkunde. Schoon ook zij niet een eigen wijsbegeerte der wiskunde hebben voortgebracht, is toch hun methode duidelijk te onderscheiden van die der Grieken: niet alleen de stof, maar ook de bewerking en 't doel verschilt: „sie legen weniger Werth auf die Begründung, als auf das Resultat, weniger auf das Warum als das Wie; sie operiren mehr mit Ideen und Vorstellungen als mit Begriffen." ⁴⁾ Daardoor boekt het Westen als positieve winst van hun werk de mogelijkheid der analytische geometrie, waartoe als tweede gegeven naast de Grieksche geometrie de Indische analyse noodzakelijk was. Echter merkte hun niet scherpe begripsontleding het principieel verschil tusschen continu en discontinu niet op, waarvoor het Westersch denken als onoverkomelijk bleef staan. Vandaar erkennen ze — en dit is niet

¹⁾ P. D. CHANTEPIE DE LA SAUSSAYE, Lehrbuch der Religionsgeschichte, 1887, I, pg. 346.

²⁾ J. COHN, a.w., pag. 10 en 11.

³⁾ DE LA SAUSSAYE, a.w., pg. 380.

⁴⁾ HANKEL, Zur Geschichte etc., pg. 173.

princiepelijk, maar praktisch een voordeel — bij de oplossing van geometrische vraagstukken niet de noodzakelijkheid bij elke arithmetische bewerking zich aan de geometrie te binden. Slechts terloops zij hier ook op een groote praktische verbetering gewezen: het cijferschrift in onzen vorm, waarin elk cijfer reeds door zijn plaats in het getal eenheden, tien-, of honderdtallen enz. uitdrukt, verving den ouden alphabetischen vorm bij de Armeniërs, den additioneelen bij de Romeinen, den elevatorischen bij Grieken en Romeinen ter aanduiding van groote getallen in gebruik, en verdrong, door de Arabieren naar 't Westen overgebracht, ook het kolommensysteem, dat in de vroege Middeleeuwen hier werd gebezigd. De Arabieren namen dan de rekenpraestaties der Indiërs waarschijnlijk door bemiddeling der overwonnen Perzen, en de Grieksche ¹⁾ geometrie van de Syrische Christenen over. Zelf schiepen ze door de opstelling van eigenlijke vergelijkingen de algebra en deden zoo opnieuw een belangrijken stap vooruit. Daar 't verband met de Grieksche cultuur enger en ook langer van duur was, dan de Indische invloed, accentueeren de Arabieren reeds vrij spoedig weer de oude scheiding tusschen grootte en getal. Dit is, daar deze beide als continu en discontinu tegenover elkander staan, van groote beteekenis. Qui bene distinguit, bene docet: ook voor de nieuwere philosophie is 't opnieuw constateeren van dit verschil uiterst vruchtbaar geweest.

Wenden we ons nu naar 't Westen, dan moet eerst een blik achterwaarts op de Middeleeuwen geworpen worden, niet wyl hier iets *nieuws* voor de formalistische wiskunde zou zijn te vinden, maar wel om hier een vaak voorkomende

¹⁾ Vrgl. DE BOER, a.w., pg. 17.

begripsverwarring te bestrijden. Bij de bestudeering van het formalisme stuit men telkens op verwijzingen naar Aristoteles, naar de Middeleeuwsche logici, met name Raymundus Lullus, en naar Leibniz. Schakelen we voorloopig de behandeling van den laatste uit,¹⁾ dan hebben we slechts te constateeren, dat *formalisme in den zin in welken wij dit begrip definieerden en in welken het past op de tegenwoordige „logistiek” noch bij Aristoteles, noch bij Lullus consequent wordt gevonden*. Aristoteles is als leerling van Plato van huis uit dualist, en hij moge te veel vertrouwd hebben op een omgekeerde evenwijdigheid tusschen inductie en deductie, hij heeft deze parallel niet geheel doorgetrokken: 't oneindige is niet actueel. Daarentegen ontstaat, gelijk we hopen aan te toonen, het naieve realisme van Russell c.s. eerst uit het psychomonisme. De voorstellingen worden op dit standpunt tot dingen, gelijk we dit reeds bij de Pythagoreërs aantreffen; de wetten, volgens welke deze ding-voorstellingen onderling versmelten, zijn natuur-denkwetten, aan „ware” en „valsche” voorstellingen komt dezelfde realiteit toe, 't normatieve onderscheidt zich niet meer van de combinatorische mathematische oordeelen. Op deze wijze wordt de wiskunde een onderdeel van de logica en *alleen op dit standpunt kan ze dit ook zijn*. Logica en wiskunde zijn dan beide deductief uit het gegeven psychische af te leiden.

Lullus behoort als Franciscaner bij de oppositie tegen het Aristotelisch Thomisme. Hij gaat uit van de onmiddellijke zelfevidentie der principia en regels, waarvan de ars magna het systeem levert en is dus meer leerling van Augustinus

¹⁾ Zie hieronder, pg. 58 v.v.

dan van Albertus en Thomas. Dit verhindert niet, dat inderdaad formalistische tendenzen zijn stelsel niet vreemd zijn, maar deze mogen geweten aan de verbinding van een op zichzelf gezond realisme met de logica moderna, die in onderscheiding van de logica vetus en nova niet van Aristotelischen maar van Stoischen oorsprong was, ¹⁾ logica en rhetorica, begrip en woord, kennen en spreken verwarde en in de „*suppositio*” van 't tractaat „de terminorum proprietatibus” begrip en begripsomvang vereenzelvigde, een fout welke, naar we zullen zien, in onzen tijd geheel de leer der transfiniete getallen tot aanzijn bracht. Zijn ars combinatoria, naief realistisch van structuur, verdraagt zich moeilijk met de Augustijnsche irradiatieleer, maar deze tweeslachtigheid eischt een verzoening in de richting die de school van Bonaventura insloeg.

Het formalisme vindt men, nog niet toegepast op de wetkunde, in de Middeleeuwen in het stelsel van Eriugena, Fredegisus, Roscellin en 't Ockhamisme. 't Thomisme gaat slechts evenver vrij uit als Aristoteles: door de breuk met Augustinus maakte het theïsme plaats voor het deïsme en de verbinding van de abstractietheorie met het realisme vindt hare consequentie bij Eckhart. Hetzelfde verschijnsel herhaalt zich in den jongsten tijd: aan katholiceerende mathematici is, gelukkig onder protest van vele anderen, de leer der transfiniete getallen veel verplicht. Een van hen, CASPAR ISENKRAHE, kon ²⁾ deze consequentie staven met een citaat uit Toletus:

¹⁾ UEBERWEG HEINZE, a.w., pg. 356.

²⁾ C. ISENKRAHE, Das Endliche und das Unendliche. Schärfung beider Begriffe, Erörterung vielfacher Streitfragen und Beweisführungen, in denen sie Verwendung finden, 1915.

„In continuo sunt infinitae partes proportionales quarum una non est altera, sunt infinita puncta mediata. Ergo multitudo infinita non repugnat. . . . Dico igitur unum infinitum esse majus altero”.¹⁾

Voorbereid door de Parijsche nominalisten-school in den natijd der Scholastiek is de renaissance getuige van een rijke ontwikkeling der mathesis. Met frissche denkkraft wierp men zich op de problemen. Zoo leverde een der Italiaansche natuurphilosophen, *Cardanus*, bij wien we een wonderlijk mengsel van de meest fantastische voorstellingen vinden, daarbij steunend op gegevens, *Tartaglia* afgedwongen,²⁾ een oplossing van vergelijkingen van den derden graad, wat *Luca Pacioli* in zijne *Summa* (1494) nog onmogelijk achtte. Toch zijn de practische resultaten, zoo bij hem als bij anderen, van grooter waarde dan die van 't nadenken over de grondslagen der mathesis.

Dit vinden we, *Descartes* als intuitionist hier buiten beschouwing gelaten, in deze periode 't eerst bij *Hobbes*, want ook *Baco*, die de quaestie der oneindige deelbaarheid bij de *idola tribus* psychologisch behandelt, heeft geen oog voor de beteekenis der mathesis. *Hobbes*, onder Franschen invloed staande, tracht dit tekort aan te vullen, maar tot een verbinding tusschen het geïmporteerde rationalistische mechanisme en 't inheemsch empirisme kwam 't niet, tenzij men dan het utilistisch standpunt als zoodanig wil aanmerken. De philosophie heeft zich te beperken tot 't waarneembare en dat is beweging van lichamen in de ruimte.³⁾

¹⁾ TOLETUS, In *Summam Sancti Thomae quaestiones* (1575), qu. 7, a, 4, bij *ISENKRAHE*, a.w., pg. 81/82.

²⁾ CANTOR, a.w., II, pg. 462, v.v.

³⁾ Vrgl. *Geschiedenis der Wijsbegeerte* naar de dictaten van wijlen Prof. C. B. SPRUYT, bewerkt door Dr. Ph. Kohnstamm met medewerking

In onderscheiding met *D e s c a r t e s* houdt hij dus lichaam en ruimte uiteen, maar tegenover deze winst staat een belangrijk verlies in de kenleer, die, geheel nominalistisch, teruggaat op de oude abstractietheorie: algemeene voorstellingen, waarin de begrippen overgaan, zijn verbleekte portretten van afzonderlijke gewaarwordingen. Zoo is ook de ruimte een phantasma, verkregen door af te zien van alle andere eigenschappen der dingen behalve het buiten-ons-zijn; de tijd ontstaat door abstractie uit bepaalde bewegingen. Wilt nu de ruimte het meest-geabstraheerde beeld van 't existerende is, zal de geometrie als het eenvoudigste geval der filosofie de wetenschap bij uitnemendheid zijn. Zooals nu in de geometrie de hoofdzaak is niet haar object, maar 't bewijs, waardoor het mogelijk is de af te leiden eigenschappen te voorzien, zoo heeft ook de filosofie slechts het practisch doel vooruit te kunnen zien: alle speculatie bestaat slechts terwille van het doen en werken. De geometrische begrippen, als mathematisch punt en rechte zonder oppervlak, worden niet aan de ervaring ontleend; dat ze slechts begrippen heeten, voor 't gemak ingevoerd om er mee te werken, is op dit standpunt al even consequent, als 't rubriceeren van alle oneindigheidsvragen onder de dogmata der religie, die men terwille van het bestwil van den staat als pillen moet slikken, niet ontleden.

Bij *S p i n o z a* komen we van het empirisme tot het rationalisme. Daarmede hangt samen, dat, terwijl we bij *H o b b e s* de geometrie der filosofie slechts ten voorbeeld zagen gesteld, ze bij *S p i n o z a* met deze samenvalt. In hem beleeft de mathesis haar universeele expansie, zooals in 't denken van dezen tijd de biologie en psychologie. Zijn

van Prof. J. D. v. d. Waals Jr. en Dr. H. G. A. Leignes Bakhoven en met een voorbericht van Prof. I. J. de Bussy, 1905, § 73.

kenleer is niet anders dan zuivere abstractietheorie door de vereenzelviging van het stellen van het begrip met het bestaan van een daaraan beantwoordende substantie waaruit krachtens het „*omnis determinatio est negatio*” volgt, dat God het zuivere niets is, één en onbegrensd, de gevulde ruimtelijkheid. Alle dingen verhouden zich tot God, hun eenige oorzaak, als de eigenschappen van een geometrische figuur tot deze, en de attributen staan tot God als de dimensies tot de ruimte. Niet deductief afgeleid is het *tweetal* dezer attributen, *cogitatio* en *extensio*. 3

Wanneer men nu vraagt, welke zekerheid de mathematische kennis hier bezit, moet het antwoord luiden: Ze valt niet onder het passieve en verwarde van gewaarwording en herinnering als *eerste*, noch onder die der algemeene begrippen als *tweede*, maar, daar de geometrie = theologie is, onder de *derde* soort van kennis, de intuïtie ¹⁾. Daarmede is niet in strijd, dat laatstgenoemde ziet op de substantie, de tweede op de oneindige modi en de eerste op de onbepaalde oneindigheid der zintuigelijke gewaarwording, ²⁾ naar aanleiding van welke uitdrukking men allicht de geometrie onder de tweede soort van kennis zou willen rangschikken; want de opsomming van de oneindige modi die WINDELBAND ³⁾ geeft: (*extensio*): 1. ruimte en 2. materie; (*cogitatio*): 3. *intellectus infinitus*; 4. *universum*, is niet juist; op de vraag van T s c h i r n h a u s om voorbeelden van modi infiniti noemt S p i n o z a slechts naast den in vroegere werken reeds vermelden *intellectus infinitus*, *motus* et *quies* in *extentione* en de *facies totius universi*, de laatste als *modus infinitus* van den tweeden graad; ⁴⁾

¹⁾ Deze onderscheiding: *Ethica*, II, *Propositio XL*.

²⁾ COHN, a.w., pg. 156.

³⁾ WINDELBAND⁵, pg. 224.

⁴⁾ *Epistula LXIV*, vrgl. TH. CAMERER, die *Lehre Spinoza's*, 1877,

van de *ruimte* is hier dus geen sprake. De elementen der geometrie *als zoodanig*, d.w.z. absoluut, ongedeeld, en oneindig gedacht, en dus zonder eenig verband met quantiteit en duur,¹⁾ behooren tot de intuitieve kennis van het *intellect*. Daarmee is echter niet het intuitionisme maar het rationalisme als de juiste kenleer aanvaardt, want voor het synthetische element in de euclidische geometrie, de eenige toen bekende, had Spinoza geen oog, evenmin als Descartes, die echter door de analytische introductie van den methodischen twijfel een tegenwicht had tegen het methodologisch pantheïsme der ratio, waaraan ook hij niet genoegzaam weerstand bood. Indien echter het intuitionisme niet een verbinding biedt van ratio en empirie, heeft het zijn ontstaans- en bestaansrecht verloren, en bij 'n monistische kenleer als de Ethiek voorstaat, is 't onverschillig of men alles uit intuïtie, uit de rede of uit de gewaarwording afleidt: want met den naam intuïtie is 't dualisme hier niet gered, maar uitgesloten: Spinoza's mysticisme is *pan*-intuitionisme, waarvoor ook 't onderscheid der drie soorten slechts gradueel is, en daarmede slaat dit intuitionisme om in de loochening der saamwerking van subject en object, in de ontkenning van elke wisselwerking tusschen psychische en materiele reeks.

Schijnbaar bepalen meer Augustijnsche motieven den gedachtengang van Malebranche, afhankelijk als deze is van de Jansenistische logici. Maar bij nadere kennismaking is de bisschop van Hippo toch niet van voortdurenden invloed op z'n leerling, wiens rationalisme niet terugschrikt voor de loochening van eene door ons denken niet bepaalde realiteit,

pg. 20/28 en 124/130, vooral 129; en ELISABETH SCHMITT, Die unendlichen Modi by Spinoza, Inauguraldissertation, 1910, passim.

¹⁾ Ethica II, Def. IV.

welk idealisme, schoon vóór- critisch en metaphysisch, toch, zooals BUCHENAU terecht aantoonde, in belangrijke punten den weg tot het methodologische baande.

„We zien de dingen in God” klinkt dan ook wel Augustijnsch, maar bij nadere beschouwing blijkt deze terminologie, wel verre van theistisch te zijn, een sterk pantheistisch stempel te dragen. Want waarheid is hier niet de opvatting der feiten zooals God wil, dat we ze opvatten, maar overeenstemming tusschen ons „zien” en God’s „zien”, waarmee ’t onderscheid tusschen God als normgever ook voor ons denken en den aan Zijn normen onderworpen mensch vervalt. Want ook het zien van de dingen in God wil feitelijk zeggen: ’t zien in de ideeën welke de onmiddellijke objecten der kennis heeten, en hier dus de plaats der dingen innemen; nu kan men hierin bij zekere voorzichtige exegese nog wel meegaan, mits er dan maar een verhouding besta tusschen idee en ideaat, maar dat juist geschiedt hier niet want ’t ideaat bestaat niet. Maar zijn de ideeën dan geheel willekeurig? Dat niet; de geest schept de „dingen” niet direct, maar door de *opmerkzaamheid* naar ’t model van de ideeën,¹⁾ en wel niet uit de dingen noch uit zichzelf, maar door den band met een volkomen wezen, dat alle volkomenheden van ’t geschapene in zich sluit. Daarom heet God ook de plaats der geesten zooals de ruimte de plaats der lichamen is (S p i n o z a !), beide zijn slechts mogelijkheden van betrekkingen; dat hiermede krachtens de abstractie-theorie zijner kenleer logische (i.c. = metaphysische) verhoudingen zijn bedoeld, blijkt uit de allesbehalve Augustini-aansche stelling, dat de ideeën limitaties zijn van de gods-idee,²⁾

¹⁾ BUCHENAU, a.art., pg. 443/445.

²⁾ K. FISCHER, Spinoza’s Leben, Werke und Lehre⁵, 1909., (Geschichte der neuern Philosophie, II) pg. 86 en 87.

welke we in de briefwisseling met de Maïran aantreffen ; in deze vinden we ook de gedachte uitgewerkt, dat de dingen zich verhouden tot de uitgebreidheid als hun ideeën tot de idee der uitgebreidheid, zoodat men de „étendue intelligible” vooral niet mag opvatten theistisch als een ons onkenbare orde der dingen, om de localisatie een objectieven grond te geven, maar slechts als de vereenzelviging van ruimte en God.¹⁾ En ook wanneer Malebranche te veel positief de wetenschap heeft beoefend om de conclusie te trekken die z'n systeem vergde, nl. dat men van stonde aan bij de waarneming van een ding de adaequate idee er van vormt, en de benadering in zijn kenleer opneemt, kan hij deze toch niet tot haar recht doen komen : we zien alle dingen in de alheid der realiteit en 't zijn Gods komt als zijn met dat der dingen overeen. De enkele positie van 't begrip en de volheid van 't gegevene worden hier vereenzelvigd.²⁾ Van meer beteekenis is, dat hij 't benaderingsbegrip wel aanwendt bij de oneindigheid in de mathesis : we hebben een apperceptie van 't oneindige, maar omvatten 't niet, doch ook hier brengt dit zuiver wetenschappelijk inzicht het niet tot eenheid met 't systeem, want elders spreekt hij weer niet van de toepassing van een oneindig reeksprinciep op verschillende grootten, maar van verschillende oneindige grootten en aanvaardt dus toch weer 't actueel oneindige.³⁾ Geen wonder, dat voor dit psychologisme de logica niet meer normatief blijft, maar een technische rekenkunst met begripsomvangen wordt : „l'Arith-

¹⁾ Vrgl. BUCHENAU, a.art., pag. 459.

²⁾ a.art., pg. 447.

³⁾ Entretiens, pg. 18, bij BUCHENAU, a.art., pg. 454.

métique et l'Algèbre sont ensemble la véritable logique qui sert à découvrir la vérité" ¹⁾).

Berkeley benadert alle problemen van uit extreem sensualistisch standpunt. Gelijk bekend, is zijn gedachten-gang het best te verklaren als een critiek op Locke. Diens empirisme was dualistisch gebleven; toch had hij beweerd, dat onze kennis slechts in voorstellingen bestond, hoewel hij deze stelling niet consequent had doorgevoerd. Berkeley nu maakt er ernst mee; zijn critiek op 't substantiebegrip deed hem tot de meening neigen, dat substantie niets is dan de som van accidentia; deze zijn echter slechts voorstellingen van onzen geest: een uiterlijke zin waardoor we zouden worden geafficieerd, bestaat niet. Eindelijk voert hij 't nominalisme ten top: met het algemeen begrip moet ook de algemeene voorstelling het veld ruimen. Wanneer men zich zoo beperkt tot het empirisch psychisch ge-gene wordt de tijd bepaald als 't getal der ideeën en acties van onzen geest; 't algemeene begrip wordt eerst in den zin van 't empirisme als een abstractie van het in de individueele verschijnselen identieke gedefinieerd en — dan terecht — in strijd verklaard met het principium contradictionis. ²⁾ Bij toepassing op de mathesis, met welke hij, hoewel haar wezen en beteekenis geheel miskennend, zich *technisch* reeds vroeg bezig hield, levert dit alles de volgende stellingen op: rechten en cirkels komen in de gegeven voorstellingen nooit zuiver voor, dus bestaan ze niet; stokken en schijven, die wel bestaan, bevatten, wijl eindig, ook een eindig aantal deelen, wat logisch is, daar als kenmerk van bestaan hier geldt: zintuige-

¹⁾ Recherche de la vérité, VI, V, tome II, 1675, pg. 305, bij BRUNSCHVIG, a.w., pg. 130.

²⁾ A defence of free-thinking in mathematics, pg. 45/48.

lijke waarneembaarheid ; dus bestaat wel het tienduizendste deel van een mijl, niet van een duim-maat : minima mathematica zijn minima sensibilia ; ¹⁾ dat is reeds de leer in de fijne analyse van de gezichtsgewaarwording „An essay towards a new theory of vision” (1709). Het vacuum en daarmee de absolute ruimte heet niets dan een woord ²⁾, met volkomen veronachtzaming van het hierachter schuilend probleem der metaphysica ; de geometrie kan niet pretendeeren een hogere zekerheid te bezitten dan andere wetenschappen ; wat boven 't psychisch gegevene uitgaat is slechts hulpmiddel. Hetzelfde geldt van het getal : dit is geheel geschapen door de practijk ; door de teekens stellen we ons de dingen voor en wel in dier voege, dat we uit hunne bewerking kunnen afleiden, hoe we ons tegenover hen hebben te gedragen. Aldus is de theorie in „A treatise concerning the principles of human knowledge”, 1710, ontvouwd ; onder dezelfde belichting wordt vooral Newton's fluxie-methode en ook Leibniz' infinitesimaalrekening gezien in „The Analyst, or a discourse addressed to an infidel mathematician” (1734), d.w.z. theoretisch heeten ze onhoudbaar, practisch bruikbaar. Gaan we dus al principieel fout met ze aan te wenden, de eene minitieuze fout maakt practisch de andere goed !

Terecht zegt BUFFON in zijn voorrede op de vertaling van Newton's *Methodus flexionum*, *La méthode des fluxions et des suites infinies* par M. le Chevalier Newton (1740), aangaande Berkeley : „Ce docteur a l'esprit peu fait pour les Mathématiques”, ³⁾ maar toch velle men hier niet te hard

¹⁾ Vrgl. MEYER, a.w., pg. 7.

²⁾ Vrgl. MEYER, a.w., pg. 8 en 26.

³⁾ a.w., Préface, pg. XXV, geciteerd bij MEYER, a.w., pg. 48.

oordeel: ook van enkele beroemde baanbrekers der infinitesimaalrekening mag hetzelfde gelden.

Immers: op het „oneindig-kleine” stuitte men in de *geometrie* reeds vóór Plato, waarschijnlijk — wegens 't nauwe verband van deze wetenschap met de algebra juist bij de Pythagoreeërs mag men dit wel onderstellen — ongeveer gelijktijdig met de ontdekking van het irrationeele *getal*, maar het grensbegrip in dezen zin bleef onvruchtbaar zolang men 't niet verbond met dat der potentieele oneindigheid van Aristoteles. En juist hiertegen verzet zich het naief-realistisch nominalisme, bewust of onbewust. Zoo laat Cavalieri terstond de nauwlijks gewonnen gedachte, dat een oppervlak door beweging van een lijn *ontstaat*,¹⁾ in de „*Methodus indivisibilium*” weer varen en stelt er zich mee tevreden deze indivisibilia, in onbegrensd aantal aanwezig, technisch in de rekening te kunnen aanwenden om ze later te mogen verwaarloozen.²⁾ Geen wonder, dat van een eigenlijke ontwikkeling van de moderne mathesis als instrument der natuurwetenschap geen sprake kan zijn.

Het is tekenend, dat Leibniz bij de eerste aanraking met het oneindigheidsprobleem in de mathesis niet bij Kepler, Galilei, Descartes, Roberval, Wallis, en Fermat, maar bij Cavalieri aansluiting zoekt; trouwens bij de constructie van de ontwikkeling in zijn systeem die hier volgt behoeft dat niet te bevreemden, daar hij, gelijk we hopen aan te toonen, van de nominalistische scholastiek uitgaande, eerst 1672 met het intuitionisme in aanraking komt en pas daarna differentiaalrekening en monadologie

¹⁾ J. COHN, a.w., pg. 30 en 31.

²⁾ H. COHEN, a.w., pg. 30/31.

geleidelijk tot ontwikkeling brengt. Deze historische excursie leert ons dan tevens het beroep van het nieuwere formalisme op hem naar waardij te schatten.

In zijn jeugdwerk „Disputatio metaphysica de principio individui” (1663) is hij nog aanhanger der nominalistische scholastiek: ’t algemeene bestaat alleen in het verstand.¹⁾ In dit werk is nog niets van nieuwere invloeden te bespeuren. Toch bedenke men, dat op dezen tijd ziet wat *Leibniz* in zijn „Vita Leibnitii a se ipso breviter delineata” meedeelde omtrent zijn opvatting van de logica. Reeds zeer vroeg zag hij in de categorieën ’t model van een reeks der eenvoudige begrippen en daarmee der denkbare dingen,²⁾ uit welcher verbinding zich oordeelen lieten afleiden; dit zou wellicht ook bij saamgestelde mogelijk zijn. Hier reeds toont zich de naïef-realistische meening, dat aan een verbinding van begripskenmerken steeds een verbinding van zijns-elementen bij de dingen correspondeert;³⁾ oog voor de onderlinge relaties der begripskenmerken en der elementen afzonderlijk heeft hij al evenmin als voor het kenprobleem: welke zijn de relaties tusschen deze beide terreinen? Zoo moest hij wel, later door *Weigel* in aanraking komend met de moderne natuurphilosophie, welker sporen reeds in de „*Quaestiones philosophicae amoeniores, ex jure collectae*” (1664) zijn te vinden, voorloopig de toevlucht nemen tot de atomistiek. Schertsend

¹⁾ C. J. GERHARDT, Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz, IV, pg. 24/25.

²⁾ KABITZ, a.w., pg. 15.

³⁾ Vrgl. SELVER, a. art., pg. 232, die dit eerst in 1668 opmerkt. Dit verschil hangt samen met ’t hier ingenomen standpunt in de bekende controvers tusschen KABITZ en TRENDLENBURG eener- en SELVER anderzijds. De laatste negeert de nominalistisch-scholastische invloeden, die de eerste erkent, en de tweede overschat.

wordt ze aangewend om *Anaxagoras'* bewering, dat sneeuw zwart is, een hypothetischen grondslag te geven in de „*Conjectura cur Anaxagoras nivem nigram dicere potuisse videatur, petenti Jac. Thomasio in scheda missa*”,¹⁾ maar de atomistiek zelf is hem ernst, gelijk blijkt uit de „*dissertatio de arte combinatoria*” (1666). De oude parallelie tusschen begrip en ding is hier uitgewerkt onder invloed van de door hem zoo geroemde werkjes van Jh. Bisterfeld, die hij blijkbaar ijverig bestudeerde.²⁾ Hij tracht namelijk een classificatie van begrippen te geven; de eenvoudigste wil hij, terecht, vinden door analyse, om ze daarna te combineeren; die combinatieprincipia bepaalt hij nu niet willekeurig, maar wil hij, en hier toont hij zijn liefde voor de mathesis, aan de arithmetiek ontleenen. Zoo brengt optelling van begrippen een hooger begrip voort, zooals optelling van praedicaten een substantie; de synthese in de arithmetische optelling en de transcendentale eenheid der substantie in de verschijnselen ontgaat hem hier klaarblijkelijk nog. Een soort van kenleer, in qualiteit met dit geknutsel op één lijn staande, biedt de „*Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae*” (1667), die Mill en P a s c h eer aan zou doen. Daar echter zijn en denken volkomen parallel lopen, kan hij naast deze empiristische kenleer stellingen verkondigen die de strengste logicus zou kunnen onderschrijven. Geen enkel woord mag gebezigd tenzij uitgelegd, geen oordeel tenzij bewezen. En hij acht zichzelf bevoegd *Descartes'* principia verre bij deze achter te stellen: „*Quas arbitror longè absolutiores esse, quàm quattuor illas Cartesianas in prima Philosophia, quarum*

1) d. 16 Febr. 1666, bij GERHARDT, a.w., I, pg. 8.

2) KABITZ, a.w., pg. 7.

primaria est, quicquid clarè distinctèque percipio, illud est verum: Quae infinitis modis fallit".¹⁾ Deze critiek getuigt niet alleen van gemis aan inzicht in 't belang dezer oplossing, maar ook aan bescheidenheid, want Leibniz moet van zichzelf in 1676 getuigen: „Bacon et Gassendi me sont tombés les premiers entre les mains, leur style familier et aisé estoit plus conforme à un homme qui veut tout lire; il est vrai que j'ay jetté souvent les yeux sur Gallilée et des Cartes, mais comme je ne suis Geomètre que depuis peu, j'estois bientost rebuté de leur manière d'écrire qui avait besoin d'une forte méditation. . . . Cependant ce que je scay des meditations metaphysiques et physiques de Mons. des Cartes, n'est presque venu que de la lecture de quantité de livres écrite un peu plus familièrement, qui rapportent ses opinions." ²⁾ Nu blijkt hij meer oog te hebben voor de problemen dan voorheen en ook de deugd der bescheidenheid heeft zich dan ontwikkeld, want hij voegt er terstond aan toe: „Et il peut arriver que je ne l'aye pas encor bien compris." Cartesius' eigenlijke fout, nl. de substantiveering van de ruimte, is hij nog niet op het spoor. In de „Confessio naturae contra Atheistas" (1668) zoekt hij het onderscheid tusschen denken en zijn, die ook hier parallel blijven, in ruimtelijk bestaan. Toch doet zich hier dan een moeilijkheid voor, die aanleiding is tot zelfcritiek. Indien materie = uitgebreidheid is, dringt, afgezien van de contradictoire tegenstelling waarin de oneindige deelbaarheid der materie in deze theorie met het atomisme staat, welke contradictie Leibniz blijkbaar nog niet ontdekte, zich vooral, indien men althans de individualiteit wil handhaven,

¹⁾ Geciteerd bij: KABITZ, a.w., pg. 23.

²⁾ GERHARDT, a.w., I, 371.

de vraag naar de mogelijkheid der cohaerentie op. Want deze liet zich, wjl in strijd met 't atomisme, moeilijk handhaven als bewijs voor 't bestaan Gods, zooals hij in de *Confessio* nog meent. Een oogenblik zelfs onderscheidt hij in het volgend jaar (1669) *mathesis* en *physica*: de ruimte bezit niets dan drie dimensies en is de algemeene plaats van alle dingen. De natuur kent echter ruimtevulling en weerstand, die men haar niet mag rooven,¹⁾ wat hij ondertusschen in de *Theoria motus abstracti* zelf weer doet. Toch blijft ook thans de absolute ruimte, hoewel dan onderscheiden van de uitgebreidheid, een substantie. En geen wonder, want met 't naieve realisme kan hij nog niet breken. Dat blijkt uit de gedachte, dat een definitie-, theoreem-, geschiedenis- en experimenten-boek in de rechtsspraak definitief zal kunnen beslissen, gelijk hij in de „*Commentatiuncula de iudice contraversiarum seu trutina rationis et normâ textus*” betoogt.²⁾ Dat blijkt eveneens uit een ouder schrijven aan *Thomasius*, waarin hij de ruimte dáárom substantialiteit toekent, „*quod circa haec objecta versatur Geometria, post Metaphysicam perfectissima scientiarum. Objectum autem scientiae, ipsius Aristotelis decretis, substantia est*”.³⁾ En geheel op deze lijn ligt het de ruimte „substantialius corpore” te noemen, wjl blijvend, ook wanneer de corpora worden weggenomen.⁴⁾ Dat blijkt ook uit zijn voorrede op de uitgave (1670) van de empiristische „*Antibarbarus seu de veris principiis et vera ratione philosophandi contra*

¹⁾ GERHARDT, a.w., I, pg. 24.

²⁾ KABITZ, a.w., pg. 25/31.

³⁾ GERHARDT, a.w., I, pg. 10, Oct. 1668. Hoe SELVER, a.art., pg. 243, hier slechts terminologischen invloed van ARISTOTELES kan vinden, is ons een raadsel.

⁴⁾ GERHARDT, a.w., I, pg. 10/11.

pseudophilosophos, Parmae 1553", van den nominalist Nizolius, in welke Leibniz de waarheid aan de zintuigen en de duidelijkheid aan het verstand dankt: „claritatis mensura intellectus, veritatis sensus.”¹⁾ En tenslotte blijkt dit ook uit het vasthouden der combinatorica tot zelfs in de casusleer der ethiek, in de jaren 1669/71.²⁾ Typisch komt de hypothese der omgekeerde evenwijdigheid uit in het plan der „Hypothesis physica nova”, die zich splitst in een „theoria motus concreti” en „theoria motus abstracti”, die beide hetzelfde onderwerp, maar op tweeërlei wijze, nl. respectievelijk empiristisch en rationalistisch behandelen. Dan moet parallel aan de gedachte oneindige deelbaarheid het continu oneindig veel deelen bevatten, en hij aanvaardt dan ook uitdrukkelijk de leer van de actualiteit van 't oneindige: „*Dantur partes in continuo, contra quam sentit acutissimus Thomas Anglus, eaeque infinitae actu, indefinitum Cartesii non in re est, sed cogitante*”.³⁾ Aan de moeilijkheid van het puntbegrip tracht hij te ontkomen door de bewering, dat de punt niet iets is welks deelen niet bestaan of niet waarneembaar zijn, maar welks deelen indistant zijn, welks *grootte* niet valt waar te nemen en welks uitgebreidheid geene is: „*Punctum non est cujus pars nulla est, nec cujus pars non consideratur, sed cujus extensio nulla est, seu cujus partes sunt indistantes, cujus magnitudo est inconsiderabilis, inassignabilis, minor quam quae ratione, nisi infinita ad aliam sensibilem exponi possit, minor quam quae dari potest*.”⁴⁾ Men ziet: een bewe-

¹⁾ GERHARDT, a.w., IV, pg. 138.

²⁾ KABITZ, a.w., pg. 30.

³⁾ GERHARDT, a.w., IV, pg. 228.

⁴⁾ GERHARDT, a.w., IV, pg. 229.

gingsmoment ligt hier nog niet in, wat ook 't beroep op Cavalieri juist in dit verband bewijst; want al staat hier de rust tot de beweging als 0 : 1 en niet meer als een punt tot de ruimte, — hoe 't ontstaan van beweging uit de rust kan worden gedacht, wordt niet aangeduid.

In 1672 valt het bezoek aan Parijs en 't langdurig openthoud aldaar werd voor hem van groot gewicht. Al bleek de aanvankelijke bestudeering van Descartes hem de reeds in 1671 teruggekeerde onderscheiding van mathesis en physica niet te kunnen rooven,¹⁾ schijnen toch Descartes' overige gedachten hem niet onopgemerkt voorbij te zijn gegaan. Zijn artikel „de la Sagesse” onderscheidt fundamenteele waarheden van andere die daaruit kunnen worden afgeleid. De kunst deze principia toe te passen sluit in zich het goed kunnen betoogen, het kunnen uitvinden van onbekende waarheden en het vermogen zich te herinneren wat men op een bepaald punt weet.²⁾ Maar van meer belang is nog de invloed, dien Hobbes op hem uitoefende. In de jaren 1670/73 correspondeert Leibniz met hem, en toont in een schrijven, gedateerd 13—22 Juli 1673³⁾, diens conatustheorie dankbaar te aanvaarden. Maar ook zoo blijkt de eerst nog atomistisch opgevatte conatus niet in staat het substantieprobleem te verklaren met behoud van de individualiteit. Zal de laatste dan moeten vallen? Leibniz kan daaraan niet denken, maar in een deel van dezen brief, dat blijkens den toestand van het manuscript volgens Kabitz⁴⁾ eerst later is toegevoegd, wendt hij den conatus aan om de

1) Vrgl. KABITZ, a.w., pg. 142.

2) GERHARDT, a.w., VII, pg. 82 v.v.

3) GERHARDT, a.w., VII, pg. 572.

4) a.w., pg. 68 noot.

cohaesie te benaderen : „Ego crediderim, ad cohaesionem corporum efficiendam sufficere partium conatum ad se invicem, seu motum, quo una aliam premit. Quia quae se premunt, sunt in conatu penetrationis. Conatus est initium, penetratio unio. Sunt ergo in initio unionis. Quae autem sunt in initio unionis, eorum initia vel termini sunt unum. Quorum termini sunt unum seu τὰ ἔσχατα ἐν, ea etiam Aristotele definitore non jam contigua tantum sed continua sunt, et vere unum corpus, uno motu mobile.”¹⁾ Zoo wordt dan het wezen der dingen conatus, terwijl de continuïteit werking is van deze. Zoolang men echter ding en continuïteit in de verhouding van oorzaak en werking stelt, en ratio met causa en conclusie met effectus parallel denkt, houdt het naief realisme stand.

In denzelfden tijd, dat hij het phoronomisch ruimte-tijd-beeld verwisselt met het dynamische wereldbeeld door de invoering van den conatus en het krachtsbegrip (de strijd tegen Cartesius' substantie-begrip en krachtsmaatstaf) nadert ook z'n mathesis meer de physica. Kepler, Descartes, Fermat e.a. waren hier voorgegaan met hun poging de benadering van grenzen aan een methodische uitdrukking te helpen ; door de invoering van de beweging in de mathesis uit deze een kinematica te ontwikkelen was de inhoud van veler peinzen. Zou men tenslotte den met oneindig veel zijden construeerbaren veelhoek mogen gelijkstellen met den cirkel zonder daarbij de stuitende contradictie van een oneindig getal aan te wenden, dan moest men zich wel een *continue beweging* als principie dezer ontwikkeling van veelhoek tot cirkel denken, en niet slechts den omtrek van den laatsten als grens aannemen tot welke de omtrek der eerste figuur in

¹⁾ GERHARDT, a.w., VII, pg. 573 ; vrgl. ook I, 84 en I, 72.

discrete cijfers van bepaalde aantallen der zijden steeds meer naderde zonder haar ooit te bereiken. Zoodra Leibniz wat Fermat vermoedde bewust formuleerde, nl. dat men 't verschil der quadraturen van een veelhoek met een toenemend aantal zijden en den omgeschreven cirkel $= 0$ mag stellen, daar het kleiner kan worden dan elke grootte hoe klein ook ¹⁾ (26 Maart 1676), was de differentiaalrekening, reeds technisch ontdekt, nu ook principieel gerechtvaardigd. Te betreuren blijft, dat toch een harer ontdekkers, terwille van de propageering van haar techniek, de principieele gedachte daarbij achterstellend, 't gebruik van dx met dat van imaginaire wortels vergeleek! ²⁾ De uitwerking van een en ander verschijnt eerst 1684 onder den titel: „Nova methodus pro maximis et minimis”.

De beweging is zoo in de mathesis ingevoerd, en zelfs bij de parallelie van zijn en denken is daarmee gewonnen, dat de identificatie van ruimte en materie voor goed heeft afgedaan, en z'n vroegere negatieve critiek op 't Cartesiaansch-Spinozistisch substantiebegrip nu positief wordt bijgewerkt: de substantie is één, onruimtelijk en kracht-centrum. Maar de parallelie van 't denken en 't denkvreemde voert tot bedenkelijke consequenties: in een schrijven aan Arnauld, 1686, heet het: „Enfin, j'ay donné une raison decisive, qui à mon avis tient lieu de demonstration; c'est que tousjours, dans toute proposition affirmative, veritable, nécessaire ou contingente, universelle ou singulière, la notion du prédicat est comprise en quelque façon dans celle du sujet, *praedicatum*

¹⁾ GERHARDT, Mathematische Schriften, V, 217.

²⁾ De prioriteitsquaestie, wjl zuiver historisch, blijft hier buiten beschouwing; over het materieel verschil met Newton zie hieronder, § 4, pg. 109.

³⁾ GERHARDT, Philosoph. Schriften, IV, 569.

inest subjecto ; ou bien je ne sçay ce que c'est que la vérité'' ¹⁾. *Metaphysisch* is dit voor elk intuitionist juist, maar juist daarom onjuist voor de kenleer want de kennis is geen subject, maar een relatie ; praedicatum inest subjecto, dus is kennis van de extramentale realiteit afhankelijk van het subject als referens evenzeer als van het object als relatum. ²⁾ Indien het praedicatum inest subjecto echter waar is voor de kenleer, dan zijn alle oordeelen analytisch, dan is kennis van de extramentale realiteit dubbelgangster, zelfs geen afbeelding van het zijn, wijl geen relatie tusschen denken en zijn kan bestaan : het parallelisme wordt geboren. Maar zooals dan alle waarheden logisch voortvoeien uit een oerwaarheid, zoo komt dan ook noodzakelijk alle zijn uit een hoogste zijn voort : het naïeve realisme loopt ook thans uit op pantheïsme, door L e i b n i z' substantiveering van de kracht hier panvitalisme. Uit 't geobjectiveerde „praedicatum inest subjecto'' leidt hij in een door COUTURAT gepubliceerd fragment nu al zijn voor naamste stellingen af : subject en antecedens worden eerst vereenzelvigd, ³⁾ en dan volgt het : *nihil esse sine ratione, seu nullum effectum esse absque causa*, het principium identitatis indiscernibilium, ⁴⁾ het principie van overeenstemming van zijn en denken : nullas dari denominationes pure extrinsecas ; verder, dat 't complete begrip van een substantia singularis al z'n verleden, tegenwoordige en toekomstige praedicaten insluit en deze substantie zelve in perfecta notione sua involvit totum universum ⁵⁾, wijl ze alle slechts verschillende

¹⁾ GERHARDT, a.w., II, pg. 56.

²⁾ Om alle misverstand te voorkomen, zij hier er aan herinnerd, dat voor het intuitionisme een relatie steeds bestaat in twee praedicaten.

³⁾ COUTURAT, a.art., pg. 2.

⁴⁾ a.art., pg. 3.

⁵⁾ a.art., pg. 4.

uitdrukkingen zijn van hetzelfde universum, op alle andere invloed uitoefenen en van deze ondergaan, doch niet metafysisch, maar slechts krachtens de *hypothesis concomitantiae* (*harmonia praestabilita*)¹⁾; eindelijk, dat vacuum noch atoom bestaat en elk deeltje van het universum een oneindige wereld van schepselen bevat. Daar bovendien Gods wijsheid in hare keuze krachtens het optimisme aan het principie van den voldoende grond is gehouden, en dit weer aan dat van de com-possibiliteit, worstelen de praedicaten der monaden in Gods raad om zooveel mogelijk rationeele com-possibiliteit te verkrijgen, en die wereld, waarin deze in de grootste mate bereikt werd, is de geschapene.

Zoo is omstreeks 1686 *Leibniz* gekomen tot een vitalisme der ideeën, een praeformatie van het Darwinisme in platonischen verdubbelingstrant.

Maar zóó had hij 't niet bedoeld: 't *Spinozisme* moest *bestreden* door 't individualisme; zijn latere monadologie wil dan ook juist alle monisme afsnijden. Maar om daartoe te komen is er maar één weg: 't individu metafysisch subject te noemen en de kennis van de extramentale realiteit als een relatie tusschen deze en 'het subject op te vatten; daartoe zijn dan praedicaten van het subject, wat *Kant* „vormen” zal noemen, noodig. Het is dan ook niet toevallig, dat bij het causaliteitsprobleem *Leibniz* het licht opgaat. In z'n „*Systeme nouveau de la nature et de la communication des substances, aussi bien que de l'union qu'il y a entre l'âme et le corps*”,²⁾ ontwikkelt hij de occasionalistische causaliteitsleer (1695), en wanneer *Foucher* daarop de critiek

¹⁾ a.art., pg. 5.

²⁾ GERHARDT, a.w., IV, pg. 477/487.

levert, dat „les principes essentiels de l'étendue ne sauroient exister reellement”, ¹⁾ antwoordt hij: „les points mathématiques. . . . ne sont. . . . que des modalités, c'est à dire des extremités. Et comme tout est indefini dans la ligne abstraite, on y a égard à tout ce qui est possible, comme dans les fractions d'un nombre, sans se mettre en peine des divisions faites actuellement, qui designent ces points de differente maniere. Mais dans les choses substantielles actuelles le tout est un resultat ou assemblage des substances simples ou bien d'une multitude d'unités reelles. Et c'est la confusion de l'ideal et de l'actuel qui a tout embrouillé et fait le labyrinthe de *compositione continui*.” ²⁾

Duidelijker kan het niet gezegd, dat de ruimte niet een ding is. Daarmede was nu de weg gebaad tot Kant's critiek. Maar toch niet zonder dat een geheel andere maar nog scherpzinniger geest deze negatief had bepaald. We bedoelen David Hume, die, beslist monistisch, als eenigen grondslag der wetenschap ervaring en waarneming erkent, daar elk principie aan deze zijn gezag moet ontleenen. Alle mensche-lijke waarneming bestaat in indrukken en ideeën, die slechts gradueel in sterkte verschillen; daarmee is echter reeds wanhopige verwarring mogelijk van zijn en denken, want zwakkere, rechtstreeksche indrukken kunnen zoo in bijzondere omstandigheden tot ideeën en herinneringsbeelden tot fantasieën worden, maar ook omgekeerd sterke ideeën tot indrukken en sterke fantasieën tot herinneringen. ³⁾ Er bestaan tweeërlei relaties: eigenschappen, door welke de ideeën in de inbeel-

¹⁾ a.w., IV, pg. 487.

²⁾ a.w., IV, pg. 491. Daar LEIBNIZ hier op intuitionistischen bodem komt, behandelen we zijn systeem hier niet verder.

³⁾ G. HEYMANS, Schets eener kritische geschiedenis van het causaliteitsbegrip in de nieuwere wijsbegeerte, 1890, pg. 152/173.

dingskracht worden verbonden (associaties) en de bijzondere omstandigheid, in welke wij zelf het goed vinden bij de willekeurige verbinding van twee ideeën in de fantasie ze te vergelijken (philosophische relaties); de laatste zijn zeven in getal en wel: gelijkvormigheid, identiteit, ruimte en tijd, getal, graad, tegenstelling en oorzaak en werking. Algemeene begrippen zijn niet voorstelbaar en bestaan daarom niet dan als afkortingstermen. Is de waarde van algemeen begrip echter slechts deze, dat de inbeeldingskracht volgens de wetten der associatie door een bepaalden term soortgelijke, maar overigens verschillende voorstellingen successief te voorschijn roept, dan bestaan er ook geen algemeene oordeelen, maar slechts waarnemingsoordeelen: alle synthese is aposteriori. Nu leert de waarneming, dat het vermogen van den geest ⁴ beperkt is en nooit een volledige voorstelling van de oneindigheid kan bereiken; maar al wat oneindig deelbaar is moet uit een oneindig aantal deelen bestaan. De idee die we ons van een eindige quantiteit vormen is niet oneindig deelbaar, maar leidt bij analyse tot eenvoudige en ondeelbare elementen. Al wat onmogelijk is en contradictie oplevert bij de vergelijking der ideeën is ook in de werkelijkheid onmogelijk. ¹⁾ Grond voor deze uitspraak is. . . de gewoonte! „Custom is that principle, by which this correspondence (of nature and the succession of our ideas) has been effected.” ²⁾ Maar gewoonte reikt nooit verder dan de werkelijk beleefde gevallen en welk een groot geloof is er noodig zulk een harmonie als *parallelie* te denken, wijl juist de *parallelie* er toe voerde 't onafhankelijk van ons denken bestaan van een wereld voor onbewijsbaar te

¹⁾ BAUMANN, a.w., II, pg. 510/11.

²⁾ Enquiry concerning human understanding, 1748, "V, in fine.

verklaren !¹⁾ Ondertusschen volgt uit H u m e 's principia, dat geen eindige uitgebreidheid oneindig deelbaar is. Een verzameling van twintig menschen bestaat alleen, wanneer de twintig bestaan. Zoo bestaan er ook mathematische punten, zij het ook steeds in verband met kleur en hardheidsgraad. Uitgebreidheid en tijd heeten geabstraheerd uit de waarneming en te verklaren uit tast- en gezichtsorganen. Het naieve realisme is hier duidelijk ; de dingen zijn de oorzaken van de gewaarwording en oorzakelijk verband is ook hier als gelijkheid, niet als *causa occasionalis* verstaan. K a n t, die alleen uit de „Enquiry concerning human understanding” (1748) had geput, meende, dat H u m e's scepticisme op physisch terrein zich niet verdroeg met z'n mathesis en concludeerde dan : indien hij consequent ware geweest zou H u m e de onhoudbaarheid der mathesis moeten hebben ingezien, en, daar dit absurd is, daaruit begrepen hebben het onmogelijke van eigen standpunt. We zien uit het voorgaande, dat K a n t's conclusie op een onjuiste praemisse is gebouwd. H u m e had in zijn „Treatise on human nature” (1739/40) wel degelijk de conclusies voor de mathesis onder de oogen gezien ; hij komt daarop in de „Enquiry” slechts terloops terug, zoodat dit K a n t ontging. K a n t weerlegt dan ook niet H u m e's scepticisme, maar *gelooft er niet in*.

En terecht, want het nominalisme laat ook hier in naam van de empirische methode geen recht ervaren aan de machtigste empirie, dat nl. ons ruimtebeeld continu en oneindig deelbaar is. En al sprekend over ervaring als eenigen grond der kennis, vraagt het niet naar de mogelijkheid van deze ervaring zelve.

De geschiedenis geeft van de praestaties van het formalisme

¹⁾ Vrgl. KOPPELMANN, a.w., I, pg. 33/34.

in de wijsbegeerte der wiskunde geen verheven indruk. En vandaar is het levendig te begrijpen, hoe, van de dagen der Pythagoreërs af tot Hume toe, er altijd zijn geweest die zich, vol eerbied voor den critischen geest die de hier geschetste richting kenmerkt, toch teleurgesteld van haar hebben afgekeerd, en, wat de mathesis aangaat, meer ernst hebben gemaakt met het continu en de mogelijkheid der kennis.

Waar dus het *monisme* in zijn materialistische en psychonistische scholen niet tegen zijn taak, de wiskunde een vasten basis te geven in het systeem, bleek opgewassen, wenden we ons thans met meer vertrouwen tot het *dualisme*.

§ 4. Het intuitionisme.

P. BOUTROUX, L'imagination et les mathématiques selon Descartes, 1901. — CARL BRINKMAN, Ueber kritische Mathematik bei Platon, Ein Beitrag zur Ideenlehre, Abhandlungen der Fries'schen Schule I, 1906, pg. 323/342. — E. CASSIRER, Descartes' Kritik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Erkenntnis, 1899. — L. COUTURAT, La philosophie des mathématiques de Kant, Revue de métaphysique et de morale, XII, 1904, pg. 321/383. — H. GOMPERZ, Platons Ideenlehre, Archiv für Geschichte der Philosophie, XI, 1905, pg. 442/495. — E. v. HARTMANN, Kant's Erkenntnistheorie und Metaphysik, in den vier Perioden ihrer Entwicklung, Neue Ausgabe, z. j. — W. KAHL, Die Lehre vom Primat des Willens bei Augustinus, Duns Scotus und Descartes. — R. KEUSSEN, Bewusstsein und Erkenntnis bei Descartes, Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte, XXII, 1906. — W. REINECKE, Die Grundlagen der Geometrie nach Kant, Vaihinger's Kantstudien, VIII, 1903, pg. 345/396. — RAOUL RICHTER, Bl. Pascals Moralphilosophie, Archiv für Geschichte der Philosophie, V, 1899. — MAX SIMON, Ueber Mathematik, Erweiterung der Einleitung in die Didaktik, Philosophische Arbeiten, II, I, 1908. — A. TRENDELENBURG, Ueber eine Lücke in Kant's Beweis von der ausschliessenden Subjectivität des Raumes und der Zeit. Ein kritisches und antikritisches Blatt, Historische Beiträge zur Philosophie, III, Vermischte Abhandlungen, 1867, pg. 215—276. —

Onder intuitionisme verstaan we volgens onze hoofdindeeling de consequentie van het *dualisme* voor de wiskunde, welke de voornaamste vertegenwoordigers der laatstgenoemde richting dan ook min of meer bewust hebben getrokken.

't Monisme eischt, zooals we zagen, ook een monisme in methode: òf de ratio is 't albeheerschend principie, òf de empirie. 't Dualisme erkent de eigensoortigheid van psyche en physis beide, en verbindt dan ook beider aandeel in het tot stand komen der kennis. 't Denken en het denkvreemde, 't zijn, liggen verzoend bijeen in de levensspanning van 't Ik. Wil 't z'n doel nu bereiken, dan moet het intuitionisme aantoonen, dat bij de physica het denken in het denkvreemde een rol speelt en in de mathesis het denkvreemde niet gemist kan worden bij het denken. Eerst zoo kan het de overwinning behalen op alle formalisme.

Hier hebben we ons bezig te houden met de tweede zijde der quaestie: de noodzakelijkheid van het denkvreemde in de wiskunde. Oogenschijnlijk behoort de intuïtie niet allereerst in de mathesis thuis. Kan men nu bewijzen, dat ze ook in de mathesis recht van bestaan heeft, ja, dat zonder haar deze wetenschap alle waarde verliest, dan is daarmede tevens het denkvreemde element als element van het intuïtieve in de mathesis noodwendig gepostuleerd.

Om aan te toonen, dat de intuïtie in eerster instantie een beteekenis heeft *buiten* de wiskunde, hebben we slechts te wijzen op *kunst* en *religie*. 't Genie heeft zich steeds verzet tegen mechanistische ontleding en mathematische deductie. Hier spreekt men nog gaarne van een conceptie, een innerlijke aanschouwing, een eenheid in plan, een „schöpferische Synthese"; volgens ons is dit „raadsel der individualiteit" slechts te verklaren door de *bijzondere* wijze waarop de *algemeene* idee

„mensch” door God telkens werd verwerkelijkt. Maar ook de religie, hier genomen als verschijnsel dat de filosofie niet heeft weg te redeneeren, maar te verstaan, is slechts te benaderen als een intuïtief verband, waarbij, zal religie niet een waan zijn, steeds te onderscheiden valt tusschen subject en object.

Vandaar dan ook, dat de mystiek steeds het hechtste bolwerk was van het intuitionisme in ruimer zin. Maar juist om dezen reden moet hier apriori alle pantheistische mystiek worden uitgesloten. Wat gold van inductie en deductie, geldt ook hier: wordt *alle* kennis intuïtief genoemd, dan verliest dit begrip zijn waarde, 't dualisme dat in de intuïtie twee-eenheid zien moest, wordt zoo toch weer monisme. 't Theïsme erkent dan ook in zijn religieuze mystieke intuïtie, dat de tweeheid van God en Zijn schepsel blijft bestaan, daar religie twee-eenheid is en, evenals elke synthese van tegenstellingen, slechts kan worden *beleefd*.

Daarmede parallel stelt het ook een beleefde twee-eenheid in de wiskunde. De intuitionistische kenleer heeft dus uit te gaan van het *leven*, maar kan dan ook, *juist wijl ze niet monistisch is*, dit leven niet maar zonder critiek aanvaarden; ze heeft niets weg te doezelen als schijn, maar mag wel en moet zelfs in waardeering onderscheiden. Zoo is het te verklaren, dat 't dualisme steeds 't normatieve een eigen plaats inruimde; naast het feit kent het ook een *beteekenis*.

Deze trekken vinden we reeds in de oudheid als de karakteristieke eigenschappen van het intuitionisme terug. Het naieve realisme was door de ontdekking van het irrationeele getal onmogelijk geworden. ¹⁾ Zijn plaats werd ingenomen door

¹⁾ Zie boven, § 3, pg. 34.

't monisme, dat òf het zijn òf het worden loochende, d.w.z. òf het denkvreemde aan het denken òf het denken aan het denkvreemde opofferde.

Bij S o c r a t e s ziet zich het dualisme voor de taak geplaatst die twee te verbinden in hooger eenheid. Hij heeft 't eerst den moed gehad tegen het psychologisme der sophisten op te treden. „Während die Sophisten den psychologischen Mechanismus studierten, durch den die Meinungen zustande kommen, glaubte Sokrates an ein Vernunftgesetz das die Wahrheit bestimmt”.¹⁾ Zelfkennis en ironie zijn in dezen strijd slechts wapenen waarmee hij het schijn-weten wil treffen : niet de voorstelling van den enkeling, maar het algemeene begrip is het begin van de wetenschap. Daarmede wordt in nuce geleerd, dat 't subject van de wetenschap supra-individueel is. Zijn methode is nog lang niet rijp : uit enkele voorbeelden abstraheert hij het algemeene en de inductie is verre van volkomen ; buitendien beperkt hij zich tot de ethiek en wenscht de geometrie alleen om het practisch nut beoefend te zien,²⁾ maar de grondgedachte, dat de wijsbegeerte niet alleen vraagt naar den oorsprong maar ook naar de *waarde* der kennis is toch een element, dat, bij anderen terugkeerend, zich met dualisme en intuitionisme zal verbinden.

P l a t o gaat reeds veel verder. Zijn uitgangspunt ligt,

¹⁾ WINDELBAND³, pg. 100.

²⁾ Memorabilia IV, VII, 2, 3 :

αὐτίκα γεωμετρίαν μέχρι μὲν τούτον ἔφη δεῖν μανθάνειν ἕως ἱκανός τις γένοιτο, εἴ ποτε δεήσειε, γῆν μέτρῳ ὀρθῶς ἢ παραλαβεῖν ἢ παραδοῦναι ἢ διανεῖμαι ἢ ἔργον ἀποδείξασθαι . . . τὸ δὲ μέχρι τῶν δυσσυνέτων διαγραμμάτων γεωμετρίαν μανθάνειν ἀπεδοκίμαζεν. ὃ τι μὲν γὰρ ὠφελοῖη ταῦτα, οὐκ ἔφη ὀρεῖσθαι.

evenals bij zijn voorganger, in de ethiek, waartoe hij zich in zijn jeugddialogen ook bepaalt. In den Protagoras en den Gorgias zoekt hij naar de waarheid als 't algemeene en weerlegt de scepisis door te wijzen op de zelfgarantie der waarheid : ieder tegenstander van het axioma : „er zijn ware oordeelen” komt met zich zelf in tegenspraak. In den laatsten dialoog trekt hij ook de arithmetiek in zijn gezichtskring : van het onwijsgeerig rekenen spreekt hij als van „logistiek”. ¹⁾ Zelf echter brengt hij de waarheidsvraag niet met deze rekenkunst, maar met de mathesis of wetenschap in verband, en noemt haar den toetssteen der logische theorieën. In den Menon laat hij Socrates aantoonen, dat leeren en weten niet anders is dan een tot zichzelf inkeeren van de onsterfelijke ziel, door zich te herinneren, wat ze in haar praeëxistentie zag. Hij neemt daartoe als voorbeeld een slaaf die de constructie levert van $R = \sqrt{2}$ ²⁾ Hieruit blijkt, hoe Plato inzag, dat de dingen niet steeds door rationeele getallen zijn weer te geven, maar eveneens, hoe hij de theorie die leeren uit herinnering wil verklaren, ook uitstrekt tot de mathesis. Zoo is hier de geometrie van landmeetkunst tot eeuwige waarheid verheven.

Maar — ze heeft dit gemeen met *alle* kennis : het methodologisch monisme is nog niet overwonnen, empirische kennis heeft geen bestaansrecht en van een verbinding is dus nog geen sprake. In 't Symposium hebben de empirische individuen voor 't eerst deel aan de idee. ³⁾ De Phaedo gaat verder :

¹⁾ Gorgias, 451 B. Zoo in den Euthydemus, 290B ook de term „logistici,” zie M. CANTOR, I³, pg. 216.

²⁾ Menon 73/86 ; ter uitlegging van de teekening daar bedoeld, zie M. CANTOR, I³, pg. 218.

³⁾ NATORP's critiek op ZELLER's hypothese van de hypostaseering der ideeën kan 'k niet deelen. Deze *louter historisch-exegetische* quaestie moet hier echter onbesproken blijven.

de tegenstelling van lichaam en ziel blijft, maar aan de empirie wordt niet meer elke waarde ontzegd. Dit is natuurlijk geen oplossing, maar 't constateeren van de moeilijkheid waarvoor 't monisme geen oog heeft. Plato meent nu, dat de herinnering aan de idee slechts *naar aanleiding* van zintuigelijke waarneming mogelijk is; de kennis, λόγοι of ὑπόθεσις, wordt hier voor juist verklaard als men haar met een axioom kan staven. In aansluiting aan het Symposium hebben de getallen deel aan de ideeën: niet door optelling alleen is $1+1=2$, maar door 't deel hebben aan de *idee* eenheid heeft de som van twee eenheden deel aan een nieuwe *idee*, die der tweeheid. Zoo wordt de objectiviteit der arithmetiek geponeerd en tevens de kennis der empirie beperkt tot *vergelijkbaarheid* met de ideeën. Ratio en empirie staan hier nu wel dualistisch naast elkaar, maar nog is het onderscheid tusschen logica en mathesis niet opgemerkt. De Politeia „zeigt wie der Philosoph, unbeschadet seines Bürgerrechts in der wesenhaften Welt der Ideen sich bereit findet und verpflichtet fühlt, auch die Welt des Scheins und der Unvollkommenheit zu durchdringen”.¹⁾ Reeds dit doet apriori vermoeden, dat ook de onderscheiding van logica en mathesis hier te voorschijn zal komen. Immers: hoe meer aandacht 't rationalisme besteedt aan 't *zijn*, des te meer zal het zich den afstand tusschen 't denken en 't denkvreemde bewust worden. Gaat nu daarbij 't oog er voor open, dat de mathesis toepasselijk is op 't gebied der empirie, dan zal allicht aan haar de bemiddelende rol worden opgedragen: zij immers handelt met de ideeën over het onveranderlijke, maar in tegenstelling met deze over het onveranderlijke *in* het veranderlijke. En inderdaad — we worden

¹⁾ WINDELBAND³, pg. 159.

niet teleurgesteld. „Platon'', zoo zegt BRINKMANN¹⁾ terecht, „Platon hat den Gegensatz von unmittelbarer und gedachter Erkenntnis nicht durchschaut und deshalb in dem Komplex der nicht sinnlichen Erkenntnis beide nie recht trennen können. Aber er hat mit geradezu divinatorischem Takt, mit wirklicher *θελα θεωρία* (Politeia, St. p. 517 E) in dem in Begriffen (*εἶδη*) bloz wiederholenden Denken (*λογισμός*) das Hülfsmittel wenigstens gehant, durch das allein die unanschauliche Erkenntnis der Vernunft (*νοῦς*) von den Ideen (*ιδέαι*) ins Bewusstsein (*ἀνάμνησις*) gehoben wird Die Vereinigung von Apriorität und Anschaulichkeit in ihrer²⁾ Erkenntnisweise wird klar erfasst''. Hij beroept zich ter staving van dit beweren, juist op een plaats van de Politeia,³⁾ welke spreekt van de axioma's, die de geometrie niet bewijst, maar als uitgangspunt aanvaardt. Deze nu behooren ook tot de kennis van den *νοῦς*: de ziel moet bij het onderzoek grondstellingen gebruiken, en niet op één principie terugkeeren, ze moet de dingen als beelden bezien. Onder het andere deel der redekennis verstaat hij dan die welke het verstand bereikt door reflectie, zonder aanwending van het aanschouwelijke, en die alleen met bloote begrippen door bloote begrippen tot bloote begrippen voortschrijdt, in begrippen eindigt en zekerder is dan de kennis der mathesis. Hij rangschikt dan: *νόησις*, rede, *διάνοια*, verstand, *πίστις* zintuigelijke waarneming en *εἰκασία*, zinnebeeldige voorstelling; ze bezitten zooveel zekerheid als hunne objecten existentie.⁴⁾ De mathe-

¹⁾ a.art., pg. 336/337.

²⁾ nl. die der Mathematik.

³⁾ 509 D/511 D.

⁴⁾ Bij de uitlegging van deze plaats verwacht P. NATORP, Plato's Ideenlehre, 1903, pg. 187, evenals vaak elders, wetenschap en object, welke Plato hier zoo duidelijk uiteenhoudt. Zie ook GOMPERZ, a.art., pg. 465, v.v.

matische zekerheid staat hier dus aan de zijde der idee : ze is een wetenschap van het altijd zijnde, niet aangewend om het gebruik, maar om van de zintuigelijke wereld op te stijgen tot het rijk der ideeën. Zoo vormt ze den overgang tusschen beide.

In den Parmenides schijnt 't streven te heerschen 't onvolgende van eigen tot nog toe gegeven ontwikkeling der ideeënleer aan te toonen ; slechts in zóóverre schijnt hij voor ons onderwerp van waarde, als de tegenstelling van 't begrensde als 't waardevolle en 't onbegrensde als 't waardelooze den oud-Griekschen en de substantialiseering van 't onbegrensde (= materie) nog den oorspronkelijken rationalistisch-monistischen geest verraadt.

Voor al echter de Timaeus is voor ons van belang, niet 't minst door de parallelie van een zijner bekendste plaatsen met de besproken driedeeeling in de Politeia. We bedoelen Timaeus 48—52, ook bij RITTER ¹⁾ en ZELLER ²⁾ behandeld. We nemen hier RITTER's vertaling en geven ter vergelijking den oorspronkelijken tekst van het laatste en voornaamste deel in de noot.

„Vroeger”, zoo zegt P l a t o, „hebben wij twee soorten onderscheiden, nu moeten wij nog een andere, eene derde aanwijzen. Want die twee waren voor het vroeger gezegde voldoende, de eene, als voorbeeld ten grondslag gelegd, te vatten door middel van het denken en steeds op dezelfde wijze bestaande, de andere, navolging van het voorbeeld, die een ont-

¹⁾ P. H. RITTER, Schets eener critische geschiedenis van het substantiebegrip in de nieuwere wijsbegeerte, 1906, pg. 74/77.

²⁾ E. ZELLER, a.w., II, 14, 1889, pg. 740 v.v.

staan heeft en zichtbaar is. Een derde hebben wij toen niet onderscheiden, daar wij meenden, dat die twee voldoende waren, maar nu schijnt de Rede ons te noodzaken, eene moeilijke en duistere soort met woorden te trachten duidelijk te maken. Welke beteekenis heeft men haar, in overeenstemming met haar wezen, toe te kennen? In hoofdzaak deze, dat ze eene is, die het worden in ontvangst neemt, als ware het een zoogster. Nu is wel is waar iets waars gezegd, maar toch moet hierover nog duidelijker worden gesproken¹⁾. . . Toegegaan moet worden: de een is de steeds op dezelfde wijze zich verhoudende soort, niet voortgebracht en onvergankelijk, noch in zichzelf iets anders van elders opnemend, noch zelf ergens in iets anders ingaande, onzichtbaar en ook verder niet door middel van de zinnen waarneembaar, de beschouwing waarvan is opgedragen aan het redelijk denken; de tweede echter gelijknamig en gelijk eraan, zinnelijk waarneembaar, steeds in beweging, ontstaande op eene bepaalde plaats, en vandaar weder verdwijnend, te vatten door meening, door middel van de zinnelijke waarneming; de derde²⁾ daarentegen, de steeds zijnde soort der *ruimte*, aan geen ondergang onderworpen, plaats verzekerend aan alles wat een ontstaan heeft, zelf echter zonder werkzaamheid der zinnen, door een soort onecht denken te vatten en nauwelijks geloof-

1) Timaeus, 48 E/49 B.

2) τρίτον δὲ αὖ γένος, ὃν τὸ τῆς χώρας αἰεί, φθορὰν οὐ προσδεχόμενον, ἔδραν δὲ παρέχον ὅσα ἔχει γένεσιν πᾶσιν, αὐτὸ δὲ μετ' ἀναισθησίας ἅπτον λογισμῶ τινὶ νόθῳ, μόγις πιστόν, πρὸς δὲ δὴ καὶ ὄνειροπολοῦμεν βλέποντες καὶ φάμεν ἀναγκαῖον εἶναι πού τὸ ὃν ἅπαν ἔν τινι τόπῳ καὶ κατέχον χώραν τινά, τὸ δὲ μήτε ἐν γῇ μήτε πού καὶ οὐρανὸν οὐδὲν εἶναι.

baar, die ruimte, welke wij ook in 't oog hebben, wanneer wij droomen en beweren, dat alles wat is, op een plaats moet zijn en eene plaats moet innemen, en dat wat noch op aarde noch in den hemel is, niets is''.

Vergelijken we nu de geciteerde plaats uit de Politeia met deze uit den Timaeus, dan treft onmiddellijk een duidelijke parallel tusschen het gebied der *kennis* en dat van het *zijn*. In de *kennis* was de mathematische zekerheid :

- a. een andere dan die der idee,
- b. tusschen de kennis der ideeën en die door zintuigelijke waarneming instaaude,
- c. toch staande aan de zijde der idee.

In het *zijn* beantwoordt daaraan, dat de *χώρα* een *zijn* ¹⁾ heeft, dat

- a. anders is dan dat van de idee,
- b. het midden houdt tusschen het eeuwige en veranderlijke zijn,
- c. toch staat aan de zijde der idee.

Wat is nu de beteekenis van de plaats uit den Timaeus? RITTER meende vroeger, dat er de idealiteit der ruimte in was uitgedrukt. Maar terecht voert ZELLER daartegen aan, dat ARISTOTELES hiervan niets weet en heel deze opvatting een anachronisme is. RITTER zelf is dan ook in het genoemde werk veel voorzichtiger in zijn terminologie. Volgens ZELLER moet men hier *χώρα* niet als de ruimte-idee maar als „Form der Materialität die Form des räumlichen Daseins” opvatten. Inderdaad schijnt dit met P l a t o's overige dialogen meer in overeenstemming. Toch is RITTER's opvatting in zooverre juist, dat P L A T O op den duur tot de idealiteit der ruimte had

¹⁾ Dit tegenover de Marburger school.

moeten komen. Dit is echter geheel iets anders dan de bewering dat hij haar zou *hebben* geleerd. Zóó opgevat kan ook ZELLER geen bezwaren meer hebben, want zelf levert hij de immanente critiek, dat de $\chi\acute{\omega}\rho\alpha$ volgens deze plaats niet voorwerp der waarneming kan zijn, maar nog minder voorwerp van 't denken, dat slechts met 't waarachtig zijnde zich bezig houdt. Zoo „lässt sich schlechterdings nicht einsehen, wie wir zur Vorstellung von diesem Wesen kommen, wenn wir es weder wahrzunehmen, noch zu denken im Stande sind.”¹⁾

Sluiten we ons dus in de verklaring van de plaats in den Timaeus bij ZELLER aan en keeren we thans terug tot de gevonden parallel, dan blijkt, hoe volgens Plato de kennis der mathesis volkomen beantwoordt aan dit *gedachte zijn*, dat in zóóverre algemeen is, dat we 't vinden wanneer we, van alle bijzondere eigenschappen van 't zintuigelijk-waarneembare afziende, tot zijn gemeenschappelijke eigenaardigheid teruggaan, terwijl het dit toch, naar Plato's eigen grondstellingen, niet mag zijn. M.a.w.: de parallel tusschen mathesis als middensoort op het gebied der kennis en de $\chi\acute{\omega}\rho\alpha$ als middensoort op het terrein van het zijn heeft betrekking op de *toegepaste* mathesis, en nu begrijpen we, waarom, bij deze vereenzelviging van ruimte en oermaterie, Plato den demiurg de wereld uit geometrische figuren doet opbouwen; maar ook, waarom de ideeën in deze laatste perioden ideaal-getallen worden, oerbeelden der mathematische getallen.

Dit vormt den overgang tot de stelling van den Philebus, dat de grens 't onbegrensde bepaalt en zoo b.v. de

¹⁾ ZELLER, a.w., pg. 742.

bepaalde verhouding van hoogte en tempo een bepaalde melodie voortbrengt. Onbegrensd heet hier dan verder al datgene wat quantitative vermeerdering en vermindering toestaat, welke omschrijving reeds een praeformatie inhoudt van de potentieele oneindigheid bij zijn leerling. Zelf heeft Plato hier de zoo noodige helderheid niet mogen bereiken.

Voor wie na Aristoteles en Kant leeft, is critiek hier natuurlijk vrij licht. Maar liever stippen we de voorloopige winst aan voor het intuitionisme :

1. De *arithmetiek* wordt, door het axiomatische bestanddeel dat hare waarheden verkrijgen door het deelhebben aan de objectieve ideeën der eenheid, tweeheid enz., ontrukkt aan de nominalistische verklaring als zou slechts willekeurige onderscheiding het doel der telling zijn. Maar juist door deze verbinding met de idee raakt het getal het probleem van de verandering bij de substantie.

2. Inzake de *geometrie* wordt de algemeengeldigheid harer oordeelen ingezien en verklaard uit een tusschensoort van kennis tusschen ervaring en denken in.

Alleen maar, de idee zelf is, tenzij men haar modern epexegetiseert, algemeen begrip, dat klassen onder zich subsumeert, en niet in staat is de gewenschte eenheid tot stand te brengen. Gelijk we zullen zien heeft de moderne logistiek juist dit min gelukkige element overgenomen ¹⁾ en daarentegen voor de intuitionistische grondgedachte geen oog gehad.

Maar niet alleen bij den grondslag der mathesis is sprake van wat men het „intuitionisme” van Plato zou kun-

¹⁾ Zie b.v. hieronder, § 13, pg. 326.

nen noemen; ook in de opvatting van het bewijs als de synthetische eenheid van het betoog ligt een rijke gedachte tegenover het steeds doelloos formuleeren van nieuwe gelijkheden bij het formalisme. Daardoor brengt Plato ook de methodiek vooruit in de *deductie*, onder welke we zoowel de *analyse* verstaan die het demonstrandum hypothetisch aanneemt, als het *bewijs* uit het *ongelijkmde*; beide zijn eerst mogelijk uit het synthetisch standpunt.

Geen wonder dan ook dat het Platonisme uiterst vruchtbaar was voor de ontwikkeling der mathesis. Toen Socrates' leerling zijn onderwijs aanving, zegt HANKEL, was de Pythagoreeër Archytas van Tarente († 365) de eenige Grieksche geometer van naam. Onder de latere daarentegen zijn Leodamas van Thasos, Theaetetus van Athene, Neoclides, Leon en Eudoxus van Cnidos vrienden der Academie; Amyclas van Heraclea, Menaechmus, Dinostratus, Theudias van Magnesia, e.a. waren leerlingen van Plato in enger zin.¹⁾

Of Aristoteles afzonderlijk aandacht heeft gewijd aan technisch mathematische vraagstukken mag betwijfeld worden.²⁾ Zijn groote beteekenis ligt voor het intuïtisme op het gebied van de beginselen der logica. Terwijl Plato op het voetspoor van Socrates nog uitging van het begrip, vangt Aristoteles aan met het oordeel. Eerst de synthese, de *συμπλοκή* in het oordeel valt onder de waardeering „waar of valsch”. Dit oordeel

¹⁾ HANKEL, Zur Geschichte, pg. 130/131.

²⁾ Vrgl. ZELLER, a.w., II², pg. 76, n. 2, (pg. 77) en pg. 90, n. 1; voorts WINDELBAND³, pg. 216.

is dan te onderscheiden van de psychische oordeelsactie ; het kan begeleid worden door middellijke en onmiddellijke zekerheid ; in 't eerste geval gaan de oordeelen dan weer in apodictische en epagogische uiteen. Onmiddellijk zeker, *ἀμεσα*, zijn niet slechts de logische grondwetten, maar ook de *οἰκείται ἀρχαί* of *αἱ ἐκάστον ἀρχαί*. Zoo heeft de mathesis haar eigen principia die als oordeelen *synthetisch* zijn, zonder dat de aard van deze synthese wordt aangeduid.

Had Aristoteles deze grondgedachte nu verder uitgewerkt, dan had zijn stelsel ongetwijfeld een geheel anderen aanblik geboden dan thans. Immers, terwijl deze principieele lijnen door het intuitionisme zijn te aanvaarden, is dit niet zonder meer het geval met de subsumptiologica, die een zuivere copy is van de toen nog enkel statische, classificeerende biologie. Door de vereenzelviging van wezen en soortbegrip kon de definitie *ἐκ γένους καὶ διαφορῶν* ¹⁾ haar hulpmiddel bij uitnemendheid worden : de classificatie geschiedde door 't individueele te supponeeren aan 't geabstraheerde algemeene. Op zichzelf is zij, aldus aangebracht, voor den realist bij begrippen ongetwijfeld een der belangrijkste van de mogelijke classificaties, ²⁾ maar slechts in nauw verband met de bovengenoemde principia kon ze vruchtbaar blijven ; zoodra men echter meende alles te kunnen overbrengen in 't ontologische, moest men door steeds verdere abstractie wel eindigen in het hoogste en daarom ook ledigste begrip van het *zijn*. Spinoza kan wat dit betreft, de meest consequente Aristotelicus heeten en hier is ook de band van het formalisme met den

¹⁾ Topica I, 8.

²⁾ Vrgl. H. RICKERT, Zur Lehre von der Definition, 1888, pg. 3.

Stagyriet, zooals Hamilton Plato's leerling gaarne noemde.

Wat geeft ons dan het recht Aristoteles onder de intuitionisten te rangschikken? Behalve de geschetste principia de gelukkige analyse, aan welke hij de actueele oneindigheid onderwerpt. Objectieveert men de abstractie-logica, dan heeft het nominalisme gelijk: het geheel is de som der elementen. Maar nauwelijks begeeft Aristoteles zelf zich op het gebied der vakwetenschap of hij vindt toch in het geheel meer dan de som der elementen. Dit hangt samen met z'n continuïteitsleer, die afhankelijk is van zijn oneindigheidstheorie, in welke hij naar beide zijden tegenstander is van het atomisme: hij loochent de eindige deelbaarheid in de richting van 't oneindig kleine en de oneindige uitgebreidheid naar 't oneindig-groote. Oneindigheid is hem alleen een toestand van grootte en dus geen substantie noch element der dingen. De oneindigheid der *dingen* strijdt tegen hun begrensdeheid, tegen de loochening van *alle* oneindigheid verzet zich 't onbegonnen-zijn van den tijd en de onvoltooibaarheid in tijd en getal beide. De onderscheiding tusschen toelaatbaar en ontoelaatbaar bij de oneindigheid ligt in de termen *δυνάμει* en *ἐντελεχείᾳ*. Terecht merkt COHN, wiens in dit opzicht duidelijke uiteenzetting ¹⁾ we hier volgen, op, dat *δυνάμει* hier anders dan gewoonlijk wordt verstaan, nl. niet als 't zijn der materie die een vorm behoeft, maar als de onbegrensde mogelijkheid van oneindigen voortgang. ²⁾ Van hieruit benadert Aristoteles nu het continu: de deelbaarheid

¹⁾ a.w., pg. 36/48.

²⁾ a.w., pg. 38.

is onbegrensd en de beweging is niet op te lossen in een som van rustpoozen. Echter noodzaakt zijn relatief begrip van de ruimte (de ruimte is de grens van het omsluitende lichaam tegen het omslotene)¹⁾, waardoor deze wordt herleid tot een attribuut der dingen, hem ook de potentieele oneindigheid der ruimte te loochenen omdat hij zich niet een tot oneindige grootte groeiend lichaam kon denken.

De schijnbare contradictie tusschen zijn van de biologie gecopieerde logica (niet hare principia) en deze analyse ligt nu niet in de tegenstelling subject-praedicaatlogica en de loochening der voltooide oneindigheid op zichzelf, maar slechts tusschen deze laatste en de *ontologisch verwerkte* abstractiologica. De opgemerkte moeilijkheid betreft de vraag naar het terrein waarvoor de bedoelde logica geldt. Zoo bezien hebben we aan hem te danken: 1e de subject-praedicaatslogica en ten 2e. de loochening van de actueele oneindigheid. Beide zijn juist, de contradictie ontstaat eerst wanneer men de subsumptiologica albeheerschennd wil laten gelden ook op een terrein waar geen *dingen* bestaan, en men dus vervalt tot de Verdinglichung van het naief realisme. Elk afzonderlijk genomen zijn ze beide hoeksteen voor het intuitionistisch systeem: felle critiek moge op Aristoteles' logica geleverd zijn, ze komt meest voort uit de loochening van het subject ten bate van het praedicaat, de relaties, en eindigt in Heraclitisme. Maar geen relatie zonder referens en relatum, en, mits blijvend binnen het terrein der *dingen*, is de oude logica een *κτῆμα εἰς αἰ.* De „logistiek” moge de actualiteit van het oneindige weer

¹⁾ τὸ τοῦ περιέχοντος πέρας ἀκίνητον πρῶτον.

De Caelo, 310, b. 7.

tegen Aristoteles hebben verdedigd, ze verviel in de antinomieën van de oude Eleatenschool. De verzoening der contradictie is mogelijk door afbakening, en dit juist bedoelt het dualisme: wat relatie is moet niet als ding behandeld en wat menschenlijke geest met het object medeschept is geen ding, maar wat ding is is dan ook niet door ons mede-geschapen. De relatie kan mede *afhankelijk* zijn van het *subject*: kennis zelf is een relatie, en daarom is classificatie van alles als dingen zonder meer niet mogelijk; waagt men er zich toch aan, dan verkrijgt men geen wetenschap, maar naief-realistische indeeling, waarboven zelfs de scholastiek nog grootendeels uitgaat door hare eliminering van contradicties, die op dit standpunt rijzen.

Hoewel het intuitionisme dus ongetwijfeld rijke winst bij Aristoteles te boeken heeft, blijft Plato de diepere geest. Terwijl Aristoteles den laatsten grond der waarheid zoekt in de onmiddellijke zekerheid, verdiepte zich bij zijn leermeester de jeugdgedachte van de zelfgarantie der waarheid in voortdurenden strijd tegen het psychologistische „de mensch is de maatstaf der dingen”, tot het inzicht, dat God alleen hier maatstaf kan zijn.¹⁾

Euclides' Stoicheia, die reeds tot de Alexandrijnsche school behooren,²⁾ ademen in een Aristotelische sfeer. Ook zij staan passief tegenover de objecten en rangschikken ze in dezelfde hierarchie als 't begrippensysteem, en de theoretisch als noodzakelijk erkende, maar practisch ge-

¹⁾ Nomoi Δ, VIII, 716 C.

ὁ δὲ θεὸς ἡμῖν πάντων χρημάτων μέτρον ἐν εἰ μάλιστα, καὶ πολὺ μᾶλλον ἢ πού τις, ὥς φασιν, ἄνθρωπος.

²⁾ L. M. KLINKENBERG, De eerste ontwikkeling onzer meetkunde (overgedrukt uit het „Wiskundig Tijdschrift”), 1918, pg. 33/38.

brekkige empirie van Aristoteles vindt men hier terug in het synthetisch bewijs, dat van te voren niet door mathematische analyse wordt aannemelijk gemaakt. Ook hier heet 't echter van de punt in de eerste bepaling *σημείον ἔστιν οὗ μέγος οὐθέν*.

De werkmethode van de Grieksche geometrie is door en door visueel: zelfs wordt bij het bewijs de figuur, 't aanschouwelijke beeld, niet verwaarloosd en vindt men hier dus ook de lagere soort intuïtie, wat later „imagination” zal heeten in tegenstelling met de intuïtie in enger en hooger zin. Ja zelfs was de redeneering zóózeer daaraan gebonden, dat een oplossing alleen goed kon heeten indien ze door lineaal en passer kon geconstrueerd. Dit was van ver strekkenden invloed op de arithmetiek: men zocht niet naar oplossingen der vergelijkingen van hooger graad dan den derden, daar er voor deze geen geometrisch equivalent kon worden geconstrueerd.

De strijd der scholen met hare vooral practische tendenzen kwam de philosophie der mathesis in de na-Aristotelische periode niet ten goede. Wel beleefde het intuitionisme in het Neoplatonisme schijnbaar een tijd van grooten bloei, maar waarde had dit stelsel toch slechts in zóóverre als het een nieuwe opvatting van het Platonisme concipieerde. Aan het ideotheïsme¹⁾ van Plato geeft het een pantheistischen inslag: de ideeën zijn in den goddelijken geest immanent en emaneeren uit hem. Zoo viert de mystiek hoogtij ook in de wetenschap: *alle* kennis wordt intuïtief. De mathesis, gesteld al dat het Neoplatonisme zich er in had verdiept, heeft zoo toch weer dezelfde zekerheid als de ervaring.

¹⁾ Vrgl. HEPP, a.w., pg. 71.

Het jeugdig Christendom kiest partij voor een intuitionistische filosofie. Na geleidelijke ontwikkeling van het wilsprobleem, dat metaphysisch door de Stoa en ethisch-religieus eerst door 't Christendom wordt doordacht,¹⁾ verkrijgt het voluntarisme hier rechten tegenover het Grieksche intellectualistische optimisme, dat Plato nog deed meenen, dat niemand vrijwillig zondigt en Aristoteles, ondanks z'n verzet tegen deze stelling, toch de vrijheid als een praedicaat meer van 't verstand dan van den wil deed opvatten. Terwijl Origenes nu dit probleem van de objectief-kosmologische zijde beziet, is 't westersch Christendom meer subjectief-anthropologisch, en komt dan ook met Augustinus uit bij het zelfbewustzijn en dit is een intuïtief gegeven bij uitnemendheid. „Ik besta” is oneindig veel meer dan het principium identitatis. Het is een *synthetisch* oordeel apriori. Maar toch heeft hij zelf den rijkdom van z'n zoo gelukkige vondst, nl. de voorstelling van het psychologisme te vervangen door het zelfbewustzijn van een kenleer die daardoor de kloof overbrugde die de scepsis steeds breder had gegraven tusschen zichzelf en de metaphysica, nog niet naar waarde geschat.²⁾ HEPP betoogde, dat hij het verband tusschen *theologie* en kenleer niet genoegzaam doorzag.³⁾ We kunnen ook opmerken, dat nagenoeg elke toepassing op het terrein der *exacte wetenschappen* ontbreekt.⁴⁾ Ook wat hij van den tijd zegt is meer een worstelen met het probleem dan een juist

¹⁾ KAHL, a.w., pg. 1/19.

²⁾ Zie hieronder, § 14, pg. 349/351.

³⁾ HEPP, a.w., pg. 74 en vervolg.

⁴⁾ Zie TH. L. HAITJEMA, Augustinus' wetenschapsidee, Bijdrage tot de kennis van de opkomst der idee eener christelijke wetenschap in de antieke wereld, 1917, pg. 174/6.

stellen. De tijd is met de wereld geschapen,¹⁾ „tempus sine aliqua mobili mutabilitate non est.”²⁾ „Quid Deus est tempus? Si nemo a me quaerat, scio, si quaerenti explicari velim, nescio.”³⁾ De tijd is een bepaalde uitbreiding.⁴⁾ In mijn geest weet ik de tijden; de indruk, dien de voorbijgaande dingen op me maken, blijft, ook wanneer ze zijn voorbijgegaan (memoriatheorie) en deze meet ik wanneer ik den tijd meet.⁵⁾ De meting van den tijd hangt zoo af van expectatio, attentio, memoria.⁶⁾

Ook in het tijdsprobleem is hij dus de uitnemende psycholoog, maar de quaestie der actualiteit van het oneindige komt hier nauwelijks⁷⁾ op, en, schoon natuurlijk de theistische onderscheiding van eeuwigheid en tijd van het hoogste gewicht is — worden aanschouwingsvorm en successie nog niet onderscheiden.⁸⁾

Desondanks mag dankbaar geconstateerd, dat in Augustinus' kenleer alleen maar de consequentie ontbrak om volkomen recht te doen ervaren aan de mathesis. De neoplatonische invloeden die hij onderging zijn hem wel is waar behulpzaam geweest om van den twijfel der academici uit tot werkelijk *theistische* stellingen te komen, maar werkten toch ook verwarrend door hun vereenzelviging van het *wezen* Gods en de *norm* die Hij aan 't creatuurlijke stelt: beginnende bij het zelfbewustzijn, onderscheidt hij zintuigelijke gewaar-

¹⁾ De civitate Dei, XI, 5.

²⁾ De civitate Dei, XI, 6.

³⁾ Conf. XI, 14.

⁴⁾ Conf. XI, 23.

⁵⁾ Conf. XI, 27.

⁶⁾ Conf. XI, 18.

⁷⁾ Conf. XI, 17.

⁸⁾ Vrgl. Conf. XI, 14 met XI, 15.

wordingen, een innerlijke waarneming die zich op deze richt, en een rede die zich zoowel deze innerlijke waarneming als zichzelf bewust wordt; boven den oordeelende staat datgene *waarnaar* hij oordeelt. ¹⁾ Zoo wordt 't normatief karakter der logica impliciet beleden, evenzeer als tegenover 't manichaeïsme 't psychologisch indeterminisme dat, ondergeschikt aan het theologisch-metaphysisch determinisme (pelagiaansche strijd), 't beginsel van alle zelfbewust intuitionisme moet heeten. Maar elders heet 't weer, dat God zelf de absolute wijsheid is, naar welke ieder individueel ding streeft zonder haar ooit te bereiken. ²⁾

Desondanks zal 't bij wie hier meer dan neoplatonisme vindt geen verwondering wekken, dat tegenover de onvruchtbaarheid der middeleeuwsche mathesis in de Thomistische lijn, de Augustiniaansche Franciscaners de beginselen der wiskunde, ondanks alles wat de technische ontwikkeling dezer wetenschap in die dagen tegen was, nog het meest hebben bestudeerd en doorzien. *Bona ventura* verzet zich tegen *Thomas'* verzwakking der leer van het goddelijk licht. Elk oordeel vergt een verbinding van ons intellect met de eeuwige waarheid zelf; de geldigheid der kennis heeft het aan de eeuwige normen, den inhoud aan zijn Gegenstände te danken. En in heftigen strijd tegen het toen weer dreigend pantheïsme in de vergoddelijking van den door *Averroes* monistisch opgevatte intellectus agens verkrijgt *Matheus ab Aquasparte* zelfs het inzicht, dat er twee groepen van absoluut zeker weten bestaan: de eerste omvat het zelfbewustzijn, de tweede de axioma's der logica en de stellingen

¹⁾ Conf. XII, 25. Vrgl. UEBERWEG—HEINZE, a.w., pg. 157.

²⁾ De vera rel. XI, 21.

der arithmetiek.¹⁾ Hier is het theïsme er in geslaagd althans de verdere richting aan te geven, schoon wie zwierven over de doolpaden van rationalisme en idealisme eeuwen lang deze vingerwijzing in den wind hebben geslagen. In onze „Conclusies” zullen we echter zien, hoe met een geringe wijziging en daardoor belangrijke vereenvoudiging en verdieping — nl. de afleiding der arithmetische stellingen uit de *verbinding* van de onderstellingen in het zelfbewustzijn (o.a. de realiteit der successie) met de logische normen — dit Augustinianisme het eenige stelsel is, dat den nieuwen vormen der wiskunde recht doet wedervaren.

De noodwendigheid juist van deze oplossing brengt het verder verloop van het intuitionisme ons helder voor den geest, en 't is daarom niet vruchteloos ook deze omwegen na te gaan. Allereerst kenmerkt de na-scholastiek en de vroege renaissance zich door een meerdere aanraking met de vakwetenschap, welke de metaphysica nooit dan tot eigen schademiste. Als Cusanus teruggaat op Pythagoras en Plato, en aan hen de liefde voor de natuur en de wiskunde ontleent, als Da Vinci reeds z'n leerlingen inprent, dat er geene zekerheid is in de wetenschap, wanneer de wiskunde daarin niet kan worden toegepast of daarmee in relatie staat,²⁾ als Kepler, bekoord door de oude harmonie-gedachte de verschijnselen van uitspansel en aarde van uit één gezichtspunt beziet — dan zijn hierin, afgezien van een begrijpelijke overdrijving, even zoovele voorboden van een nieuwen tijd te begroeten, die een betere toekomst beloven aan de physica

¹⁾ UEBERWEG—HEINZE, a.w., pg. 448.

²⁾ J. P. RICHTER, Leonardo da Vinci, 1883, No. 1158, 11, pg. 289, aangehaald bij J. CLAY, Schets eener kritische geschiedenis van het begrip natuurwet in de wijsbegeerte, 1915, pg. 53.

en mathesis beide. Toch is het niet aan twijfel onderhevig, welke van beide van deze verjonging het meest profijt trok. Inderdaad, de wiskunde is in dezen tijd nog niet zoo veel meer dan Grieksche geometrie met de algebra der Arabieren los daarnaast. Eerst Galilei legde het verband zóó, dat de ontwikkeling van beide, physica en mathesis, voortaan hun saamhang duidelijk toont en dezen tot een probleem doet worden. Hij vestigt de aandacht op de veranderlijkheid der *natuurgrootte* door naast de snelheid ook de versnelling een plaats toe te kennen in de formuleering der wetten van den vrijen val. Zijn meening, dat het aan foutieve berekening is te wijten, indien theorie en empirie niet overeenstemmen, behoeft men slechts in verband te brengen met de veranderlijkheid der *natuurgrootte* om het probleem te stellen van het veranderlijke in de mathesis, het probleem der infinitesimaalrekening.

Dit probleem en het diepere dat daarachter schuilt, nl. de harmonie van zijn en denken, tracht Descartes op te lossen door een eigenaardige verbinding. Deze verbinding is, zooals we in 't vervolg nog telkens zullen zien van de meest grootsche gevolgen geweest voor het intuitionisme. En toch hopen we aan te toonen, dat Descartes hier meer instinctief de richting heeft begrepen die men moest inslaan, dan dat zijn stelsel hem daartoe *recht* zou hebben gegeven.

Gelijk men weet, gaat dit uit van den methodischen twijfel, die, psychologisch doorleefd, later tot methodischen grondslag wordt verheven. Men kan veilig zeggen, dat Descartes de onmiddellijke zekerheid zoekt in nauw verband met de existentie-vraag: existentie is de noodwendige onderstelling, zal 't weten eenige waarde hebben. Nu is hij onmiddellijk overtuigd van eigen psychisch bestaan. Maar de grondgedachte

voert verder: existentie is ook voor ruimte en tijd de noodwendige onderstelling van het weten, hoewel de aard dezer existentie onbepaald blijft. Om dezen te bepalen, bedient hij zich van de *analytische methode*: volgens deze wordt 't bekende onbekend gesteld, wijl het, zoolang zijn verhouding tot het gezochte niet duidelijk is, nog onbepaald is, anderzijds is het onbekende bekend voor zooverre het door de onderstellingen „gegeven” is.

Nu speelt bij de mathesis de intuïtie een groote rol, die blijkens een plaats in de *Regulae* onmiddellijk in verband staat met de *lux rationis* die ook het eigen bestaan duidelijk deed zijn: „Per intuitum intelligo . . . mentis purae et attentae non dubium conceptum, qui a sola rationis luce nascitur”. ¹⁾ Door de analytische methode komt hij dus tot de intuïtie die tweërlei omvat: het zelfbewustzijn en de zuivere vorming der mathematische objecten. Maar de drang om alles uit het onmiddellijk gegevene af te leiden moet er dan ook toe brengen het verschil in de behandeling der mathematische objecten op te heffen in de eenheid van *methode*. Zoo ontstaat 't algemeene begrip van de *grootte* en daarmee is de analytische geometrie ontdekt, maar, en dit vergeet het relativisme, ook de geometrische arithmetiek. De ruimte is voortaan te bewerken met het getal, maar ook het getal met de ruimte, want de irrationeele getallen zijn slechts in te voeren op een continu ruimtebeeld. Getal en ruimte zijn nu beide voorbeelden van de ééne methode der grootte. Alle betrekkingen van denkinhouden laten zich tot een verbinding van grootten herleiden, mits de elementen onder één gezichtspunt worden opgevat. In die ruime beteekenis van *gezichtspunt* bezigt

¹⁾ *Regulae*, III, 6.

D e s c a r t e s de uitdrukking „dimensie.” ¹⁾ Wil men nu deze principia van dimensie en eenheid op de geometrie toepassen, dan, — en hierin onderscheidt D e s c a r t e s zich gunstig van de relativisten, die te voorbarig spreken van volledige arithmetiseering der geometrie — moet het begrip *maat* noodzakelijk ingevoerd, wat de grondgedachte is van de coördinatentheorie. Door hieraan nog de begrippen beweging en verandering toe te voegen kwam hij uit bij de oude gedachte van P l a t o : ook deze zag in later tijd de mathesis als de wetenschap van het blijvende in het veranderlijke. Maar consequenter dan deze en in gunstiger tijden levend, past hij haar onmiddellijk toe : de snijpunten van twee secante cirkels kan men elkander steeds meer doen naderen tot ze tangent zijn geworden, en de veranderende reeks van afstanden is in een vergelijking uit te drukken. Zoo tast men reeds in deze algebratische geometrie, die een theorie is van algebratische functies en hare geometrische aanwending en G a l i l e i ’s veranderlijke *natuurgrootte* met een veranderlijke *denk*-grootte verbindt, de latere ontdekking van de berekening met het oneindige in de mathesis door L e i b n i z.

Ook hier is de grondgedachte zuiver intuitionistisch. Nergens wordt de ruimte uit het getal geconstrueerd, wat tot het actueel oneindige zou voeren, maar het getal wordt door 't begrip maat toegepast op de ruimte. Zoo worden de ruimtelijke *verhoudingen* in 't rekenen en daarmee in 't denken opgenomen, maar nu ook aan alle functies van 't denken de

¹⁾ Regulae, XIV, 54 : Per dimensionem nihil aliud intelligimus, quam modum et rationem, secundum quam aliquod subjectum consideratur esse mensurabile, adeo ut non solum longitudo, latitudo et profunditas sint dimensiones corporis, sed etiam gravitas sit dimensio, secundum quam subjecta ponderantur, celeritas sit dimensio motus et alia ejusmodi infinita.

eisch gesteld, dat ze, om kennis der natuur te verstrekken, op de ruimte moeten worden betrokken (geometriseering der arithmetiek). Zoo staan ruimte en getal in de beste harmonie met elkander in wisselwerking. Ook wordt het getal terecht in verband gebracht met het soortbegrip: „non in illis rebus creatis, sed tantum in abstracto, sive in genere consideratur.”¹⁾

Maar terwijl hij nu tegenover alle critiek zich er mee troost, „quod physica mea cum puris Mathematicis confertur, cum nihil magis, quam ut iis simillima sit exoptem,”²⁾ laat hij zich er plotseling toe verleiden, om het metaphysisch dualisme van geest en stof als cogitatio en extensio te kunnen handhaven, de ruimte te substantiveeren. Dit is niet alleen onhoudbaar voor de physica, maar evenzeer ongemotiveerd van uit de analytische geometrie. Want, zoo zegt Cassirer terecht, hoofddoel was het „das konkrete Begriff der Grösse zu ersetzen. . . . Es ergibt sich die Inkongruenz, dass die allgemeinste Grundlage des physikalischen Seins, die Descartes kennt, aus einem Begriffe gewonnen wird, der für den Mathematiker nur noch ein besonderes Gebiet von Objecten bezeichnet”;³⁾ de ruimte behoort tot het gegevene, het object, niet tot het „werkelijke” der wetenschap, waarin object en subject zich vereenigen krachtens het verband van zijn en denken. Maar daarmee is de verbinding van physica en mathesis mislukt.

Terstond doemt nu weer de actueele oneindigheid op: Descartes beseft natuurlijk wel, dat hij hier niet met een begrip „clare et distincte perceptum” te doen heeft maar laat zich toch zeer terughoudend uit: bij 't getal is

¹⁾ Princ. phil., I, 58.

²⁾ Cousin, Oeuvres, II, 302, v.v., geciteerd bij Cassirer, a.w., pg. 17.

³⁾ Cassirer, a.w., pg. 36.

iets dat van de krachten van den geest te veel gevergd is : men moet daaruit noch concludeeren dat er een grootste getal bestaat, noch dat daarin een contradictie is verscholen. ¹⁾

Deze analytische geometrie nu is met haar deugden en gebreken volkomen in overeenstemming met het geheele stelsel. En dit is geen wonder ; de mathesis was steeds zijn ideaal-wetenschap : bij haar zoekt hij reeds vroeg de eenig juiste methodologie en daarom is 't wellicht beter te zeggen, dat het stelsel overeenstemt met zijn mathesis. *Descartes* werd nl. geboren in dien tijd, in welken Frankrijk nog steeds door binnenlandschen reformatiestrijd werd verscheurd. 't Calvinisme, dat z'n aanhangers hier bij duizenden telde, brachte vele Augustijnsche gedachten op den voorgrond, zelfs bij de tegenstanders der reformatie (Jansenisten en Oratorianen). Anderzijds heerschte tengevolge van den strijd der kerken bij de niet-partijkiezenden een sceptische toon, wat de natuurwetenschap niet ten goede kwam, daarentegen wel de mathesis, omtrent welker onwankelbare zekerheid men nog geen ernstigen twijfel koesterde. Zoo is 't te verklaren, hoe *Descartes*, met twijfel aangevangen, in het intuitionisme heil zoekt en dit steunpunt bereikt aan de hand van de analytische methode, ontleend aan het mathematisch onderricht.

Vergelijkt men zoo de onderlinge verhouding van mathesis en logica met die, waarin deze beide volgens *Plato* en *Aristoteles* stonden, dan springt het verschil in het oog. *Plato* gaat uit van de ideeën en schept der mathesis eerst ruimte in zijn systeem als middensoort van kennis tusschen idee en feit, de logica (= metaphysica) is bij hem primair, de wiskunde secundair. *Aristoteles* tracht zijn en

¹⁾ Responsiones, II, 2.

denken te verzoenen, maar stuit, zonder het zelf te bespeuren, op een contradictie tusschen de door den geest geschapen wiskundige reeks en zijn subsumptiologica. *Descartes* daarentegen gaat noch van één element, noch van beide uit, maar van de synthese van beide in het *zelfbewustzijn*. Hoe is het te betreuren, dat de analyse onjuist was! Anders had hij de gedachte van Augustinus kunnen ontwikkelen. Want dit zelfbewustzijn wordt nu wel, gelijk we boven zagen, door de analytische methode in onmiddellijk verband met de analytische geometrie gebracht, maar de substantiveering der ruimte rooft hem alle voordeelen, ja zelfs doet ze zijn intuitionisme jammerlijk omkomen. Want de toepassing van het getal als schepping van den geest op de ruimte, wat toch de grondgedachte is van de analytische geometrie, is een toepassen van de cogitatio op de extensio. Deze is eerst mogelijk door de intuïtie, maar indien deze moet bemiddelen tusschen denken en ruimte ziet ze zich tot een even wanhopige taak geroepen als *Descartes'* „Ik”, begrepen in het „sum” van het „Cogito, ergo sum”. Beide intuïties, die van het zelfbewustzijn en die van de mathesis, bieden gelijke moeilijkheden. De analytische geometrie staat en valt met de mogelijkheid ziel en lichaam als eenheid op te vatten, d.w.z. *haar rechtsgrond heeft of mist ze in de wisselwerkingstheorie*.

Immers in het „Cogito, ergo sum” is het Ik, in „cogito” begrepen, of de psyche of de psychophysische organisatie. In het eerste geval heeft ook het Ik van „sum” louter psychische beteekenis, wil het „ergo” eenige kracht hebben. Zoo komt men dus niet buiten het psychische uit.

Dit is echter niet de bedoeling. Het „Ik” in „sum” is dus de eenheid van ziel en lichaam, maar dan heeft het „ergo” geen beteekenis meer, daar ziel en lichaam als denken en uit-

gebreydheid naast elkander staan. De woorden „sum cogitans” zouden dan duidelijker de bedoeling kunnen weergeven.¹⁾ Dit is echter niets anders dan het Augustijnsche zelfbewustzijn, 't is een synthetisch oordeel apriori. Een rationalistische beperking van Augustinus' gedachte mag men in het „cogito” niet te veel zien. „Cogitationis nomine intelligo illa omnia quae nobis consciis in nobis fiunt, quatenus eorum in nobis *conscientia* est,”²⁾ maar zoowel tegenover Augustinus als Descartes is dan op te merken, dat het „esse” nog nader moet gedefinieerd als een *menschelijk* zijn, en verdere analyse van deze synthese, althans voor het denken, eisch is. Het „Cogito” blijft echter bij het scherpe dualisme onvoldoende om de eenheid weer te geven tusschen ziel en lichaam, daar dit laatste immers extensio is.

Descartes is dualist en aanvaardt de wisselwerking. Maar deze wordt onmogelijk indien lichaam en ziel zich verhouden als ruimte en denken; hoezeer dan ook de wisselwerking een conditio sine qua non moge zijn voor het intuitionisme, zóó te aanvaarden is ze zeker niet. Immers, wil de intuïtie hare bemiddeling aanbieden, dan mogen de twee die verzoend moeten worden, niet zóó ver van elkander staan, als bij Descartes, wijl men dan slechts bereikt dat aan de intuïtie twee met elkander onverdragelijke praedicaten worden toegekend. We werken dit nog even uit.

Allereerst heeft men dan scherp te onderscheiden tusschen „intuition” en „imagination”. De laatste is een psychologisch hulpmiddel, de intuïtie daarentegen ziet op de grondslagen van het systeem. Reeds 1629 schrijft hij: „Ita unusquisque

¹⁾ WINDELBAND⁵, I, pg. 180.

²⁾ Princ., I, 9.

animo potest intueri se existere, se cogitare, triangulum terminari tribus lineis tantum, globum unica superficie et similia". ¹⁾ D e s c a r t e s beweert terecht: „Les dialecticiens n'ont pas le pouvoir de construire des syllogismes concluant le vrai, s'ils n'en ont pas reçu la matière préalable." ²⁾ Maar hoe deze matière préalable als eenheid in de intuïtie is gegeven, blijft bij *zijn* dualisme een raadsel. En het wordt er niet beter op, wanneer hij, om deze eenheid tot stand te brengen, de „imagination" invoert. De verwarde indrukken der zintuigen moeten vervangen worden door klare en duidelijk te onderscheiden ideeën met behulp van deze imagination; 't baat niet, dat BOUTROUX terecht haar optreden tracht te karakteriseeren als in den tijd, gepaard met inspanning en beweging: ³⁾ de vraag naar de kenmerken van een psychische functie heeft eerst beteekenis wanneer deze functie zelf mogelijk is. Nu heet ze in de *Regulae* (1629) met *sensus* en *memoria* hulpmiddel van den *intellectus purus*; in de *Méditations* (1641) staat ze tusschen de *intellectio* en de *sensus* in; evenzoo, als *modus percipiendi*, in de *Principia philosophiae* (1644) terwijl in de *Notae in programma quoddam* (\pm 1647) de opvatting van de *Regulae* terugkeert. ⁴⁾ In 1649 trekt hij daaruit volkomen terecht de conclusie: „nihil sub imaginationem cadit quod non sit aliquo modo extensum," maar een extensa imaginatio is een contradictie die de Paltzgravin Elisabeth doet vermoeden, dat onze ziel wellicht onbekende eigenschappen bezit, die onze meening, dat ze niet uitgebreid is, omverstootten, een functie naast het bewustzijn in enger zin, niet

¹⁾ *Regulae*, III, 6.

²⁾ *Regulae*, X, 406.

³⁾ BOUTROUX, a.w., pg. 15.

⁴⁾ KEUSSEN, a.w., pg. 89.

minder belangrijk, waardoor zich de uitbreiding laat verklaren. Ook Gassen di gebruikt de dús ruimtelijk opgevatte imaginatio in z'n materialistisch systeem.¹⁾

Concludeerend, vinden we, dat in het „Cogito, ergo sum” heel Cartesius' stelsel een intuïtieven grondslag heeft. Deze intuïtie is echter een twee-eenheid van twee niet te vereenigen terreinen, die ook niet kan beleefd worden. Daardoor zou Descartes onmiddellijk alle voordeelen van het intuitionisme verloren hebben op mathematisch gebied evenals elders, ware in de mathesis niet, gelijk als in de metaphysica, de grondgedachte zeer juist intuïtief gegrepen. De intuïtie van het Ik was door Augustinus ontdekt, die voor de mathesis voegt Descartes, in overeenstemming met de Victorinen, er aan toe. Maar de intuïtie van het Ik kan niet worden beleefd indien ziel en lichaam tegenover elkander staan als cogitatio en extensio, en de analytische geometrie kan evenmin bij zulk een tegenstelling een rechtsgrond vinden, noch omgekeerd voor deze tegenstelling een rechtsgrond bieden: de substantiveering der ruimte door vereenzelviging van deze met de materie is ongemotiveerd, zoowel van uit de intuïtie van het Ik als van uit de analytische geometrie. *Waarmee bewezen is, dat de ontdekking der laatste onmiddellijk voortvloeit uit het Augustijnsche princip, dat dus deze nieuwe mathesis volkomen in overeenstemming is met het theïstisch intuitionisme*, maar beide door Descartes' substantiveering der ruimte onmogelijk worden: wel was in het Ik het subject gegeven en met den eisch van de eenheid der methode in de kennis der physis was reeds iets ontdekt van de relatie die in het kennen der physica schuilt; maar juist dit relatiebegrip kon niet worden

¹⁾ KEUSSEN, a.w., pg. 32/33.

doorgevoerd wijl de ruimte niet als aanschouwingsvorm maar als substantie werd gezien.

Heel het intuitionisme heeft zijn bestaansrecht verloren, indien ziel en lichaam niet kwalitatief onderscheiden zijn. Maar evenzeer ontzinkt het alle bodem indien beide contradictoir tegenover elkander staan, wisselwerking onmogelijk is en de intuïtie dus onverdragelijke praedicaten insluit. Mede wijl men dit niet inzag, sloeg het dualisme om in het dualistisch parallelisme, en dús monisme van *Spinoza*, waarin ook de tijd slechts een conceptie¹⁾ is, de ruimte daarentegen een bestaansvorm van een der modi der ééne substantie.

De schepping van de analytische geometrie is voor het intuitionisme een onvergankelijke eere. Terstond echter ziet het zich door nog andere gevaren dan de substantialiteit der ruimte bedreigd. *De eenheid der intuïtie van de mathesis en van 't Ik moet gehandhaafd*: de onmiddellijke zelf-zekerheid en het verband tusschen denken en zijn in de mogelijkheid der ervaring door de toepassing van de principia der analytische geometrie, — deze beide moeten in één intuïtie simultaan gegeven zijn, wil men niet komen tot het pragmatisme, dat al wat men maar wenscht als een nieuw intuïtief gegeven invoert; en ook hier dreigt het formalisme, thans niet in parallelistischen vorm, maar meest als psychologistaisch fideïsme.

Daarvan heeft *Blaise Pascal* zich niet geheel vrij kunnen houden. Meer nog dan *Descartes* is hij wijsgeer en mathematicus, en stelt als zoodanig belang zoowel in de techniek als in de methodiek. 't Belangrijkst is de ontdekking der integraalrekening, door welke hij, met *Fermat*, de vader der infinitesimaalrekening kan genoemd. Op deze ont-

¹⁾ Evenzoo bij *DESCARTES*: *Princ. phil.* I, 57.

dekking trekt zich al zijn opmerkzaamheid saam ; hij was de eerste die de wijsbegeerte der mathesis in overeenstemming trachtte te brengen met het Christendom, wat bij Descartes geheel bijkomstig was. Van nog meer beteekenis dan de „Apologie” zijn voor ons onderwerp de logische en methodologische fragmenten, o.a. de „Réflexions sur l'esprit géométrique”. De beste methode eener wetenschap is, volgens deze, alle aangewende begrippen te definieeren en alle aangewende stellingen te bewijzen. Bij beide stuit men op een regressus ad infinitum ; men moet zich tevreden stellen met de meest exacte der uitvoerbare methoden, — dit is die der mathesis. Deze bewijst alles, behalve ruimte, tijd, beweging en de allereuidelijkste axioma's. Dit mathematisch onbewijsbare wordt door 't „natuurlijk licht” verstaan, het heeft minder overredingskracht maar even groote zekerheid als 't bewijsbare. Deze onmiddellijke zekerheid staat als de intuïtie van den „esprit de finesse” tegenover de logica van den „esprit géométrique”. „Les principes se sentent”. Hun zetel is in het hart, 't instinct of het gevoel ; er blijft een dualisme in de methode : wat betrekking heeft op God komt door het hart in het verstand, wat op de wereld ziet komt door 't verstand in het hart. De mathematische *methode* is dus logisch, haar laatste *grond* is echter intuïtief gegeven ; *hierin*, maar ook hierin alleen steunt ze op de religie dus niet meer op de wetenschap.

En juist hier treedt nu de infinitesimaalrekening op den voorgrond. De strijd gaat vooral tegen het geometrisch atomisme : als een vlak een som is van punten, mogen zijn tegenstanders beproeven een vierkant te construeeren dat dubbel zooveel punten bevat als een gegeven vierkant. Zoo is 't atomisme ad absurdum te voeren, maar daarmee is de waarheid der infinitesimaalmethode niet positief bewezen. Slechts een

specifieke ervaring, te vergelijken met 't gevoel van den christen onder de inwerking der genade, veroorlooft ons de ware beginselen der wetenschap te ontdekken in een sfeer, hooger dan die der rede.¹⁾ De mensch leeft tusschen het oneindig kleine en 't oneindig groote in voortdurende raadselen en deze zijn slechts op te lossen door de openbaring in Christus.²⁾

Een belangrijke parallel inderdaad. Weten en gelooven staan niet meer tegenover elkander, maar het weten begint met het geloof aan de juistheid eener ervaring die te vergelijken is met de inwerking van de goddelijke genade bij den christen.

Maar arithmetiek en geometrie beide op intuïtie te doen berusten, gelijk bij P a s c a l geschiedt,³⁾ strookt niet met de grondgedachte van het intuitionisme, dat uitgaat van de beleefde synthese. Ruimte nu is niet te beleven en dus één van beide: of het intuitionisme lijdt schipbreuk, of de intuïtie moet voor de ruimte vervallen. Indien we alles wat ons gewoon is en niet bewijzen kunnen terecht als principia beschouwen van de afzonderlijke wetenschappen, mogen we niet maar zonder meer verklaren: „Les principes se sentent”, maar moeten trachten deze principia weer met elkander in verband te brengen, en wellicht blijkt dit mogelijk, zooals door de „arithmetiseering der geometrie” is bewezen. Blijft dan de ruimte over als object, dan kan men zulke objecten van wetenschap nog niet tot intuïtie maken, wijl men anders weer tot psychomonisme vervalt, door van den eisch, dat de synthese *beleefd* worde, af te laten en een *gedachten-constructie* dan intuïtie heet.

Dit laatste wil ook P a s c a l niet, maar dan is ook moei-

¹⁾ BRUNSVICG, a.w., pg. 169.

²⁾ RICHTER, a.art., pg. 74.

³⁾ Pensées, fo. 191, Sect. IV, fo. 282.

lijk te handhaven: „Les principes se sentent”, tenzij eerst vaststaat, *hoe* men 't aantal der principia bepaalt. Al wat „'t gezond verstand” zegt, op te vatten als een goddelijke intuïtie is een profanatie in 't groot. Dan kan straks ook M a c h 't objectief bestaan der kleuren intuïtief gegeven noemen. Zelfs feitelijke onmogelijkheid van andere beginselen geeft geen recht van *intuïtieve* gegevens te spreken. 't Gaat bij de intuïtie om 't *beleven* van veel-eenheid, en waar dit niet mogelijk is, zooals bij de ruimte, is 't beter niet van intuïtie te spreken. Anders ondermijnt men immers niet alleen de waarde van de intuïtie, maar roofst ook de wetenschap een belangrijk gebied van onderzoek. Alleen wanneer men het intuitionisme in dezen engeren zin neemt, voorkomt men het gevaar van 't naief realisme der Schotsche school, of het gevoelssubjectivisme der Romantiek (J a c o b i e n R o u s s e a u), dat, de realiteit der successie ontkennend, herinneren tot herbeleven maakt en in middeleeuwsche silhouetten zijn toekomstidealen ziet, en in later tijd dan weer tegenover de macht der feiten zich aandient als aesthetische idealiseering, die al spoedig als bewustzijnsdichting parallel loopt met de physische reeks (F e c h n e r). Zoo dreigde het intuitionisme te sterven bij gebrek aan den voor elke richting zoo noodzakelijken strijd om het bestaan. Door het wegvallen der antithese scheen het onnoodig zijn these te handhaven.

In dit critieke moment is L e i b n i z allereerst zijdelings zijn redder geweest. Zijn parallelistisch uitgangspunt noopt den scherpzinnigen denker bij zijn eerste optreden den logischen aard der wiskunde met nadruk te verdedigen. Daardoor had het intuitionisme weer een tegenstander en wel een, zóó waardig en objectief, dat hij, na geleidelijke ontwikkeling, hoewel nooit zijn jeugdideaal opgevende, in metaphysicis

steeds meer stellingen verkondigde die eischten, dat alle kennis synthetisch zij, dus — men houde hier wat door hemzelf werd toegegeven en wat logisch uit zijn stelsel voortvloeit uiteen — ook die in de mathesis verworven. En in de tweede plaats onderstelt ook de techniek van zijn differentiaal- en integraalrekening, die tegelijk de snelheid voor een naar zekere wet veranderende natuurgrootte bepalen en de tangente aan een kromme trekken wil, de harmonie van zijn en denken, die volgens den jongeren vorm van zijn systeem synthetisch moet zijn geboden in de „werkelijkheid” der wetenschap.

Toch zou bij de kortzichtigheid van het ontologisch en dus naief-realistisch rationalisme, dat de historische tusschenschakel tusschen Leibniz en Kant vormt, de kennis-making van den laatste met de in 1765 door Raspe uitgegeven „Nouveaux Essais” wellicht nog niet de inaugureele dissertatie hebben voortgebracht, indien Kant's jeugd niet voortdurend onder den vruchtbaren invloed van Newton's „Principia mechanica” had verkeerd. Reeds menigmaal dankte de wetenschap hare belangrijkste ontdekkingen aan de omstandigheid, dat een vakgeleerde, die de quaestie van een andere zijde dan tot op dat moment geschiedde, benaderde, op een reeds vaak behandeld probleem een nieuw licht deed vallen. Zoo treedt ook Newton op de mathesis toe als physicus en zal juist daardoor Kant brengen tot zijn leer der aanschouwingsvormen. Newton moet naast Leibniz genoemd als de redder van het intuitionisme.

Het continuïteitsprobleem stond hem, evenals zijn voorgangers Descartes, Fermat en Pascal en z'n tijdgenoot Leibniz steeds helder voor den geest. Vooral benadert hij het in zijn „Méthodus fluxionum” die hier het eerst wordt genoemd, wijl ze, hoewel het laatst van zijn drie hoofd-

werken uitgegeven (1736), toch het eerst gereed was, nl. in 1671, en wel niet geheel onveranderd het licht zag, maar dan toch ook niet naar aanleiding van Leibniz' ongeveer gelijktijdige ontdekkingen geheel is omgewerkt. ¹⁾ De snelheid van beweging heet hier bepaald door den afgelegden weg en omgekeerd deze door gene, beide onder voorwaarde, dat de beweging gelijkvormig zij. Daarna wordt een ruimte die deze beweging heeft, vergeleken met een rivier, en heet daarom fluente; de *methode* volgens welke de afzonderlijke fluenten zich veranderen, heet fluxio. Voor ons nu is 't meest van belang de invoering van het moment, 't oneindig kleine deel waarin de fluente verandert en dat wordt aangeduid door o . 't Moment van de fluente $(_)$ x wordt dus weergegeven als $\dot{x}o$. Daar de momenten oneindig kleine incrementa zijn, gaat x over in $x + \dot{x}o$, waarbij de leden met o , wijl oneindig klein, zijn te verwaarloozen. Zoo kan men van de fluenten tot de fluxies en van de fluxies tot de fluenten besluiten door substitueering in de berekeningsvergelijkingen van x in $x + \dot{x}o$ of van $x + \dot{x}o$ in x , krachtens de boven opgemerkte correlatie van snelheid en afgelegden weg. Als hij dan een methode tracht te winnen voor 't vinden van grootste en kleinste waarden, zegt hij: een grootte kan op 't oogenblik waarin ze deze eigenaardige waarde aanneemt, niet in de fluente zijn, want dan zou het naast liggend moment nog grooter of nog kleiner zijn. Daarmede is de actualiteit van het oneindig kleine geloofchend, waaruit hij de noodwendigheid afleidt de fluxie te zoeken en $= 0$ te stellen. ²⁾

Uit zijn „Arithmetica universalis” (1685 ?) citeeren we slechts

¹⁾ M. CANTOR, a.w., III, pg. 165 en 187.

²⁾ M. CANTOR, a.w., pg. 167/168.

de getaldefinitie, waarin het *synthetische* van zijn geest uitkomt : „Per numerum non tam multitudinem unitatem quam abstractam quantitatis cuiusvis ad aliam eiusdem generis quantitatem quae pro unitate habetur, rationem intelligimus” ¹⁾

Historisch van grooter belang zijn de „Philosophiae naturalis principia mathematica” (1686). Men heeft gemeend in dit werk positivistische tendenzen te bemerken, maar ten onrechte, zoolang men althans met „positivistisch” aanduidt de partijgangers van een anti-metaphysische wereldbeschouwing. Wat bij Newton valt te bewonderen is zijn a-metaphysisch werken op het gebied der physica. Hij bestrijdt bepaalde wijsgeerige stelsels, o.a. de Aristotelische leer der formae substantiales, die absolute ongelijkheid der substanties inhield en daarom den overgang van het eene in het ander niet wist te verklaren, en niet minder breed Descartes' mathematisch ontologisme als een te vroeg gegrepen triumph van het rationalisme. Al zulke voor de physica onvruchtbare beginselen wilde hij buiten *haar* terrein bannen, wijl de natuurkundige *als zoodanig* niet de laatste gronden heeft te verklaren. We kunnen instee van aanprijzen in dit werk slechts een bestrijding vinden van het naturalisme. Hij onderscheidt namelijk, — en reeds dit is voldoende om een positivistisch-naturalistische opvatting te weerleggen — tusschen absolute en relatieve ruimte en tijd : met de beide laatste heeft de physicus te maken ; maar daarmee komt men wel als physicus, niet als denker uit, en daarom gaat logisch aan de relatieve

¹⁾ Arithmetica universalis sive de compositione et resolutione arithmetica auctore Is. Newton, cum commentario Johannis Castilionei, I, 1761, Sectio I, Caput II, De vocum quarundam et notarum significatione, III.

ruimte- en tijdsmetingen de absolute ruimte en tijd vooraf. ¹⁾ Newton komt daartoe door *abstractie*; tijd en ruimte komen in alle verschijnselen voor, dus zijn ze absoluut en vormen nader het „*sensorium Dei*” (Clark e).

Dit laatste nu gelaten voor wat het is, blijft de onderscheiding zelf van waarde om de tegenstelling met 't naief-realisme dat Leibniz huldigde in de periode van *zijn* ontdekking. De historische prioriteitsstrijd is voor ons natuurlijk hier niet van belang, maar des te meer de waardeeringsvraag: bij wien van beide tegenstanders is de ontdekking niet in strijd met eigen principia? En dan is Newton ongetwijfeld in 't voordeel: want, terwijl Leibniz al even gelukkig was met zijn vondst als Descartes met zijn genialen greep geometrie en analysis te verbinden, blijft ze toch bij hem een toevallige ontdekking, niet slechts niet methodisch afgeleid, wat weinig in de geschiedenis plaats vindt, maar zelfs zonder eenigen rechtsgrond. Want 't *recht* 't oneindig kleine uit de conatus-theorie in de mathesis in te voeren ontbreekt zoolang de mathesis niet de verbinding geeft van denken en zijn en deze verbinding wordt in deze periode bij Leibniz juist ontkend ('t actueel oneindige aanvaardt hij nog ²⁾). Daarentegen wordt ze bij Newton wel niet bewust erkend,

¹⁾ *Philosophiae naturalis principia mathematica*, autore Isaaco Newtono³, 1726, pg. 6, Definitio VIII, Scholium: I. Tempus absolutum, verum et mathematicum, in se et natrua sua sine relatione ad externum quodvis, aequabiliter fluit, alioque nomine dicitur duratio. Relativum, apparens, et vulgare est sensibilis et externa quaevis durationis per motum mensura (seu accurate seu inaequalis) qua vulgo vice veri temporis utitur; ut hora, dies, mensis, annis. II. Spatium absolutum, natura sua sine relatione ad externum quodvis, semper manet simile et immobile: relativum est spatii hujus mensura seu dimensio quaelibet mobilis, quae a sensibus nostris per situm suum ad corpora definitur et a vulgo pro spatio immobili usurpatur.”

²⁾ Zie boven, § 3, pg. 65 v.

maar toch ondersteld, wat impliciet blijkt uit z'n loochening van het actueel-oneindige.

Newton's *Principia mathematica* nu zijn van steeds winnenden invloed geweest op het stelsel van Kant en dit wekt geen verwondering, gezien het feit, dat deze na het vaarwel zeggen der rationalistische theologie den eersten tijd in de natuurwetenschap geheel schijnt op te gaan. Dit blijkt reeds uit zijn jeugdwerk „Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte” (1746); de verzoening, hier geboden in het probleem dat Cartesianen en volgelingen van Leibniz verdeeld hield, is voor ons van minder gewicht dan de poging de driedimensionaliteit der ruimte af te leiden uit de Newtonsche gravitatie. De wereld is voor hem een som van zelfstandige substanties die door de vis activa der lichamen met elkander in wisselwerking staan: zonder deze kracht geen verbinding, geen orde, geen ruimte. De uitbreiding is in deze monadologie niet oorspronkelijk aan de lichamen eigen, maar slechts daar waar lichamen zijn en hun krachten werken. De driedimensionaliteit schijnt te berusten op de wet, dat de werkende krachten in dezelfde verhouding tot elkander staan als de quadraten van hare afstanden. „Es ist leicht zu erweisen, dasz kein Raum und keine Ausdehnung sein würden, wenn die Substanzen keine Kraft hätten auszer sich zu wirken. Denn ohne diese Kraft ist keine Verbindung, ohne diese keine Ordnung und ohne diese endlich kein Raum. Allein ist es etwas schwerer einzusehen, wie aus dem Gesetze, nach welchem diese Kraft der Substanzen auszen sich wirkt, die Vielheit der Abmessungen des Raumes herfolge.”¹⁾ 't Feit dat

¹⁾ Kants gesammelte Schriften, herausgegeben von der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, A, Werke, I, 1902, pg. 23.

men drie lijnen in een punt loodrecht op elkander kan plaatsen is geen bewijs, Ook is er arithmetisch geen grond voor, want het quadratoquadraat, de vierde macht, is voor de ruimtevoorstelling een onding. Dan volgt : „Weil die Art des Gesetzes nach welchem die Substanzen in einander wirken, auch die Art der Vereinigung und Zusammensetzung vieler derselben bestimmen musz, so wird das Gesetz, nach welchem eine ganze Sammlung Substanzen (das ist ein Raum) abgemessen wird, oder die Dimension der Ausdehnung von den Gesetzen herrühren, nach welchen die Substanzen vermöge ihrer wesentlichen Kräfte sich zu vereinigen suchen.” ¹⁾ Hij ziet in, „daz dieses Gesetz willkürlich sei, und daz Gott dafür ein anderes, zum Exempel des umgekehrten dreifachen Verhältnisses, hätte wählen können ; daz endlich (viertens) aus einem andern Gesetze auch eine Ausdehnung von andern Eigenschaften und Abmessungen geflossen wäre. Eine Wissenschaft von allen diesen möglichen Raumesarten wäre unfehlbar die höchste Geometrie, die ein endlicher Verstand unternehmen könnte. Die Unmöglichkeit, die wir bei uns bemerken, einen Raum von mehr als drei Abmessungen uns vorzustellen, scheint mir daher zu rühren, weil unsere Seele ebenfalls nach dem Gesetze des umgekehrten doppelten Verhältnisses der Weiten die Eindrücke von drauszen empfängt, und weil ihre Natur selbe dazu gemacht ist, nicht allein so zu leiden, sondern auch auf diese Weise auszer sich zu wirken.” ²⁾ Dankbaar moet hier erkend worden het inzicht in de mogelijkheid eener meerdimensionale geometrie, aan welke Kant echter verder weinig waarde schijnt gehecht te hebben, daar hij er nooit meer op terugkomt.

¹⁾ a.w., I, pg. 24.

²⁾ a.w., I, pg. 24 en 25.

Des te meer moet de critiek hier vragen, *hoe* de afleiding der driedimensionaliteit uit *N e w t o n*'s wet mogelijk is en evenzeer, of het gevaar van materialisme wel vermeden is wanneer men beweert, dat de *ruimtevoorstelling* haren driedimensionalen inhoud te danken heeft aan *deze* hoofdwet wijl deze ook de inwerking der ziel op de buitenwereld zou beheerschen. Het rationalisme toont nog zijn invloed in de verklaring, dat de definitie der mathematische begrippen volkomen beheerscht wordt door 't principium contradictionis. Dat het intuitionisme nog ver te zoeken is, springt in 't oog: ruimtelijke afstand kan een functie der kracht zijn, de ruimte zelf is iets anders: want zij verandert niet gelijk met de wisselwerking, wijl ze niet discontinu is.

De „allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels” (1755) is slechts uitwerking van *N e w t o n*'s gravitatiewet tot wat later in de astronomie den naam zal voeren van Kant-Laplacesche hypothese; ze is echer in zooverre in flagranten strijd met het vorige werk, dat de ruimte van welke ze spreekt, niet discontinu, maar onmetelijk en ledig is: het zevende hoofdstuk van het tweede deel handelt geheel „Von der Schöpfung im ganzen Umfange ihrer Unendlichkeit sowohl dem Raume, als der Zeit nach”. ¹⁾

Is deze onderlinge tegenspraak te herleiden tot een historischen afstand; is *K a n t* in die negen jaren (1746—1755) gerijpt en heeft hij de absolute ruimte van *N e w t o n* een plaats gegeven in zijn systeem? De verschijning van de „Principiorum primorum cognitionis metaphysicae nova dilucidatio” in den herfst van 1755 is genoegzame grond om het antwoord in ontkennenden zin te doen luiden; immers, hierin

¹⁾ a.w., I, pg. 306/322.

brengt hij wel een onderscheiding aan tusschen de materie en hare ordening,¹⁾ maar elke gedachte aan absolute ruimte en tijd als ordeningsmotieven in de afstandsmetingen der steeds relatieve physica, die hij overigens onder *Crusius*' invloed al beter onderscheidt van de rationalistische filosofie, zoekt men tevergeefs, terwijl men toch bij de bestudeering der „*Monadologia physica*” (1756) uitdrukkelijk de oneindige deelbaarheid der ruimte vindt beleden.²⁾ De oorzaak der herhaalde tegenstrijdigheden schuilt dan ook niet in een ontwikkeling van het systeem, maar eer in de ongenoegzaamheid der ruimtetheorie om ook maar eenigszins de gedachte van de absolute ruimte te verwerken, terwijl *Kant* bij de verhandelingen over de physica dit begrip ongemerkt, als onmisbaar, ten grondslag legt.³⁾ Hoe echter de geometrie, die nog steeds een onderdeel der logica blijft, tot overeenstemming met de werkelijkheid komt, terwijl onze gedachten dit toch vaak niet zijn, blijft een raadsel, door *Kant* niet eens opgemerkt, evenmin hier als in het opstel: „*Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe und der damit verknüpften Folgerungen in den ersten Gründen der Naturwissenschaft*”, van 1758, waarin ook slechts sprake is van de relatieve ruimte; de continuïteitswet der mechanica heet hier een hypothese: „denn für etwas Besseres kann man es nimmer ausgeben, weil man es nicht beweisen kann.”⁴⁾ Van een synthetisch-apriori geen sprake; wat niet bewezen kan worden is hypothese.

Eerst de geschriften van het jaar 1763 bieden een en ander

¹⁾ *Dilucidatio*, Sectio III, II, *Principium coexistentiae*, a.w., I, pg.412/416.

²⁾ *Monadol. phys.*, Sectio I, Prop. IV, *Theorema*: Compositum in infinitum divisibile non constat partibus primitivis s. simplicibus, a.w., I, pg. 479.

³⁾ *REINECKE*, a.art., pg. 355.

⁴⁾ a.w., II, 1905, pg. 22.

dat voor ons van meer belang is. In „Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes” van genoemd jaar gaat hij reeds onbewust uit van het conflict tusschen zijn en denken: de eenige grond is, gelijk bekend, het teleologische „bewijs”, op hetwelk we quatalis niet kunnen ingaan. Slechts vestigen we de aandacht op het feit, dat we hier Newton’s absolute ruimte als sensorium Dei ontmoeten: in de „Zweite Abtheilung von dem weitläufigen Nutzen, der dieser Beweisart besonders eigen ist”, wordt in de „erste Betrachtung” uit de waargenomen eenheid in het wezen der dingen tot het bestaan Gods aposteriori besloten; en dan treft het, hoe deze eenheid in het menigvuldige van het wezen der dingen allereerst wordt bemerkt aan de eigenschappen der ruimte, aan hare ontelbare harmonische verhoudingen, en hoe hij dan vraagt: „Ist diese Harmonie darum weniger (dan die in de natuur) befremdlich, weil sie nothwendig ist? Ich halte dafür, sie sei es darum nur desto mehr. Und weil dasjenige Viele, davon jeder seine besondere und unabhängige Nothwendigkeit hätte, nimmermehr Ordnung, Wohlgereimtheit und Einheit in den gegenseitigen Beziehungen haben könnte, wird man dadurch nicht eben sowohl, wie durch die Harmonie in den zufälligen Anstalten der Natur auf die Vermuthung eines obersten Grundes selbst der Wesen der Dinge geführt, da die Einheit des Grundes auch Einheit in dem Umfange aller Folgen veranlasst?” ¹⁾

Kant was tot nog toe steeds te veel verstrikt geweest in het Wolffsche ontologisme om eigenlijk eenig probleem recht te laten wedervaren. Zou ooit aan de mathesis de bemiddelingsrol in den strijd tusschen denken en het denkvreemde

¹⁾ Beweisgrund, 2, I, a.w., II pg. 95/96.

worden opgedragen, dan moest er eerst strijd ontstaan ; dat hij dezen heeft ontdekt blijkt uit de verbanning der ontologie uit de „bewijzen” voor het bestaan Gods. Nog meer treedt het bewustzijn van het conflict aan het licht in zijn „Versuch, den Begriff der negativen Grössen in die Weltweisheit einzuführen” (1763), want, al blijft hier de ruimte discontinu en is dus in de ruimtetheorie geen stap vooruit gedaan, toch is hem thans volkomen evident, dat negatief en positief in de physica een andere beteekenis hebben dan in de logica. De wederzijdsche opheffing van physische bepalingen (krachten) leidt tot rust, die van logische bepalingen tot contradicties en daarmede tot niets.¹⁾ De kloof tusschen denken en zijn is hier *bewust* ontdekt.

Op hetzelfde oogenblik is het uitkomen der geometrische oordeelen in de physica niet meer vanzelfsprekend : wellicht is de geometrie dan toch niet een onderdeel van de logica. De „Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und Moral” (1764) verwerpt dan ook deze subsumeering uitdrukkelijk : niet slechts de physica, maar ook de mathesis is niet vrucht van de Wolffiaansche almachtige ratio ; de mathematische methode is voor de wijsbegeerte onvruchtbaar, want de begrippen in de wiskunde ontstaan eerst door de definitie die de wijsbegeerte heeft te zoeken, en zijn dus synthetisch ; die der wijsbegeerte analytisch ; ²⁾ ’t algemeene is in de eerste concreet aanwezig in het bijzondere, in de laatste slechts abstract, wat natuurlijk eerst mogelijk is indien ze uitgaat van de werkelijkheid waarop ze behoort te passen. De band tusschen mathesis en metaphysica

¹⁾ Versuch etc., Erster Abschnitt, Erläuterung des Begriffes von den negativen Grössen überhaupt, vooral a.w., II, pg. 175.

²⁾ Untersuchung, a.w., II, vooral pg. 276/283.

is hier doorgesneden en evenzeer die tusschen de laatste wetenschap en de formeele logica : K a n t neigt in de metaphysica tot het empirisme. Daarmede vervalt echter ook de grond voor zijn laatste *bewijs* voor het bestaan van God, welk begrip immers niet door abstractie is te vormen. En dus verliest hij ook weer de absolute ruimte als sensorium Dei. Uit de „Träume eines Geistersehers erläutert durch Träume der Metaphysik” (1766) blijkt reeds, hoe hij de metaphysica grondvest op de empirie en, zich op den inhoud van dit laatste begrip bezinnend, op een wetenschap der mogelijkheid der menschenlijke kennis. En daarom is zoowel aan heel dit werk als aan wat hij daarin zegt aangaande de ruimte, meer waarde te hechten dan REINECKE doet : ¹⁾ in verband met het onmiddellijk voorafgaande kan men hier reeds iets vinden van de metamorphose van N e w t o n’s absolute ruimte van sensorium Dei in sensorium humanum, in een postulaat van de menschenlijke mathematische natuurwetenschap. Hiervan legt b.v. het volgend citaat getuigenis af : „(ich) verlange, dasz man zeige, wie die Seele ein solches Bild (phantasie), was sie doch als in sich enthalten vorstellen sollte, in ein ganz ander Verhältnis, nämlich in einen Ort *äusserlich* und unter die Gegenstände, versetze, die sich ihrer wirklichen Empfindung darbieten.” ²⁾ Het *δνειροπολοῦμεν* van P l a t o ! ³⁾

Volledig maakt hij zich N e w t o n’s gedachte eerst eigen in „Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegen- den im Raume” (1768). De symmetrische figuren, b.v. rechter en linkerhand, verschillen in niets dan in de ruimte. „Es ist hieraus klar : dasz nicht die Bestimmungen des Raumes

¹⁾ a.art., pg. 359.

²⁾ Träume, I, 3, a.w., II, 344.

³⁾ Zie boven, pg. 79 v.

Folgen von den Lagen der Theile der Materie gegen einander, sondern diese Folgen von jenen sind, und dasz also in der Beschaffenheit der Körper Unterschiede angetroffen werden können und zwar wahre Unterschiede, die sich lediglich auf den *absoluten* und *ursprünglichen Raum* beziehen, weil nun durch ihn das Verhältnisz körperlicher Dinge möglich ist, und dasz, weil der absolute Raum kein Gegenstand einer äusseren Empfindung, sondern ein Grundbegriff ist, der alle dieselbe zuerst möglich macht, wir dasjenige, was in der Gestalt eines Körpers lediglich die Beziehung auf den reinen Raum angeht, nur durch die Gegenhaltung mit andern Körpern vernehmen können." ¹⁾

Daarmede is de ruimte losgemaakt van de dingen en hunne werkingen als voorwerp der waarneming; dat dit ook *moet*, wijl alles wat de empirie gaf ook weer door haar kan genomen worden, is het thema van de inaugureele oratie, met welke hij het professoraat te Königsbergen aanvaardde: „De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis” (1770), waarin de breuk met de realistische aanhangers van Leibniz onherstelbaar wordt door de loochening van de transcendentale geldigheid der aanschouwingsvormen, die voor de denkvormen nog wordt gehandhaafd. Men kan hem thans met VON HARTMANN ²⁾ aanhanger van een idealistische monadologie noemen, welke conceptie, naar we zagen, ³⁾ Leibniz in den laatsten tijd van zijn leven zelf huldigde.

In de sectio secunda, „de sensibilibus atque intelligibilibus discrimine generatim” heet het: „Intellectualium non datur (homini) intuitus, sed nonnisi *cognitio symbolica*, et intellectio

¹⁾ a.w., II, pg. 383.

²⁾ v. HARTMANN, a.w., pg. 61.

³⁾ Zie boven, § 3, pg. 68.

nobis tantum licet per conceptus universales in abstracto : non per singularem in concreto. Omnis enim intuitus noster adstringitur principio cuidam formae, sub qua sola aliquid immediate s. *ut singulare*, a mente *cerni* et non tantum discursive per conceptus generales concipi potest. Principium autem hoc formale nostri intuitus (spatium et tempus) est condicio, sub qua aliquid sensuum nostrorum obiectum esse potest, adeoque, ut condicio cognitionis sensitivae, non est medium ad intuitum intellectualem." ¹⁾

Daaruit blijkt nu, dat intuïtie bij K a n t ruimer beteekenis heeft dan ruimte en tijd, die ze slechts bevat, ²⁾ en van welke geometrie en kinematica handelen. Daarbij komt dan nog het getal, op zichzelf een schepping van den geest (intellectualis), „sed cuius tamen actuatio in concreto exigit opitulantes notiones temporis et spatii (successive addendo plura et iuxta se simul ponendo)" ³⁾ De mathesis pura geeft de meest volledige zekerheid : „est cuiuslibet intuitivae et distinctae cognitionis organon ; et quoniam eius objecta ipsa sunt omnis intuitus non solum principia formalia, sed ipsa *intuitus originarii*, largitur cognitionem verissimam simulque summae evidentiae in aliis exemplar" ⁴⁾ : de geometrische begrippen worden in de aanschouwing geconstrueerd. Nog blijven de geometrische *oordeelen* over, die deze begrippen verbinden, en zoo komt K a n t in de „Kritik der reinen Vernunft" (1781) tot de verbinding dezer in de aanschouwing geconstrueerde begrippen, tot de synthese van wat apriori is, tot de synthetische oordeelen apriori.

¹⁾ De mundi, II, § 10, a.w., II, pg. 396.

²⁾ Continet conceptus spatii et temporis, De mundi, II, § 12, a.w., II, pg. 397.

³⁾ Ibidem.

⁴⁾ Ibidem, pg. 398.

Kort saamgevat is dus de historische groei van de Transcendentale Aesthetik deze: postulaat van de mathematische natuurwetenschap is de absolute ruimte; deze kan niet zijn sensorium Dei, maar moet zijn sensorium humanum. De begrippen in de ruimte als aanschouwingsvorm geconstrueerd worden in de geometrische oordeelen door de aanschouwingsdaad verbonden; de axioma's zijn dus synthetische oordeelen apriori. Maar daarmee is de geometrie bemiddelend opgetreden tusschen de zuiver formeele analytische en aprioristische logica en de synthetische zuivere empirie, die eigenlijk slechts beide abstracties zijn, daar we niet anders hebben dan de Erfahrung, een verbinding van de uit haar geabstraheerde empirie en verstandsbegrippen.

Is Kant's grondgedachte *ten dezen* in de latere werken gewijzigd, of geeft hij door dubbelzinnigheid der terminologie aanleiding hem van weifeling te beschuldigen? COUTURAT meent in het aangehaald artikel, dat zijn lezing weergeeft gehouden ter gelegenheid der herdenking van Kant's sterfdag, van wèl. Hij betoogt nl. *eerst*, dat de „reine” mechanica, blijkens de Dissertatio, bij Kant de wetenschap van den tijd is, maar dit gevoelen niet is te handhaven, wijl het begrip der beweging in de Kritik empirisch is. Daardoor is het veld vrijgemaakt voor de tweede bewering, dat Kant slechts weifelend antwoord geeft op de vraag: welke wetenschap correspondeert met den tijd op dezelfde wijze als de geometrie met de ruimte, arithmetiek of „reine” mechanica? En *eindelijk* meent hij te kunnen aantoonen, dat de arithmetiek, ook volgens Kant zelf, niets met den tijd als aanschouwingsvorm van noode heeft en daarom schoon apriori, niet synthetisch is. Over elk van deze drie punten in de door hem zelf gekozen volgorde een enkele opmerking.

A. In de tweede uitgave van de Kritik (1787) is bij de tijdsleer een „transcendentale Erörterung des Begriffes der Zeit” ingelascht. „Hier füge ich noch hinzu, dasz der Begriff der Veränderung und mit ihm der Begriff der Bewegung (als Veränderung des Orts) nur durch und in der Zeitvorstellung möglich ist ; dasz, wenn diese Vorstellung nicht Anschauung (innere) *a priori* wäre, kein Begriff, welcher es auch sei, die Möglichkeit einer Veränderung, d.i. einer Verbindung contradictorisch entgegengesetzter Prädicate(z. B. das Sein an einem Orte und das Nichtsein eben desselben Dinges an demselben Orte) in einem und demselben Objecte, begreiflich machen könnte. Nur in der Zeit können beide contradictorisch-entgegengesetzte Bestimmungen in einem Dinge, nämlich *nach einander* anzutreffen sein. Also erklärt unser Zeitbegriff die Möglichkeit so vieler synthetischer Erkenntnisz *a priori*, als die allgemeine Bewegungslehre, die nicht wenig fruchtbar ist, darlegt,” ¹⁾ Hiermede ware nu inderdaad slecht te rijmen, dat het bewegingsbegrip empirisch zou zijn. ²⁾ Maar heeft Kant dat dan ergens beweerd? COUTURAT beroept zich op § 7 van de transcendentale Aesthetik. Daar heet het echter: „Dasz schlieszlich die transcendentale Aesthetik nicht mehr als diese zwei Elemente, nämlich Raum und Zeit, enthalten könne, ist daraus klar, weil alle andre zur Sinnlichkeit gehörige Begriffe, selbst der der Bewegung welche beide Stücke vereinigt, etwas Empirisches voraussetzen. Denn diese setzt die Wahrnehmung von etwas Beweglichem voraus. Im Raum, an sich selbst betrachtet, ist aber nichts Bewegliches : daher das Bewegliche etwas sein musz, *was im Raume nur durch*

¹⁾ a.w., III, 1904, pg. 59.

²⁾ COUTURAT, a.art., pg. 336.

Erfahrung gefunden wird, mithin ein empirisches Datum. Eben so kann die transcendente Aesthetik nicht den Begriff der Veränderung unter ihre Data apriori zählen: denn die Zeit selbst verändert sich nicht, sondern etwas, das in der Zeit ist. Also wird dazu die Wahrnehmung von irgend einem Dasein und der Succession seiner Bestimmungen, mithin Erfahrung erfordert.”¹⁾ ’t Bewegingsbegrip is hier dus *niet* empirisch, maar aan de *synthese* van de waarneming van een empirisch iets en de aprioristische ruimte en tijd ontleend; deze laatste zijn niet meer dan de mogelijkheid der beweging. Voor de beweging behoeft men beide: deze mogelijkheid der aanschouwingsvormen en het bestaan buiten ons van een bewegelijk iets. Daar is in deze onderscheiding van kinematica en mechanica of reine en toegepaste mechanica dus niets wat strijdt met die der Dissertatio: geometrie en kinematica of „reine Mechanik” (niet arithmetiek) blijven voor en na de wetenschappen van ruimte en tijd.

B. Dat K a n t niet weifelt tusschen kinematica en arithmetiek als wetenschap van den tijd blijkt wel het duidelijkst uit de omschrijving van den laatsten gegeven: hij heeft slechts één dimensie; verschillende tijden zijn niet tegelijk, maar na elkander, zooals verschillende ruimten niet na elkander, maar gelijk zijn.²⁾ Hier is niets van axiomas der arithmetiek te bespeuren. Eenigszins meer pleit voor COUTURAT de plaats in de Prolegomena: „Geometrie legt die reine Anschauung des Raumes zum Grunde. Arithmetik bringt selbst ihre Zahlbegriffe durch successive Hinzusetzung der Einheiten in der Zeit zu Stande, vornehmlich aber reine Mechanik kann ihre Begriffe von Bewegung nur vermittelt der Vorstellung der

¹⁾ a.w., IV, 1903, pg.42 (1781) = III, pg. 64 (1787).

²⁾ a.w., IV, pg. 36 (1781) = III, pg. 58 (1787).

Zeit zur Stande bringen." ¹⁾ Het „vornehmlich" geeft hier een uiterst gedrongen constructie en men begrijpt, hoe COUTURAT komt tot de uitspraak: „Les mots „mais surtout" trahissent l'embarras de Kant et ses hésitations." ²⁾ Maar bij nader inzien wordt ook hier niet een vreemd element ingevoegd. De opvatting der kinematica blijft dezelfde; alleen aangaande de arithmetiek heet het, dat de getallen begrippen zijn, door successieve toevoeging der eenheden in den tijd tot stand gekomen. De vooronderstellingen van het getal zijn dus: 't vermogen begrippen te vormen, de successie, de eenheid en de tijd, elk op eigen wijze; de gedeeltelijke parallel met de kinematica moet den tijd hier doen opvatten als mogelijkheid van het tellen. Onjuist is het nu daaruit af te leiden, dat hier de arithmetiek wetenschap van den tijd is: 't „vornehmlich" snijdt dit ten deele af, en buitendien: alle psychische actie geschiedt in den tijd, gelijk K a n t zelf in het voorwoord der „Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft" betoogt. Deze opvatting wordt versterkt door de bewering in 't schematisme, waar 't zuivere beeld van alle grootten (quanta) voor den uitwendigen zin de ruimte, en van alle objecten voor den in- en uitwendigen zin de tijd heet. „Das reine *Schema der Grösze* aber (quantitatis) als eines Begriffs des Verstandes, ist die *Zahl*, welche eine Vorstellung ist, die successive Addition von Einem zu Einem (gleichartigen) zusammenbefasst. Also ist die Zahl nichts Anders, als die Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch dasz ich die Zeit selbst in der Apprehension der An-

¹⁾ Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können, § 10, a.w., IV, pg. 283.

²⁾ COUTURAT, a.art., pg. 337.

schauung erzeuge." ¹⁾ Ook hier is de tijd een noodwendige onderstelling van *alle*, dus ook van psychische verschijnselen, maar het getal is niet een deelbegrip van den tijd; de arithmetiek verhoudt zich geheel anders tot de tijdsaanschouwing dan de geometrie tot die der ruimte.

C. Tenslotte wil COUTURAT dat ook wel toegeven; hij wendt zijn betoog plotseling om en zegt nu: indien de getallen *begrippen* zijn, is de intuïtie voor de arithmetiek uitgeschakeld. ²⁾ Hier geldt het: Wie te veel bewijst. . . . Want indien dit laatste juist is, hoe kan dan de arithmetiek de wetenschap van den tijd zijn? Met deze opmerking weerlegt hij zijn voorgaande. Maar, de mogelijkheid staat nog open, dat K a n t en niet zijn scherpzinnig criticus oorzaak is der grenzenloze verwarring. Daarom citeeren we tenslotte nog enkele plaatsen, waar o.a. de arithmetiek met begrippen in verband wordt gebracht. „Alle Vernunftkenntnisz" zegt K a n t, „ist nun entweder die aus Begriffen, oder aus der Construction der Begriffe; die erstere heiszt philosophisch, die zweite mathematisch. . . . Einen Begriff aber construiren, heiszt: die ihm correspondirende Anschauung *a priori* darstellen," ³⁾ „die Wirklichkeit und Notwendigkeit, oder die Gegenteilen derselben zu erwägen: dieses alles gehört zum Vernunftkenntnisz aus Begriffen, welches philosophisch genannt wird. Aber in Raume eine Anschauung *a priori* zu bestimmen (Gestalt), die Zeit zu theilen (Dauer), oder blosz das Allgemeine der Synthesis von einem und Demselben in der Zeit und dem Raume und die daraus entspringende Größe einer Anschauung überhaupt (Zahl) zu erkennen, das ist ein Vernunftgeschäfte

¹⁾ a.w., IV, pg. 102; III, pg. 137.

²⁾ COUTURAT, a.art., pg. 341/342.

³⁾ a.w., III, pg. 469.

durch Construction der Begriffe und heisst mathematisch." ¹⁾

Nu is 't toch al te kras om dit woord „begrip" zóó te willen exegetiseeren, dat K a n t toch weer op 't standpunt komt, dat hij na 1770 steeds heeft bestreden. De nadruk valt hier echter niet op 't algemeene woord „begrip", maar op de onderscheiding tusschen 't rationalistisch-analytisch en 't intuitionistisch-geconstrueerde begrip. Het getal onderstelt den tijd, maar is *niet dáárom* intuïtief, want dan is „tochten" het ook, maar wijl in 't getal één synthese van één en hetzelfde ligt opgesloten. Deze saamvatting van twee elementen tot één nieuwe eenheid is niet analytisch maar synthetisch. Deze synthese vindt door het subject plaats in den subjectieven aanschouwingsvorm van den absoluten tijd, maar haar objecten zijn niet (mathematische) tijdpunten, daar tijdpunten niet bestaan, maar slechts grenzen zijn, waartoe onze tijddeeling, afdalend, nadert zonder ze ooit te bereiken. *Objecten* der synthese zijn echter niet deze hersenschimmige tijdpunten, maar successies, reële, psychische momenten, verbonden tot een nieuw geheel: we tellen slechts Gegenstände. Zoo blijkt de vraag naar de waarde der arithmetiek een onderdeel te zijn van die andere, die onderzoekt de waarde van den Gegenstand voor het gegevene. Dat heeft ook COUTURAT beseft, als hij zich stoot aan de subject-praedicaatlogica, die hij op *zijn* formalistisch standpunt wel moet *vereenzelvigen* met de subject-praedicaat-kenleer, zoodat heel de indeeling in analytische, synthetisch en synthetisch-apriorische oordeelen voor hem met 't aanvaarden der relatielogica, die slechts analytische oordeelen kent, valt. Dat K a n t

¹⁾ a.w., III, pg. 475.

voor de *relatiologica* weinig oog had, is waar, maar men bedenke, dat niemand zoozeer als hij de relatie relatie heeft gelaten en alleen om dit te kunnen doen, absolute ruimte en tijd alle physische werkelijkheid ontzegde. Maar met enkel *relatiologica* komt men nog minder gereed: nog wel bij de positivistisch geconstrueerde wetenschap, maar zeker niet zoodra men over haar onbewust gebezigde grondstellingen nadenkt. Dan kunnen de relaties niet zonder dingen zijn, dan wordt de substantialiteit een noodwendig postulaat, en een kenleer, die uitgaat van den mensch die toch zelf substantie is, kan men het moeilijk euvel duiden, dat ze begint bij de *subject-praedicaatlogica*, waarin de mensch toont zichzelf bewust te worden.

Onze eigen critiek op Kant is dan ook van geheel anderen aard dan de besprokene. Allereerst keuren we 't dooreenhaspelen van „Gegenstand” en „Begriff” onder de verzamelingen van „Begriff” ten zeerste af; daardoor worden ratio en mathesis niet genoeg onderscheiden. En verder is ons bezwaar, dat in de *Transcendentale Aesthetik*, in die paragraphen welke argumenten aanvoeren voor de idealiteit van ruimte en tijd, dit zelfbewust-zijn geheel is vergeten. Dit hangt samen met de psychologische methode van welke men in de *Aesthetik* nog veel meer resten vindt dan in de *Analytik*, waarom HEYMANS¹⁾ dan ook, op zijn standpunt terecht, de eerste hooger schat dan de laatstgenoemde; maar daar onze waardeering geheel van de psychonistische verschilt, en juist deze paragraphen van geweldigen invloed zijn geweest op heel de wijsbegeerte sinds-

¹⁾ HEYMANS, *Schets eener kritische geschiedenis van het causaliteitsbegrip in de nieuwere wijsbegeerte*, 1890, pg. 228/229.

dien, mag o.i. Kant het verwijt niet bespaard, door grenzenlooze onnauwkeurigheid hier het phaenomenalisme vat gegeven te hebben. Zijn argumenten zijn nl. de volgende :

1e. De voorstellingen van ruimte en tijd kunnen niet geabstraheerd worden uit de empirie, want afzonderlijke ruimten en tijden hebben reeds zelf de kenmerken van ruimte en tijd.

2e. Ruimte en tijd zijn noodwendige voorstellingen ; men kan alles uit haar, haar niet uit alles wegdenken.

3e. Ruimte en tijd zijn niet discursieve begrippen : ze zijn slechts eenmaal gegeven en niet zelf deelen der voorstellingen van afzonderlijke ruimten en momenten, maar deze zijn deelen van hen.

4e. Beide zijn oneindig.

Nu is de juistheid der argumenten onder 1 en 3 onmiddellijk toe te geven. Het intuitionisme bestrijdt in het eerste het empirisme, in het laatste het starre deductieve monisme.

Het *tweede* argument kan echter niet worden aanvaard ; bezien we dit nader.

Kant leverde het tweemaal, eerst voor de ruimte, daarna voor den tijd. In „Von dem Raume” luidt het aldus : „Der Raum ist eine nothwendige Vorstellung a priori, die allen äusseren Anschauungen zum Grunde liegt. Man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dasz kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, dasz keine Gegenstände darin angetroffen werden. Er wird also als die Bedingung der Möglichkeit der Erscheinungen und nicht als eine Vorstellung a priori, die nothwendiger Weise äusseren Erscheinungen zum Grunde liegt.” ¹⁾

¹⁾ a.w., IV, pg. 32 = III, pg. 52/53.

Allereerst treft hier de verwisseling van voorstelling en denken juist op 't critieke moment, als identiteit van terminologie dringend vereischt wordt. Een voorstelling is afhankelijk van zintuigen en lichaam; verstaat men onder „man” nu den mensch naar z'n psychophysische organisatie, dan is de bewering onjuist: ik kan me dan niet alles uit de ruimte weg-voorstellen, want m'n lichaam zelf is ruimtelijk. Neem ik „man” als psyche zonder lichaam, dan is 't ontstaan van voorstellingen onmogelijk en rest slechts 't denken. Zoo slecht als 'k me een ruimte zonder inhoud kan voorstellen, zoo licht kan 'k de ruimte weg-denken: ik kan me denken (niet voorstellen) een gedachte en een psyche, los van het lichaam, zonder ruimte. Dit gedachten-experiment is dus onmogelijk en bewijst niets.

Eenigszins andere conclusie moet volgen uit de critiek op het tweede argument voor de subjectiviteit van den *tijd*. „Die Zeit”, zegt Kant,¹⁾ „ist eine nothwendige Vorstellung, die allen Anschauungen zum Grunde liegt. Man kann in Ansehung der Erscheinungen überhaupt die Zeit selbst nicht aufheben, ob man zwar ganz wohl die Erscheinungen aus der Zeit wegnehmen kann.” Veronderstellen we nu, wat Kant's betoog, zal het bindend zijn, hier eischt, dat „aufheben” en „wegnehmen” hetzelfde beteekenen, dan blijft nog deze critiek: of mijn bestaan behoort tot de Erscheinungen, maar 'k kan daaruit den tijd als een successie van oogenblikken niet „aufheben”, of het behoort niet tot de Erscheinungen en is me toch onmiddellijk bewust, m.a.w. of het experiment is onmogelijk, of het zelfbewustzijn is het feit waarop heel het phaenomena-

¹⁾ a.w., IV, pg. 36 = III, pg. 57/58.

lisme afstuit. Men kan nu opmerken dat Kant niet van een 'successie van oogenblikken' spreekt, en dus zijn „Zeitanschauung" daarmede niet te vereenzelvigen is, maar één van beide: deze successie valt onder de Zeitanschauung, maar dan strandt Kant's hypothese op de ééne, negatieve instantie van de successie in het zelfbewustzijn, of onder de Zeitanschauung is iets anders te verstaan, b.v. 't feit, dat we ons *alles* in den tijd voorstellen, tot het eeuwige toe, en niet anders *kunnen*. Dan vervalt echter de parallel tusschen ruimte en tijd *in den zin van successie*. Tijd onderscheidt zich echter van eeuwigheid niet alleen door begin en einde, maar ook door successie.¹⁾ Wat dus aanschouwingsvorm mag heeten is slechts ruimte en de Anschauung dat alles in een ééndimensionale orde verloopt.

Nu meenen we wel te mogen aannemen, dat Kant zelf deze critiek zou erkennen, wijl hij elders de successie in verband met de arithmetiek vaak uitdrukkelijk vermeldt. Maar we wenschen hier met nadruk uit te spreken, juist omdat we Kant's hypothese — want meer is het niet — van de idealiteit van ruimte en tijd aanvaarden, dat dit slechts voor ons, en o.i. impliciet voor den theïst in 't algemeen, mogelijk is bij een des te sterker accentueeren van de realiteit der successie. Welke belangen hier op het spel staan kan eerst later uiteengezet; ²⁾ hier volsta het bewijs, dat Kant's argumenten in ieder geval logisch de successie niet *mogen* raken, gelijk we zooeven betoogden.

Ook het *vierde* argument verdient nader onze aandacht. Niet, dat we hier critiek zouden hebben tegen de formu-

¹⁾ H. BAVINCK, Gereformeerde Dogmatiek², II, 1908, n. 193, pg. 151.

²⁾ Zie hieronder, § 14, pg. 346.

leering als bij het tweede, maar om een voor de hand liggenden logischen reden. Men kan meenen, dat Kant het axioma van de ontkenning der actualiteit van het oneindige aan zijn argumentatie ten gunste van de subjectiviteit der ruimte ten grondslag heeft gelegd. Nu kan men daartegen niet opmerken, dat, indien daarom de ruimte niet een ding kan zijn, ook een cirkel het niet kan wezen, wijl ook hier het oneindige zich voltooid schijnt voor te doen.¹⁾ Want Kant zou terecht antwoorden, dat cirkels ook geen dingen zijn. Meer van gewicht is echter de opmerking, dat een stelsel dat onkenbare dingen aanneemt niet kan verklaren, dat een voltooide oneindigheid niet kan bestaan, wijl deze onkenbaar kan zijn. Inderdaad acht Kant de Dinge an sich onkenbaar en gaat dit argument dan ook volkomen op. Meent men nu op grond hiervan de ruimte een ding te mogen noemen, dan blijve men ook consequent, Daar dit „ding” oneindig deelbaar en volkomen homogeen en isotroop is, is de punt dan ook een „ding”, en men staat voor de contradicties der voltooide oneindigheid. Want punten, wijl „dingen”, kunnen we dan ook niet kennen; wanneer we dan toch over hun „bestaan” als „ding” spreken omdat we het begrip „punt” kunnen vormen, aanvaardt men het naieve realisme, dat alle verband tusschen denken en zijn doorsnijdt in z'n parallelistische kenleer en straks in de metaphysica dit parallelisme moet doorvoeren tot Spinozisme.

Wil men dit niet, dan moet men om dit argument, dat

¹⁾ E. STUDY, Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raum, 1914, pg. 32.

heel Kant's ruimteleer bedreigt, terzijde te kunnen stellen, breken met de (*historisch deels gewettigde en deels ongewettigde — in hoeverre blijve hier onbeslist —*) phaenomenalistische exegese van zijn werken. M.a.w.: men moet aanvaarden, dat de dingen *wel* kenbaar zijn, en *wel door* hun relaties. Zuiverder intuitionistisch schijnt ons daarom de volgende constructie: Gaan we uit van 't geloof, dat er een ding is, het Ik, en van 't geloof (door analogie gesteund, schoon niet bewezen), dat er andere dingen dan het Ik bestaan, die we kunnen kennen door hun openbaringen aan, hun relaties tot ons, dan onderscheiden we tweeërlei: er zijn directe relaties van het ding tot het Ik en tweederangs-relaties van de relatie der dingen onderling tot het Ik. Elke kennis nu onderstelt een *gelegd* verband tusschen ons denken en het andere; we kunnen niet stellen, dat dit gegevene zich gedraagt naar de wetten van ons denken, dat b.v. voor de dingen de wet der contradictie opgaat en dus voor hen de regel zou gelden, dat er geen voltooide oneindigheid bestaat. Wel kunnen we dat eischen van onze begrippen, welke denken en zijn reeds in zich opnamen. Nu nemen we ontegenzeggelijk niet *de* ruimte waar, maar slechts ruimteverhoudingen; deze zijn niet dingen, noch relaties van de dingen die *als relaties* zelf in ruimte-verhoudingen staan; onze waarneming van ruimteverhoudingen is dus een derde-rangs-relatie ten opzichte van de dingen, een relatie tusschen het denken en een gegeven (objectieve) relatie van relaties (verschijnselen). Maar ook deze relatie, tusschen relaties₂ van dingrelaties₁ en het Ik kan niet bestaan zonder een subjectief en objectief element, Er is dus ook iets subjectiefs in de ruimtegewaarwording en dit ele-

ment kan men veilig aanschouwingsvorm noemen.¹⁾ Men ziet nu in, waarom de ontkenning van de voltooide oneindigheid niet aan de leer van de subjectiviteit der ruimte (beter: de erkenning van een subjectief element in de ruimte-bepaling) ten *grondslag* ligt, maar beide, die ontkenning en deze leer, onmiddellijke uitvloeisels zijn der monadologie. Het vierde argument moet dus als *zoodanig* vervallen, hoewel het een juiste bewering insluit.

Ten slotte: „absolute ruimte” als de limiet die heel de wetenschap tracht te benaderen in haar localiseeringspogingen, had Kant beter in haar regulatief karakter kunnen onderscheiden van den psychischen aanschouwingsvorm, onder welken we dus niets anders verstaan dan het subjectieve element in de relatie die tusschen psyche en physische verschijnselen zoodanig bestaat, dat de eerste de laatste in de ruimte localiseert, beter nog: de *kendaad* waarin de mensch streeft in de richting van de limiet der absolute ruimte. Dit hangt samen met den psychologischen opzet van de Aesthetik. Zoo is en blijft het te betreuren, dat, in weerwil van enkele andere uitdrukkingen, in dit deel der Kritik het phaenomenalisme steun ontving. Men heeft het slechts, de objectiviteit der successie ver-

¹⁾ TREDELENBURG's onderscheiding van drie mogelijkheden: ruimte en tijd zijn: 1. louter subjectief, 2. louter objectief en 3. zoowel het een als het ander (a.art., pg. 223) verwart het alternatief van den *oorsprong* (apriori of aposteriori) met dat van de *geldigheid*. In de beantwoording van de vraag naar den oorsprong moet men wel, wil men de eigenaardigheid der mathesis handhaven, de verzoening bij Kant geboden, aanvaarden; wat de *geldigheid* betreft staan niet drie mogelijkheden, maar slechts twee naast elkander, zooals VON HARTMANN (a.w., pg. 89) terecht opmerkt: louter subjectief of subjectief en objectief beide. Het intuïtisme kiest hier voor 't laatste, juist krachtens het synthetisch-aprioristisch element, dat in elk oordeel en bij uitstek in 't mathematische schuilt.

getend, voor te stellen, alsof de aanschouwingsvormen, wijl nuttig, verworven werden in den strijd om 't bestaan,¹⁾ om terstond in pragmatisme en psychologisme te vervallen. En is men zoo weer bij 't monisme aangeland, dan begint de reconstructie: die aanschouwingsvormen spelen niet meer een bemiddelende rol in de kennis: 't monisme eischt eenheid ook in de kenleer: de getallen worden begrippen, de ruimte wordt gearithmetiseerd en daarmede wordt het laatste spoor van intuitionisme, daar het nog herinnert aan het geantiqueerde dualisme, bij de reiniging van den tempel, aan het zuivere begrip gewijd, weggegeeseld.

In de Transcendentale Analytik is voor ons slechts van gewicht wat de bespreking van de tweede klasse der Grundsätze des reinen Verstandes (transcendentale Doctrin der Urtheilskraft) nl. die der „Anticipationen der Wahrnehmung” biedt. Haar princip is, dat „die Empfindung und das Reale, welches ihr an dem Gegenstande entspricht eine intensive Grösse, d.i. einen Grad” heeft, welker verschillen een continue reeks vormen. Daarmee wordt de extensiteit van hare alleenheerschappij beroofd en 't kwalitatieve element naast 't quantitatieve erkend; dat dit samenhangt met den wensch het dualisme te handhaven, blijkt uit de correctie in de tweede uitgave: „In allen Erscheinungen hat das Reale, was ein Gegenstand der Empfindung ist, intensive Grösse,” en dat hier de tusschenzin een beperkende is, en dus beteekent: in *zooverre* 't reale een „Gegenstand der Empfindung” is, blijkt, ondanks COHEN's²⁾ protest, uit het slot van het bewijs: aan deze

¹⁾ Vrgl. hieronder, § 11, pg. 218 en 230.

²⁾ a.w., pg. 109.

grootte corresponderend, moet „allen Objecten der Wahrnehmung sofern diese Empfindung enthält, *intensive Grösse*” toegeschreven worden. Echter mag COHEN de eer niet onthouden, 't verband tusschen deze intensieve grootte en 't oneindigkleine der mathematische physica doorzien te hebben: ¹⁾ behalve ruimte en tijd is voor de genetische definities der mathesis ook de beweging (gewaarwordings-qualiteit) noodig.

Uit de Dialektik hebben we nog de mathematische antinomieën na te gaan. De vragen luiden, naar men weet, als volgt: 1. Is de wereld tijdelijk en ruimtelijk begrensd? 2. Bestaan er atomen?

Kant laat nu voor een bevestigende beantwoording der eerste vraag (these) de onmogelijkheid van de actueele oneindigheid pleiten. Maar evenmin is een absoluut begin van de wereld in den tijd denkbaar (antithese), wegens de antinomie die in de verbinding „absolute grens” schuilt. Kant heeft in „Der Antonomie der reinen Vernunft sechster Abschnitt, Der transcendente Idealismus als der Schlüssel zu Auflösung der kosmologischen Dialektik” slechts de richting aangegeven waarin moet worden gezocht: als regulatief principie voor ons handelen op 't gebied der wetenschap moet gelden, dat we nooit bij een moment als 't eerste of laatste stilstaan, maar steeds onderzoeken: wat daarvoor en wat daarna? Maar scherper onderscheiding van wetenschappelijk meetbaren en innerlijk beleefden tijd had hem ook hier een verzoening met Augustinus mogelijk gemaakt: de veranderlijkheid is met de wereld *geschapen*; van haar geldt: „sine aliqua

¹⁾ a.w., pg. 110.

„mobili mobilitate non est.” En tot God spreekt de Kerkvader dan ook : „Gij gaat niet in den tijd aan de tijden vooraf, anders zoudt ge niet aan allen tijd voorafgaan. Maar gij gaat in de verhevenheid der steeds tegenwoordige eeuwigheid aan alle vergankelijkheid vooraf, en zijt boven alle toekomst verheven, juist omdat ze toekomstig is en vergaan is op 't moment dat ze gekomen is; Gij echter blijft en uwe jaren nemen geen einde.” ¹⁾ Augustinus kent de tijds-aanschouwing niet als zoodanig, Kant onderscheidt van haar de successie niet voldoende. Noodwendig moeten we echter Gods bestaan in onze tijdsaanschouwing vóór het bestaan der wereld plaatsen, ons daarbij natuurlijk wel rekenschap ervan gevend, dat we zoo 't oneindige, wat ons als zoodanig *onbegrijpelijk* is, *pro mensura hominis voorstellen* en dit ook mogen doen en zelfs behooren te doen, wijl God 't aldus *wil* blijkens Zijn bijzondere openbaring. Maar evenzeer moet ons *denken*, eveneens op grond van dezelfde openbaring, Hem als Wezen een ontijdelijk bestaan toekennen, welke ontijdelijkheid niet alleen de negatie van objectieve tijdelijkheid insluit, wat bij *alles* het geval is, maar ook die van successie, waardoor Hij zich van de schepping onderscheidt; ²⁾ en evenzoo kunnen *wij* de alomtegenwoordigheid slechts ruimtelijk *voorstellen* en behooren dit ook te doen, hoewel Gods Wezen onruimtelijk is. ³⁾

Van groote beteekenis is, dat „de wereld” hier wordt be-

¹⁾ Conf. XI, 13.

²⁾ Vrgl. de scholastieke onderscheiding „*creatio in successionem et in tempore*.”

³⁾ De tweede der mathematische antinomieën biedt na Aristoteles' onderscheiding van deelbaarheid en gedeeldheid geen nieuwe moeilijkheden.

schouwd niet als ding, maar als afgerond geheel van verschijnselen. Elk verschijnsel stelt problemen — o.a. van ding en relatie — maar „de wereld” is iets, wat de empirische synthese slechts kan benaderen, dus een idee. Niet de ervaring, maar slechts de analyse van deze idee kan hier helderheid brengen: 't denken wil over elken grens uit, maar kan zich 't onbegrensde niet denken. Maar daarom heeft 't geen zin te strijden over de vraag of „de wereld” eindig is of oneindig, daar „de wereld” (niet te verwarren met „de aarde”!) slechts als een kentheoretische idee¹⁾ is te vatten, wijl men anders stuit op de uitdrukking „een absolute grens”, welke verbinding evenzeer een contradictie bevat als „voltooide oneindigheid.”

Zoo eindigt hier alles in de tegenstelling van voorstelling en denken. COHN leverde nu in de „Geschichte des Unendlichkeitsproblems” de volgende uiteenzetting: in de Aesthetik verklaart Kant, dat de aanschouwingsvormen subjectief zijn, in de Analytik stelt hij de categorieën aan deze gelijk, in de Dialektik heet 't, dat de wereld nooit als totaal is te vatten, en dus slechts verschijning is. COHN vraagt dan: „warum sollte eine „Erscheinung” nicht als Totalität fassbar sein? Warum konnte nicht ein Stück der an sich seienden Welt von uns gefasst werden, während das Ganze unfassbar bliebe?”²⁾ Hij meent, dat veeleer uit Kant's stellingen de conclusie volgt, dat er een van onze verstandskennis onafhankelijke „Gegebenheit” bestaat, waarvan deze kennis zich heeft

¹⁾ Schoon niet kentheoretisch bedoeld had de oude stelling der scholastiek, dat de wereld niet een unitas essentialis maar slechts een unitas ordinis had, dus toch wel beteekenis.

²⁾ a.w., pg. 255.

meester te maken. „Nur so viel wäre festgestellt, dass diese Welt der Verstandeserkenntnis als fremder Stoff unterliegt, dass die Verstandeserkenntnis diesem Stoff nicht adäquat angepasst ist." Maar dan volgt ook direct: — en, wanneer 't voorgaand betoog juist is, terecht — „Ueber die Subjektivität von Raum und Zeit wäre hieraus nichts mehr zu entscheiden." ¹⁾ Voor hij het weet staat COHN aan 't eind van zijn overigens zoo sympathiek jeugdwerk weer op naief realistisch standpunt en dit zou hem straks ook weer tot aanvaarding van het actueel-oneindige nopen.

Waar steekt dan de fout? In de *parallelisering* van Aesthetik en Analytik. Ruimte en tijd moeten als aanschouwingsvormen worden genomen — en werden dit ook door K a n t — om de apodicticiteit der mathesis te kunnen handhaven in onderscheiding van de andere wetenschappen. Zou nu de Analytik parallel aan de Aesthetik loopen — of K a n t dit bedoeld heeft is een historisch-exegetische quaestie, waarop we hier niet dieper kunnen ingaan wijl ze stof genoeg zou bieden voor een zelfstandig werk — dan zou 't onderscheid tusschen ruimte en tijd eener- en de verstandsbegrippen anderzijds vervallen, de zekerheid der mathesis gelijk zijn aan die der natuurwetenschap, en K a n t een volgeling worden van H u m e. Of inderdaad de opzet der Analytik zulk een relativistischen indruk maakt? COHN meent van wel en trekt relativistische conclusies, die K a n t verzuimde, HEYMANS daarentegen meent van niet en acht daarom, zelf relativist, de Analytik niet hoog. Als gezegd zou ons de partijkeuze in deze historische controvers te ver voeren, maar wel moet hier met

¹⁾ a.w., pg. 256.

klem geconstateerd, dat voor den intuitionist de Analytik niet evenwijdig met de Aesthetik *mag* loopen: de mathesis moet juist verzoenen ratio en empirie, in elk oordeel wel bijeen maar niet zóó als in de wiskunde; ¹⁾ ruimte en tijd zijn dieper gefundeerd dan de categorieën der physica. COHN heeft dit zelf dan ook begrepen: twaalf jaren later ziet hij in ruimte en tijd weer aanschouwingsvormen, ²⁾ en geeft hij toe, dat, wil men zoowel de antinomie in „voltooid oneindigheid” als die in „absolute grens” gelegen, vermijden, men ’t inbegrip van alles wat in de tijdreeks vóór het „nu” verliep en de „wereld” in ruimte en tijd niet als een eenheid mag opvatten. ³⁾ En eerst als men dit inziet, is ’t monisme volkomen te overwinnen.

Zoo vonden we een geregelde ontwikkeling in de geschiedenis van het intuitionisme. In Socrates verzet het zich tegen het psychologisme: in Plato vraagt het onbewust de tweeheid der methode in mathesis en subsumptiologica; Aristoteles legt den grond voor een intuitionistische continuïteitsopvatting; terwijl Augustinus wijst op de oerintuïtie van het zelf-bestaan, verbindt Descartes deze met de analytische geometrie, maar rooft zich het inzicht in de intuïtieve twee-eenheid door ’t dualisme zóó te stellen dat de eenheid onmogelijk wordt; Pascal postuleert de intuïtie als grondslag van *heel* de wijsbegeerte; Newton erkent de hogere waarde

¹⁾ Vrgl. hieronder, § 17, pg. 436.

²⁾ J. COHN, *Voraussetzungen und Ziele des Erkennens, Untersuchungen über die Grundlagen der Logik*, 1908, pg. 274.

³⁾ a.w., pg. 284.

der arithmetiek boven die der geometrie ; K a n t stelt door zijn critiek het rationalisme voorgoed grenzen en waagt een koene hypothese om de apodicticiteit der arithmetische en geometrische oordeelen te verklaren, maar slaagt er niet in alle phaenomenalisme te vermijden.

Maar toch was de naaste toekomst het intuitionisme niet gunstig. Want het benadeelde *zich zelf* door, schoon als dualisme de synthese van de twee kenmethoden in de mathesis grijpende en daarmede de mogelijkheid van bestaan voor zichzelf scheppende, den band met het zelfbewustzijn nog te weinig aan te trekken, wat vooral te wijten was aan de dooreenwarring van tijd en successie. Maar ook van buiten af verhieven zich moeilijkheden door den nieuwen vorm waarin de oude problemen zich voordeden, zoodat het aanvankelijk scheen, alsof ze onoplosbaar waren en, nog sterker, alsof ze het monisme in het gelijk stelden. Immers kwam de ontdekking der niet-euclidische geometrie schijnbaar het empirisme, die der relatieloga en der arithmetiseering van de geometrie het formalisme ten goede.

Deze ontdekkingen bespreken we in het volgend hoofdstuk.

HOOFDSTUK III.

HET REFEREEREND DEEL.

Nadat we de noodwendigheid der oplossingen in drieërlei richting aantoonde en zoo een aprioristische constructie van de grondtendenzen in het wijsgeurig denken over de wiskunde trachtten te geven, poogden we in het vorig hoofdstuk de juistheid van deze indeeling te bewijzen, door telkens weer de aandacht te vestigen op een saamtreffen van bepaalde gedachten in de wiskunde en in de metaphysica der onderscheiden richtingen.

In een volgend hoofdstuk hopen we de overtuiging ingang te doen vinden, dat de geschetste stroomingen tot op het heden voortgaan en de strijd van vroeger dagen principieel geen andere is dan die van onzen tijd. Toch zouden we in vage algemeenheden blijven zweven, indien we niet steeds konden putten uit de nieuwere werken, en daar ontmoeten we telkens problemen die we tot nog toe niet konden bespreken, wijl ze zich voordeden na het tijdperk dat we in het voorgaande hoofdstuk behandelden. 't Is om methodologische redenen, reeds vroeger uiteengezet,¹⁾ dan ook gewenscht voor een oogenblik de principieele tegenstellingen te laten varen en een overzicht te bieden van de

¹⁾ Zie Inleiding, pg. 4 en 5.

nieuwe resultaten en de problemen die naar aanleiding van deze worden gesteld. In die probleemstelling, wyl vrucht van menschelijke reflectie, ziet men de nauwlijks verbannen strijd terstond weer herleven.

We behandelen nu achtereenvolgens de niet-euclidische geometrieën, de tweezijdige ontwikkeling der nieuwere logica, de herleving van het actueel oneindige en de arithmetisering der geometrie. 't Nut ze in deze volgorde te plaatsen, blijkt bij de behandeling van zelf.

§ 5. De niet-euclidische geometrieën.

N. J. LOBATCHEFSKIJ, Pangeometrie, 1856, Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften, nr. 130, 1902. — L. NELSON, Bemerkungen über die Nicht-Euklidische Geometrie und den Ursprung der mathematischen Gewissheit, Abhandlungen der Fries'schen Schule, I, 1906, pg. 373/430. — A. WASSILJEF, Nikolaj Iwanowitsch Lobatschewskij, aus dem Russischen übersetzt von Prof F. Engel, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, VII, 1895, pg. 205/244.

Het is noodwendig, dat het denken uitga van laatste of eerste waarheden, die niet verder te bewijzen zijn. Rationalisme noch empirisme, mits even doordenkend, kan deze triviale waarheid loochenen.

Wel nergens treedt deze noodwendigheid duidelijker aan den dag dan in de wiskunde, in welke van Euclides af het steeds gewoonte was, wat niet nader te bewijzen viel en aanspraak deed gelden op onmiddellijke evidentie, als axioma in te voeren, en alle andere stellingen uit deze grondstellingen te deduceeren. Deze formeele omschrijving van axioma volstaat in dit verband; op de

vraag, wat die onmiddellijke evidentie is en beteekent, en hoe ze ontstaat, hebben we in dit hoofdstuk niet in te gaan.

Wijl zuiver formeel zal deze definitie moeten gelden van elk axioma en dus ook van het parallelenaxioma dat men aldus definieerde: „Twee rechte lijnen die door een derde zóódanig gesneden worden, dat de som der beide binnenhoeken aan denzelfden kant van de snijlijn gelegen kleiner is dan 180° , snijden elkander (bij verlenging) aan dien kant van de snijlijn”, of ook: „De som der drie hoeken van den driehoek bedraagt 180° ”, of (eigenlijk parallelenaxioma): „Door een punt buiten een rechte kan men steeds één, maar dan ook slechts één rechte lijn trekken die aan de eerste parallel loopt.” Deze variatie is mogelijk, wijl deze stellingen met elkander een groep vormen: elke twee van deze drie zijn uit elke derde af te leiden, maar deze derde valt niet te bewijzen met de hulp van voorafgaande axiomas en is dus, krachtens definitie, zelf een axioma.

Nu deed het echter steeds vreemd aan, dat deze groep, en daarmede een nieuw axioma, door *Euclides* eerst na de achtentwintigste stelling werd ingevoerd. Daar dus blijkbaar het voorafgaande zonder hulp van dit axioma kon worden bewezen, trachtte men reeds in de zeventiende eeuw ook dit axioma direct of indirect af te leiden uit de andere, m.a.w. aan te toonen, dat het ten onrechte voor axioma werd aangezien, wat evenwel niet gelukte. Het bleek dus inderdaad een onafhankelijk novum te zijn; maar dan drong zich toch de vraag op, welk een aanblik een wiskunde zou vertoonen, die zonder dit axioma zich trachtte te redden. *Saccheri*, een beroemd Italiaansch mathematicus, leverde in 1733 een geschrift, ge-

titeld: „Euclides ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus quo stabiliuntur prima ipsa universae Geometriae principia” en poogde daarin ook inderdaad Euclideste rechtvaardigen; echter deed hij dit indirect, door de voorloopige ontkenning van het parallelenaxioma, die, naar hij, echter ten onrechte, betoogde, tot contradicties zou voeren.¹⁾ Ook Lambert's „Theorie der Parallellinien” was het probleem reeds op het spoor. Hoezeer de quaestie de aandacht der vakgeleerden trok, kan blijken uit het feit, dat in 1786 niet minder dan zeven en in de jaren 1813/1827 alleen in 't Fransch en Duitsch ongeveer dertig gedrukte studies dienaangaande verschenen.²⁾ Toen een bewijs zich steeds te vergeefs liet wachten, kwam men tot het inzicht, dat de *onbewijsbaarheid* nog viel te bewijzen. Gauss werkte deze gedachte reeds voor zichzelf uit, maar gaf het gevondene niet in het licht. Eerst von Schweikart, Thurinus en Johan Bolyai publiceerden hunne verhandelingen, die in hoofdzaak teruggingen op Saccheri's poging, evenwel zonder de restrictie, dat het uitvallen van het parallelenaxioma tot contradicties zou leiden. Eerst Lobatchefskij (1793-1856) trok een geometrisch complex op zonder deze stellingengroep in te voeren, en bepleitte het gelijk recht van deze en de euclidische geometrie. Zijn constructie kenmerkt zich door de onderstelling, dat er door een punt buiten een rechte meer dan één niet-snijdende rechte kan worden getrokken. Deze hypothese richtte zich tegen het „maar dan ook slechts één” van het euclidisch axioma; het resultaat was een *logisch* volkomen sluitend pseudo-sphae-

¹⁾ Zie G. MANNOURY, *Methodologisches und Philosophisches zur Elementarmathematik*, 1909, pg. 226.

²⁾ WASSILJEF, a.art., pg. 212/213.

risch of hyperbolisch systeem, waarin de som der hoeken van een driehoek kleiner is dan 180° en de krommingsmaat negatief.

Riemann poogde nu een stelsel te bouwen, daarbij ingaande tegen het „steeds één” van het parallelenaxioma, en kwam tot een sphaerische of elliptische geometrie, waarin de krommingsmaat positief en de som der hoeken van een driehoek grooter is dan 180° , van welke hypothese Lobatschewskij nog de onmogelijkheid had trachten te bewijzen. Zijnerzijds diens werk wel erkennend, ziet Riemann in beider pogen niet anders dan een gemeenschappelijk afwijken van Euclides' onbewust ingevoerde hypothese, dat de krommingsmaat $= 0$ moet zijn. Daar men nu aan de krommingsmaat elke waarde kan toekennen, is er een oneindig aantal niet-euclidische geometrieën mogelijk. Maar nog algemeener standpunt nam hij in en, mede op zijn voorbeeld, bleef men nu bij het parallelenaxioma niet staan, maar construeerde logisch-juiste geometrieën telkens met minder gegevens. Wat na eeuwen zoeken mogelijk bleek bij één axioma, zal ook bij de andere principieel niet uitgesloten zijn. Zoo liet men achtereenvolgens de constante krommingsmaat, de congruentie van oneindig kleine deelen en de continuïteit der verandering van coördinaten vallen, terwijl men eindelijk ook in de bepaling van het aantal dimensies op drie een axioma herkende en daarmee de logische mogelijkheid van meer-dimensionale geometrieën moest toegeven.

Twee bijzondere gevallen der niet-euclidische geometrie moeten, met 't oog op het vervolg, hier nog met name aangestipt: namelijk de *projectieve geometrie* en de *analysis situs*.

De eerste werd door von Staudt zonder eenig verband met de niet-euclidische geometrie uitgewerkt in zijn „Geometrie der Lage”, 1847. Hij ging daarbij uit van de dubbele

verhouding die men vindt in de ligging van vier harmonische punten op een rechte,¹⁾ welke verhouding in de planimetrie der gewone schoolmathesis wordt behandeld, en metrisch van aard is. Qualitatieve beteekenis verkrijgt ze daardoor, dat deze relatie blijft bestaan wanneer men de gegeven figuur, hoe dan ook, projecteert, wat onmiddellijk volgt uit de evenredigheden tusschen de oorspronkelijke afstanden en de geprojecteerde. Zonder meetinstrumenten — bij de projectie lijn ontbreken deze niet: immers moet door meting de grootte van den hoek, ter projecteering gebezigd, $= 1 R$ gecontroleerd — zijn deze relaties nu te verkrijgen door de constructie van een vierhoek van welken het ééne paar tegenoverliggende zijden door het punt a, het andere door het punt c, en één der diagonalen door b gaat; dan zal immers het snijpunt der diagonalen het gevraagde punt d zijn en is niet meer metrisch, maar descriptief de harmonische verhouding vastgelegd. Nu kan men alle punten van de ruimte zich zoo geconstrueerd denken: want evenals d werd gevonden als vierde harmonisch punt bij a, b en c, kan nu e worden geconstrueerd als vierde harmonisch punt bij b, c en d, etc., ad infinitum. Onderdeel van de niet-euclidische wordt deze projectieve geometrie eerst door de verbinding met de niet-euclidische. Ze geldt vooreerst niet alleen in de planimetrie maar men vindt haar ook terug in de stereometrie. Immers ook bij projectie van een vlak en lichaam op een ander snijdend vlak verandert de lengte der lijnen en de grootte der hoeken in 't algemeen wel, de rechtheid der lijnen niet, en wanneer drie rechten elkander snijden in één punt, dan doen dat ook hun geprojecteerde beelden. Men merkt echter bij de projectie van twee

¹⁾ Van harmonische punten spreekt men wanneer a, b, c, en d zóó op één rechte lijn gelegen zijn, dat $ab : bc = ad : cd$.

parallele lijnen op, dat deze — b.v. spoorstaven gezien op een lange baan — elkander bij projectie snijden. Denkt men zich deze lijnen in dit beeld verlengd achter de retina, dan zullen ze daar steeds verder uiteenloopen : de orde der punten zou in dit geval dan juist omgekeerd zijn.

De projectieve geometrie maakt dus in haar consequentie geen onderscheid tusschen een bepaalde volgorde en hare omkeering. Dit nu is voor de euclidische geometrie niet bij rechten, maar wel bij cirkels het geval. De richting AB op de rechte CD is verschillend van de richting BA : $A \rightarrow B$ en $A \leftarrow B$, maar op den cirkelomtrek kan beider richting gelijk zijn : $A \rightarrow B$. Past men nu deze constructie op onze ruimte toe, dan moet men de lijnen als cirkelomtrekken opvatten en het snijpunt der parallellen op een oneindigen afstand denken. Natuurlijk kan men bij het uitspreken van deze voorwaarde, dat de afstand oneindig zij, tevens constateeren, dat de projectieve geometrie niet op onze ruimte past, daar dit snijpunt erin ontbreekt en ontbreken moet, wijl de lijnen parallel zijn : de projectieve geometrie is een *niet-euclidische*.

De *analysis situs* zij hier vermeld als die vorm der niet-euclidische geometrieën bij welken deze wetenschap haar meest kwalitatieve gedaante heeft verkregen. Omschrijft men het begrip ruimte als een n -dimensionale groep, dan vereischt die eenvoudigste groepentheorie slechts deze beide axioma's : de beweging van een onveranderlijke figuur is mogelijk en er zijn p voorwaarden noodig om de ligging van deze figuur in de ruimte te bepalen. Daar n en p variabele grootheden zijn en in het getal der „bepalingen” ook de axioma's zijn begrepen, heeft hier de geometrie haar hoogste begrip gevonden, dat echter niet het ledigste is, maar alle omvat in de variabiliteit van n en p als reeksprincipia.

Thans is de vrucht van deze resultaten vast te stellen, zonder dat we hier reeds de principieele verschillen in hunne waardeering aan het woord laten komen :

1e. Uit 't oogpunt van zuivere mathesis is ieder axioma te bezien als een onafhankelijk ingevoerde voorwaarde en daarom als een beperking van de conclusies die uit het voorgaand axioma volgen. Zoo is vast te stellen de draagkracht van elk afzonderlijk.

2e. Bij de toegepaste mathesis zal dan moeten worden gezocht de som van zulke voorwaarden om tot een systeem te komen, dat, hoe dan ook, op de werkelijkheid past.

3e. De *analysis situs* is, als hoogste geometrie alle andere in *reeks-princiep* bevattend, *de facto* in strijd met de subsumptiologica.

Zoo aanvaarden we dan de niet-euclidische geometrie als aanwinst. Tot nog toe hebben we echter, juist om een resultaat en zijn waardeering niet dooreen te mengen, ons beperkt tot de resultaten in het *denken*. Telkens, wanneer men zich afvraagt, wat het houdbare in de niet-euclidische geometrieën is, vindt men, dat dit bestaat in de toepassing van de logisch-dwingende gedachte: indien ik twee onderling niet-contradictoire stellingen *a* en *b* heb, dan kan ik er conclusies uit afleiden: voeg ik daaraan toe een derde niet uit *a* en *b* af te leiden, maar daarmee ook niet contradictoire stelling *c*, dan zijn de conclusies andere en meer bepaald. Bevat *c* nl. geen contradictie met *a* en *b*, dan bevat *c* die ook niet met de uit hen afgeleide stellingen; *c* bepaalt dan ook slechts een speciaal geval en kan alleen een contradictie bevatten met andere nadere bepalingen, bv. *d* en *e*. Of, toegepast op het onderhavige geval: wat geldt in een geometrie met elke krommingsmaat wordt beperkt in zijn conclusies indien men de krom-

mingsmaat = 0 stelt; evenzoo wanneer men haar grooter of kleiner neemt dan 0. Logische contradictie bestaat er eerst tusschen twee stelsels met verschillende krommingsmaat wanneer ze betrokken worden op eenzelfde object: twee praedicaten zijn nl. slechts dan contradictoir wanneer ze onverdraagbaar zijn met *elkander* als praedicaten, d.w.z. bij inhaerentie in hetzelfde object.

De wijsbegeerte kan dan ook onmogelijk, tenzij ze als onvruchtbare methaphysica van de slechtste soort zichzelf van de wetenschap wil afscheiden, de niet-euclidische geometrieën onhoudbaar noemen. Slechts verwarre ze hier de zuivere mathesis niet met de toegepaste en 't logisch-denkbare niet met 't psychologisch-voorstelbare.

Belichtten we zoo in deze paragraaph den toestand der geometrie, dit zal slechts dan vrucht af kunnen werpen, indien we, gedachtig aan ons hoofdprobleem: welke is de verhouding van logica en wiskunde? — ons in het vervolg van dit hoofd- andere stuk op de hoogte stellen van de gesteldheid der logica en der mathematische hoofdwetenschap, der arithmetiek.

§ 6. De relatieloga.

E. CASSIRER, Substanzbegriff und Funktionsbegriff, Untersuchungen über die Grundfrage der Erkenntnis-kritik, 1910. — L. LIARD, Les logiciens anglais contemporains. 1907. — LJUBOMIR NEDICH, Die Lehre von der Quantification des Prädicats in der neueren englischen Logik, Wundt's Philos. Studien, III, 1886, pg. 157/194. A. RIEHL, Die Englische Logik der Gegenwart, Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie, I. 1877, pg. 50/80.

Het probleem van de logica is heden nog evengoed als acht eeuwen geleden de vraag naar de beteekenis der universalia, en, schoon de kampvechters van toen, met name die van het realisme, hun nakomelingen nauwelijks zouden herkennen, zijn het in hoofdzaak nog dezelfde gezichtspunten naar welke men de insnijdingen kan aanbrengen.

Ons program getrouw, zullen we ons *hier* niet verdiepen in de tegenstelling van het psychologisme en de normatieve school, maar liever ons wenden tot beider *werk*, waarbij we de plichten die de neutraliteit voor dit hoofdstuk ons oplegt, zoo getrouw mogelijk zullen nakomen. Niet om de materiële principia, maar om de „tastbare” resultaten van beide richtingen is het ons thans te doen, vooral om die welke direct van beteekenis zijn voor de mathesis.

Reeds bij de bespreking van Mill merkten we een en ander op aangaande het onvoldoende en onbevredigende der oude abstractiologica. Tegenover haar is nu in de negentiende eeuw de relatiologica voorspoedig uitgegroeid en tot een beteekenenden factor in de theorie van mathesis en physica geworden. Hoewel we dus uitdrukkelijk ook hier de feiten erkennen en waardeeren, spreekt het toch vanzelf, dat we niet blind willen zijn voor wat evenzeer een feit is, nl. dat deze logica haar kracht ontleende aan de kenleer van het metaphysisch relativisme. Deze overdrijving kon slechts ontstaan door te sterk accentueeren van op zichzelf volkomen juiste resultaten.

De relatiologica berust geheel en al, historisch en logisch, op de quantificeering van het praedicaat. Bij Aristoteles is alleen het subject (S) naar de hoeveelheid bepaald, het praedicaat (P) niet, en heel de onderscheiding van bijzondere

en algemeene oordeelen ziet dan ook slechts op de eenheid of veelheid van S. Toch komt reeds bij den Stagyriet de quantiteitsbepaling bij het praedicaat even te voorschijn en wel bij de leer van de *conversie*, onder welke men die omkeering ¹⁾ van het oordeel verstaat bij welke S.P. en P.S. wordt. De conversie van het algemeen bevestigende oordeel „Alle A zijn B” (de conversio per accidens) doet de quantiteit veranderen : zal 't oordeel na z'n omkeering nog juist zijn, dan mag men niet zeggen : „Alle B zijn A”, maar „Eenige B zijn A”. De conversio simplex vindt men bij het algemeen ontkennend en het bijzonder bevestigend oordeel en vergt niet een verandering van quantiteit : „Geen A is B” wordt : „Geen B is A”, en „Eenige A zijn B” gaat over in : „Eenige B zijn A”. Daarentegen laat 't bijzonder ontkennende oordeel geen conversie toe : uit „Eenige A zijn niet B” valt niet af te leiden : „Eenige B zijn niet A”.

Maar is er nu niet een logica mogelijk die ook let op de quantiteit van P? Een vermoeden van iets dergelijks schijnen achtereenvolgens Occam, Laurentius Valla, de Ciceroniaansche formalist der Renaissance, Ambrosius Leo, Jodocus Isenach, John Oldfield en ook Ploucquet gehad te hebben, maar geen van deze allen heeft er iets anders in gezien dan een mogelijkheid van technische verbetering, evenmin als Beneke, die de substitutie voor 't principie van den syllogismus hield, en Bentham, die voor 't eerst uit deze grondgedachte — met behulp van de teekens = en || ter bevestiging en ontkenning van identiteit, en van de letters t en p ter aanduiding van 't al-

¹⁾ Over andere vormen vrgl. SIGWART, a.w., I, pg. 454/460.

gemeene (totum) en 't bijzondere (particulare) — een achttal oordeelsvormen afleidde :

1. $x \text{ in toto} = y \text{ ex parte}$ of $tx = py$
2. $x - - \parallel y - - - tx \parallel py$
3. $x - - = y \text{ in toto} - tx = ty$
4. $x - - \parallel y - - - tx \parallel ty$
5. $x \text{ ex parte} = y \text{ ex parte} - px = py$
6. $x - - \parallel y - - - px \parallel py$
7. $x - - = y \text{ in toto} - px = ty$
8. $x - - \parallel y - - - px \parallel ty$

en daarna deze weer tot zes deduceerde, daar $7 = 1$ en $8 = 2$ is, zoodra men althans bedenkt, dat x en y hier *niet* als S en P worden gezien maar als *quantiteiten*.

Toch heeft de quantificeering van het praedicaat niet aan Bentham maar aan Hamilton het meest te danken. In een toevoegsel op zijn uitgave van THOMAS REID's werken gaat deze van den regel uit, dat in 't oordeel expliciet moet weergegeven de quantiteit van 't praedicaat die impliciet wordt gedacht. Tegenover den twijfel, of inderdaad de quantificeering van het praedicaat impliciet in elk oordeel aanwezig is, merken we op, dat men hier en in 't verdere van deze *uit-eenzetting* geen oogenblik vergeten mag, dat het nominalisme het begrip de plaats doet ruimen voor den begripsomvang. Zoo zegt b.v. NEDICH, die Hamilton verdedigt, dat begrippen slechts zijn „Classen, rein ideelle Ganzen, die der Geist bildet, um die sich ihm darbietende Mannigfaltigkeit von Objecten zu ordnen”.¹⁾ Maar wie 't begrip en z'n omvang onderscheidt kan alleen aan den laatsten denkend de juistheid van al wat volgt toegeven. Hamilton spreekt slechts

¹⁾ NEDICH, a.art., pg. 172.

van comprehensieve en extensieve *begrippen*; voorts is een oordeel één van beide, comprehensief of extensief, al naar gelang men het beziet, psychologisch dan wel logisch: zoo is b.v. „De hemel is blauw” een intensief oordeel als het een uitdrukking is van een gewaarwording, extensief als ’k het aldus uitleg: „De hemel is iets dat tot de classe der blauwe voorwerpen behoort”; in zijn eerste qualiteit biedt deze zin *geen vergelijking* wijl ’t begrip „blauw” dan comprehensief is genomen en als zoodanig constant, d.w.z. vóór geen quantitatieve verandering en vergelijking vatbaar is; daarentegen zijn extensieve oordeelen *wel vergelijkingen*. Blijkens zijn grondregel ziet H a m i l t o n nu in de laatste *de* eigenlijke oordeelen en in de wetenschap die deze extensieve verhoudingen van begripsomvangen tot voorwerp heeft *de logica*, in welke de drie conversievormen van A r i s t o t e l e s vanzelf tot éénen herleid worden, nl. tot de mathematische vergelijkingsomkeerbaarheid, — evenals de verschillende syllogismi.¹⁾

Een en ander is in volkomen overeenstemming met H a m i l t o n's wijsbegeerte, die, erstuk van de Schotsche school, uitgaat van de feiten in het bewustzijn. Inderdaad zijn daarin, wanneer men van het zelfbewustzijn afziet, slechts relaties gegeven, en daarom zijn dan ook relaties volgens hem het eenige voorwerp van onze kennis; maar juist met een stelsel dat in ’t denken slechts een poneeren van gelijkheids- en verschil-relaties ziet wil de oude subject-praedicaatslogica niet strooken; zulk een stelsel postuleert een denkleer die oordeelen slechts als vergelijkingen beschouwt en dus begrippen slechts als begripsomvangen.

¹⁾ HAMILTON, Discussions, pg. 650, v.v. geciteerd bij NEDICH, a.art., pg. 168.

Maar dan is logica rekenkunde en niets verhindert ons allerlei mathematische formules bij haar in te voeren. Dit ondernam dan ook een leerling van Hamilton, Th. Spencer Baynes, in „An essay on the new analytic of logical terms” (1850). Maar terwijl zoo de logica *formeel* onder de mathesis kwam, werd *materieel* de mathesis bij de logica ondergebracht, want beide hadden nu voortaan louter met relaties te maken en al spoedig bestond het enig verschil hierin, dat de vergelijkingen der algebra betrekking hadden op den omvang van *grootte*-begrippen, de formules der logica op dien van *alle* begrippen. Het getal wordt dan nader, o.a. door de Morgan in z'n „On the symbols of logic” (1850), als begripsomvang (een begrip of classe zegt het nominalisme) gezien, die gekenmerkt is en dus gedefinieerd wordt door het principie van Maurolico of dat van volkomen of successieve inductie, thans opgevat als dat van progressieve deductie, die alle getallen doet ontstaan. Zoo bezit „vanzelf”, jure originis, het volgende getal als zoodanig de eigenschap, door vermeerdering met de eenheid uit het vorige te zijn ontstaan. De Morgan schept reeds de termen symmetrische, (A is de verwant van B en B dus van A), asymmetrische (A is vader van B, B niet van A) en transitieve (A is broeder van B en B van C, dus A van C) relatie. Zoo vindt hij een logica der relaties met nieuwe regels die haar over de grenzen der oude klassen-logica doen uitgaan.

George Boole koos in zijn „An investigation of the laws of thought” (1854) terecht partij tegen de inductie-theorie van Mill, maar ging zelf te eenzijdig uit van de deductie. De logica heeft tot taak in te lichten aangaande de logische waarde van een gegeven oordeel. Hij verving niet alleen de geometrische weergave der logische verhoudingen van be-

gripsomvangen (coïncidente en secante cirkels etc.) door de algebraïsche, maar acht deze door de grondteekens 0 en 1, welke niet-zijn en zijn der begrippen aanduiden, ook op den inhoud van 't begrip toepasselijk. Zij A = zoogdier, B = viervoeter, dan is AB = viervoetig zoogdier. Zij C = mensch, dan is $1-C$ = niet-mensch en $C(1-C) = C-C^2 = C-C = 0$, waarmee men het principium contradictionis weergeeft. Hij wil nu dit systeem aanwenden zoowel bij begrippen-relaties als bij oordeelen die feiten-verhoudingen uitdrukken. De beteekenis van 1 wordt dan b.v. voor het hypothetisch oordeel: „voor een bepaalden tijd waar”. Geeft men nu den duur van den tijd b.v. aan door e , dan geeft men het oordeel „indien het morgen goed weer is, zullen we uitgaan,” aldus weer: $Y = ex$.

Terwijl *Boole* nu nog de logica onder de algebra rangschikte, daar deze de teekens verschaftte voor het begrippen-schrift, en dus niet zoo radicaal te werk ging als zijn volgelingen, stelde *Stanley Jevons* daarentegen de algebra onder de logica. Ieder oordeel is volgens zijn „Pure logic or the logic of quality apart from quantity” (1864) een identiteit, volkomene of partieele, en dus een relatie. „Unterschiede rein sprachlicher oder metaphysischer Art, wie der zwischen Subject und Prädicat, entfallen”.¹⁾

Vóór we het goed weten, staan we hier met beide voeten op monistischen bodem. Indien we thans een enkel woord van critiek invoegen, is dit niet te wijten aan de veronachtzaming van ons plan, ons in deze paragraphen daaraan te spenen, maar integendeel, met de bedoeling het *feitelijke* als zoodanig te erkennen en van zijn monistische inkleeding te ontdoen.

¹⁾ RIEHL, a.art., pg. 66.

We merken hier dan op, dat men drieërlei moet onderscheiden: de relatielogica zelf, haar vorm, en de met haar in verbinding gebrachte identiteitsleer.

A. Onder het eerste verstaan we niets meer dan: *logica van relaties*. Haar grondwet is, evenals die van alle logica, de norm der contradictie. Haar *eerste* axioom laat zich aldus definieeren: Wanneer tusschen A als referens en B als relatum een bepaalde relatie bestaat, dan volgt daaruit, dat ook tusschen B als referens en A als relatum een bepaalde relatie bestaat. Die relatie kan dan zijn symmetrisch: de relaties R en R' verdragen elkander en verschillen niet; asymmetrisch: de beide relaties R en R' verdragen elkander niet (b.v. vader en zoon); niet-symmetrisch: de beide relaties R en R' verdragen elkander, hoewel ze verschillen (A houdt van B; B van A).

Haar *tweede* axioom ziet op de afleiding van een nieuw oordeel uit twee gegevene. Bestaat tusschen A als referens en B als relatum de een of andere relatie, en bestaat verder tusschen B als referens en C als relatum de een of andere met de eerste identische of van haar verschillende relatie, dan bestaat ook tusschen A en C een relatie. Die relatie kan dan weer zijn transitief, intransitief of niet-transitief. Door combinatie met de vorige indeeling verkrijgt men dan gecompliceerde relaties: transitief symmetrisch, transitief asymmetrisch enz. ¹⁾ Over het nut van al deze onderscheidingen te spreken valt thans buiten het kader. We komen er vanzelf op in het volgend hoofdstuk. Deze uiteenzetting diende slechts om het gebruik zonder nadere verklaring in het vervolg mogelijk te maken.

¹⁾ J. COHN, Voraussetzungen, 1908, pg. 128/142.

B. Van deze in ieder geval belangrijke resultaten, die we saamvatten onder den naam *relatielogica*, is nu scherp en principieel te onderscheiden de monistische meening, dat met deze *methodiek der relaties* de logica haar laatste woord heeft gesproken. Die gedachte meenen we reeds op te kunnen merken in den niet zoo onschuldigen *vorm* van Boole's en Jevons' „calcul”.

Wat zijn *waarde* betreft, we kunnen haar niet hoog aanslaan. Want of ik een bepaald begrip nu door x of door een woord dat een classe- of relatiebegrip aanduidt, weergeef, zal wel hetzelfde blijven. Hoogstens is de weergave van woorden door letters een hulpmiddel ter voorkoming van ideeënassociaties, dus ter handhaving van de norm der identiteit die voor Gegenstände geldt en in betoog en in rekening, welke norm dus primair is aan deze berekening.

Daarom is ook waardeloos de afleiding die de symbolische logica geeft van de norm der contradictie uit die der identiteit. Boole neemt nl. 1 als symbool van het geheel van al het denkbare; deze eenheid kunnen we verdeelen in a en $\text{non-}a$; $1-a$ is dus = niet- a , de „contradictie” van a . Daar nu $a^2 = a$ is, is $a^2-a = 0$ of $a-a^2 = 0$ of $a(1-a) = 0$, wat de wet der contradictie weergeeft: niets denkbars kan tegelijk a en niet- a zijn. Maar als $a^2 = a$ is, dan is ook $a^3 = a$ en zou de „wet” dus ook uit deze formule zijn af te leiden. Evenwel, bij herleiding stoot men op den factor $(1+a)$, en deze wordt juist vermeden, evenals $(a-1)$ in de vorige herleiding, terwijl de laatste factor toch voor de hand lag: $a^2=a$, $a^2-a=0$, $a(a-1)=0$: Boole zelf geeft als reden hiervan op, dat aan den term $(a-1)$ geen logisch bruikbare beteekenis kan worden toegekend.¹⁾ Maar

¹⁾ G. BOOLE, An investigation of the laws of thought on which

daarmede is het bewijs geleverd, dat deze calcuul slechts waarde heeft voor zoover er logische beteekenis achter schuilt, en dus de logische wet niet uit haar is af te leiden, maar omgekeerd, haar waarde bepaalt.

Is de waarde van den vorm der symbolische logica dus slechts daarin gelegen, dat hij een geschikt hulpmiddel kan zijn de norm der identiteit voor begripsomvangen ons voortdurend in te scherpen, van meer belang is haar innerlijke kern, de quantificeering van het praedicaat. We kunnen dan ook moeilijk plaatsen de minachting die Lotze slechts voor haar overheeft ¹⁾, want inderdaad is hier een belangrijke aanvulling van de oude conversieleer. Maar, men bedenke, dat deze waardeering slechts geldt voor zoover de logica zich bezig houdt met begripsomvangen, met grootten, dus eigenlijk voorzoover ze *mathesis* is.

Zoodra echter deze symbolische of relatie-logica, die eigenlijk dus niet eens encyclopaedisch logica mag heeten, als *de* logica wordt verheerlijkt, is dit steeds een onbedriegelijk symptoon van nominalisme, dat begripsomvang en begrip verwart en zoogenaamd in positivistische beperking van de wetenschap tot quantitatief en relatief terrein heil zoekt, maar ondertusschen het denken herleidt tot rekenen (de rekenmachine van J e v o n s), de psychische actie tot mechanische werking verlaagt, de kennis niet alleen zelve in relatie doet bestaan, maar ook haar object daarin doet opgaan,

are founded the mathematical theories of logic and probabilities, 1854, pg. 50, noot: „not interpretable, because the symbol — 1 is not subject to the law $x(1-x)=0$, to which all class symbols are subject”.

¹⁾ H. Lotze, Logik, Drie Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen², 1880 (de eerste druk behandelt BOOLE's werk nog niet uitvoerig) pg. 256/269, vooral pg. 268.

wat dan weer een relativistische of parallelistische, dus monistische metaphysica in het gevele komt, en inductie voor omgekeerde deductie houdt,¹⁾ of omgekeerd.

En dit is tevens het hoofdbezwaar tegen de supponeering van de mathesis onder de logica, want het getal (wegens de arithmetiseering der geometrie is dit de hoofdzaak en bij dezelfde overdrijving van deze ontdekking zelfs het eenige typisch-mathematische element) is geen begripsomvang of nominalistisch „begrip”. Want terwijl we bij de meeste begrippen het comprehensieve en extensieve kunnen onderscheiden en dit b.v. ook kunnen doen bij het begrip „cijfer 1 op 't bord” en den omvang daarvan wanneer er b.v. 12 van deze cijfers op het bord staan, gaat deze onderscheiding niet op bij het getal quatalis, wijl het getal niet een ding of een symbool is, maar een reeksschepping van den geest, die als zoodanig geen bepaalden omvang heeft maar slechts comprehensief door 't principieel van volkomen inductie is bepaald.

C. De relatieloga blijft dus een groote aanwinst voor elke theorie van wiskunde en physica, welk standpunt ze metaphysisch dan ook inneemt. Wanneer de relatieloga echter albeheerschend wil zijn, m.a.w. eischt, dat alles relatie zij, vervalt ze tot een monisme in den zin van *Heraclitus*; tusschen dit en 't naieve realisme, dat in alles dan weer dingen ziet, is slechts ééne schrede, want de relaties worden onwillekeurig geclassificeerd om een overzicht mogelijk te maken. Is b.v. niet alleen de kleur van het glas, maar ook het glas zelf louter een functioneele saamhang, slechts voor de verkorting, nominalistisch, als substantie benoemd, dan staat deze substantie principieel gelijk met de kleur, en of men

¹⁾ Zoo *RIEHL*, a.art., pg. 67.

de eerste met de tweede „relatie,” dan wel de laatste evenals gene „substantie” noemt wordt dan een quaestie van naam, wat o.a. bij *Vaihinger* en *Mach* zeer sterk uitkomt; in beide gevallen heeft men het monisme; het dualisme kent echter substanties en relaties, waarin deze staan, en kan daarom deze relatieloga wel aanvaarden als methodiek voor wetenschappen die zich met relaties bezighouden, maar niet voor de metaphysica, die immers dan ook van substanties spreekt.

Wijl nu de relatieloga, indien ze universeel zal gelden, het monisme onderstelt, moet ze wel van de theorie uitgaan, dat het oordeel of zuiver analytisch of zuiver synthetisch aposteriori is. Wanneer nu eenige zelfbezinning het laatste, empirische standpunt, doet verwerpen, blijft slechts het eerste over. Alle kennis en elk oordeel wordt dan echter analytisch en de universeele relatieloga moet dan ook alle *oordeelen* en niet slechts de *Gegenstände* stellen onder de beoordeeling der *identiteitswet*.

Maar als 'k een oordeel uitspreek, b.v. „De hond is wit”, bedoel 'k daar nog iets meer mee dan „De witte hond is een witte hond”; er is een *richting* in het oordeel en dit is 't voor-naamste. „De hond is wit” is een oordeel in een bepaald *verband* gebruikt. B.v.: er wordt iemand van een misdaad verdacht; bij z'n signalement wordt gevoegd: hij heeft vaak een zwarten hond bij zich. Nu merk ik op, dat A aan het signalement beantwoordt; zijn hond is echter wit, en met dit oordeel bedoel 'k dus of een ontkenning van de juistheid der toevoeging, of een verwondering die zich straks zal uiten in de vraag: is de hond wel waarlijk wit of geverfd? Verhaal 'k het aan een kind, dan bedoel ik: „Stel je een hond voor, waarvan de kleur wit is”; ik begrens de kleurvoorstelling. Of 'k wijs een vergissing af: „Neen, het *paard* was zwart,

de *hond* was wit". Buitendien zijn in het onderwerp „de hond” reeds vele oordeelen opgenomen, nl. al wat ik van het dier weet, respectievelijk: hij is eigendom van den verdachte, heeft den graaf gered, over wien 't sprookje handelt, of is de oorzaak geweest van schrik op een rijtoer. „Man sollte sich beinahe schämen, vier Menschenalter nach der Kritik der reinen Vernunft den synthetischen Charakter nicht etwa der mathematischen, sondern selbst der Erfahrungsurteile erst noch erörtern zu müssen”¹⁾ De norm van de identiteit behoort niet in de leer van het oordeel, maar in die der Gegenstände thuis, 't oordeel valt onder de norm der contradictie.

Maar wat blijft er dan van de relatieloga over, indien men 't logisch of ontologisch monisme uitschakelt? Indien men in 't woord niet meer inlegt dan er in ligt, blijft eigenlijk *alles over*. Voorzoover de wetenschap met relaties te maken heeft, en dat geldt van heel de positieve wetenschap, is de relatieloga van gewicht. Ze verhoudt zich tot de oude subsumptieloga als de niet-euclidische geometrie (als complex) tegenover de euclidische geometrie: de relatie der subsumptie is slechts een bijzonder geval van de relatie in 't algemeen, maar vroeger zag men dit niet in, wijl men zijn kennis adaequaat achtte aan het object en daardoor meende terstond met classificatie te kunnen aanvangen.

§ 7. De „Gegenstandstheorie”.

J. COHN, Voraussetzungen und Ziele des Erkennens, Untersuchungen über die Grundfragen der Logik, 1908.
— H. LOTZE, System der Philosophie I. Logik, Drei

¹⁾ J. COHN, Voraussetzungen (daar Geschichte des Unendlichkeitsproblems niet meer wordt aangehaald, ziet „a.w.” voortaan alleen op de Voraussetzungen), pg. 87.

Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen,¹ 1874. — A. MEINONG, Ueber Gegenstände höherer Ordnung und deren Verhältnis zur inneren Wahrnehmung, Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane, XXI, 1899, pg. 182/272. — Ueber die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften, Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik I, Band 129, 1906, pg. 48/94 en II, ibidem, Band 130, 1907, pg. 1/46. — C. SPENGLER, Das Verhältnis der „Philosophie des Als-ob“ H. Vaihingers zu Meinongs „Ueber Annahmen“, ibidem, Band 147, 2, 1912, pg. 129/172.

We vonden, dat de relatiologica, indien men niet de juiste grenzen trekt, licht verloopt tot relativisme en daarmee tot individualisme en psychologisme in de kenleer, gelijk ze ook historisch aan 't monisme haar oorsprong heeft te danken. 't Kon niet uitblijven, dat het dualisme zich tegen heel dit pogen schrap zette. Na Descartes en Leibniz beproefde Kant te komen tot een transcendente logica, maar was er niet in geslaagd, juist wijl hij nog te veel bleef steken in de traditioneele logica met haar oordeelstafel, en zijn Analytik meer parallel aan zijn transcendente Aesthetik ontwierp dan de grondgedachte van de laatste zelf wel toestond. Fichte en Hegel werkten het criticisme weer tot metaphysisch rationalisme en daarmee tot monisme om. Als dan het materialisme hoogtij viert, schijnt in de logica een oogenblik het empirisme vasten voet te verkrijgen. Maar Kant heeft toch niet tevergeefs geleefd. Lotze bestrijdt het psychologisme,¹⁾ levert critiek op de oude abstractielogica,²⁾ en erkent de zelfgarantie van de waarheid³⁾ en de

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 12.

²⁾ a.w., pg. 40.

³⁾ a.w., pg. 486/492.

geldigheid van de logische normen ook bij het zoeken van die normen zelf. ¹⁾ Toch rooft hij zich alle uitzicht op een bevredigend systeem door de behandeling van het begrip (bij hem = *Gegenstand*) aan die van het oordeel te doen voorafgaan ²⁾ en het principium identitatis als een wet voor *oordeelen* te aanvaarden, ³⁾ wat ongetwijfeld in verband staat met zijn monisme, dat, ondanks de leer der realia, in de periode in welke hij de Logik ontwerpt bij hem overheerschend is. ⁴⁾ Eerst met Sigwart daagt eindelijk voor 't intuitionisme een nieuwe logica. Bij hem volgt de bespreking van het begrip in het normatieve deel na die van het oordeel in het eerste of analytische deel; hij onderscheidt tusschen principium identitatis en principie van overeenstemming, en bij de identiteit weer tusschen reële en logische; 't principium identitatis drukt uit, dat de *inhoud der voorstelling als zoodanig* ⁵⁾ identisch moet zijn; deze inhoud der voorstelling is echter niet een oordeel, maar iets anders. Daarmede is de oude traditioneele logica eindelijk terzijde gezet. Toch heeft de *Gegenstandstheorie*, zooals Meinong en zijn leerlingen Ameseder en Mally de voortzetting van deze richting noemen, nog veel tot zuivering der begrippen kunnen bijdragen, vooral door de onderscheiding van *Gegenstand* en inhoud.

Antipsychologisch — dit is in 't kort de karakteristiek van heel hun streven, dat zich met steeds groeiend succes gekroond ziet. 't Denken en 't denkvreemde worden zorgvuldig onderscheiden. Dat blijkt duidelijk uit de verwerping van den term

¹⁾ a.w., pg. 525.

²⁾ a.w., pg. 22.

³⁾ a.w., pg. 76

⁴⁾ Zie dienaangaande hieronder, § 14, pg. 344.

⁵⁾ SIGWART, a.w., I, pg. 111.

„denkwet” in den zin van natuurwet; zelfs oppert *Meinong* tegen de normatieve school, die in deze wet een imperatief ziet, het bezwaar (voorzoover ze niet theistisch is, *terecht*), dat deze imperatief slechts weinig beschutting biedt tegen het psychologisme, zoolang men zich er geen reenschap van geeft, waarom hij zóó luidt als hij luidt, en niet anders. ¹⁾ De grondfout van het psychologisme schetst hij treffend juist: „Er (nl. der Psychologismus) besteht, wenn ich recht sehe, in der Hauptsache darin, dasz man einen Gegenstand mit einem psychischen (wohl jedenmal intellektuellen) Erlebnis verwechselt, das ihn wirklich oder vermeintlich erfasst resp. zu erfassen wirklich oder vermeintlich geeignet ist”. ²⁾ Wat is dan deze Gegenstand die men zorgvuldig moet onderscheiden van het psychisch beleefde?

Zijn vakstudie in de psychologie deed hem dit begrip aan de hand. De voorstelling van een bepaalde kleur is niet een kleur: de voorstelling blauw b.v. is niet zelf de kleur „blauw”. „Blauw” is Gegenstand van het zich „blauw” voorstellen. Men verwarre nu echter niet, — zooals *Meinong* dat nog deed tot 1889, toen zijn studie „Ueber die Bedeutung des Weber’schen Gesetzes” ook hier juister terminologie schiep, — deze onderscheiding van voorstellingsact en Gegenstand met die van voorstellingsact en inhoud. De *Gegenstand* is niet ’t object van de uitteraard immanente voorstelling, dat zelf transcendent kan zijn, maar het immanente object, dat bij ’t eventueel bestaan van een transcendent object daaraan ten deele zijn ontstaan heeft te danken in saamwerking met den menschelijken geest. De *inhoud* is echter datgene, waarin

¹⁾ *MEINONG*, Ueber die Stellung, etc., pg. 44.

²⁾ a.art., pg. 40.

de voorstellingen van verschillende Gegenstände, ongerekend hunne overeenstemming in het gesteld worden, van elkander verschillen ; deze inhoud bestaat, is reëel en present, natuurlijk slechts psychisch, al zou de met behulp van dezen voorgestelde Gegenstand ook niet-existerend, niet reëel, niet-present en niet-psychisch zijn. ¹⁾ De *inhoud* is dus het *specifieke van den Gegenstand*, deze zelf is 't *materieele* in de *voorstelling*, het *denk-vreemde*, dat ook in hogere psychische vormen voorkomt : zoo in het *begrip*, in de „*Annahme*” en in het *oordeel*.

De *voorstellingsgegenstand* is gekarakteriseerd door het „object” en staat onder de norm der identiteit ; hij wordt in de voorstelling slechts gepresenteerd.

Het *begrip* is niet een voorstelling, wijl dan zeker niet on-dubbelzinnig bepaald, wat toch de eerste eisch is die er aan moet worden gesteld. Het is ook niet geabstraheerd uit de empirie, want de differentieerende individueele kenmerken worden niet verwijderd, maar onbepaald gelaten. Het begrip „toon C” is niet een begrip van een toon *zonder* sterkte, maar van een toon waarbij de *bepaling* der sterkte achterwege bleef. ²⁾ Het begrip *is* dus niet Gegenstand maar *bezit* er een ; zelf is het een psychisch beeld, heeft dus niet de praedicaten „hoog” en „laag” van zijn Gegenstand ; zijn ondubbelzinnige bepaaldheid heeft op den laatste, niet op de begrips*vorming* betrekking.

Ook het *oordeel* heeft een Gegenstand ; deze heet, in tegenstelling met dien van de voorstelling, niet „object”, maar „Objectiv”. Dit objectief kenmerkt zich door een overtuigingsmoment en door de beoordeeling naar den maatstaf van „ja” en „neen”. In het oordeel zijn te onderscheiden het sub-

¹⁾ Ueber Gegenstände höherer Ordnung, pg. 188.

²⁾ Ueber die Stellung, pg. 19/21.

ject en het praedicaat, welker Gegenstände resp. zijn object en objectief. De Gegenstand van het oordeel quatalis is dus de bevestigde of ontkende *relatie*, het *zoo-zijn*, niet het *zijn*, dat Gegenstand van de voorstelling is. Ook is het mogelijk, dat een objectief van een oordeel *a* grammaticaal subject wordt van een oordeel *b*; daarom doet men wellicht beter te spreken van het „object” als „materiaal”. ¹⁾

Tusschen voorstelling en oordeel staat de „*Annahme*”: met de *eerste mist* ze het overtuigingsmoment, met het *tweede stemt ze overeen* in de beoordeeling naar „ja” en „neen” (contradictie). Ook haar Gegenstand heet „Objektiv”. Het overtuigingsmoment heeft hier plaats gemaakt voor de relatieve evidentie: indien. . . . dan. . . .

Deze gegevens staan nu niet los naast elkander maar vereenigen zich tot ééne Gegenstandstheorie. Praktisch bestaat er behoefte aan deze, daar de Gegenstände dakloos zijn, d.w.z. in geen enkele vakwetenschap *als Gegenstände* worden onderzocht. Dit gebied is breeder dan men meent: ook de „onmogelijke” Gegenstände vallen er onder; dat zijn zulke wier existentie onmogelijk is, maar die wel een *zijn* hebben als Gegenstand. ²⁾ Zoo kan b.v. een vierkante cirkel onmogelijk existeren, maar terwijl ik dat oordeel uitspreek is hij toch als Gegenstand aanwezig en ik kan er ook meer positieve bepalingen van geven, b.v.: „een vierkante cirkel is een plat vlak”. In de mathesis treedt bij elk bewijs uit het ongerijmde minstens één zoo’n onmogelijke Gegenstand op; ook 0 kan als zoodanig worden beschouwd, gelijk Mally opmerkte. ³⁾

¹⁾ a.art., pg. 74.

²⁾ Vandaar juist ons bezwaar tegen den term „onmogelijke Gegenstand”; zie hieronder, § 17, pg. 411.

³⁾ a.art., pg. 65.

Van meer belang nog zijn de mogelijke Gegenstände, waarmede de waarschijnlijkheidsrekening zich bezig houdt ; waarheid : waarschijnlijkheid = feitelijke : mogelijke objectieven. „Wahrscheinlichkeit resp. Möglichkeit ist an sich nicht mathematischer als Wärme oder Elektrizität. Hier wie dort gehört, was daran zu berechnen ist, in schon angegebenen Sinne und cum grano salis zur Gegenstandstheorie. Aber Wahrscheinlichkeit, resp. Möglichkeit gehören dieser Theorie auch in jeder besondern Weise zu, die in dem Umstande gründet, dass man es da wieder mit Tatsachen zu tun hat, die ausserhalb der Grenzen des Wirklichen liegen.”¹⁾

Er zijn dus feiten der „werkelijkheid”²⁾ en er zijn feiten die niet tot die „werkelijkheid” behooren ; de generale wetenschap der eerste is de metaphysica, die der tweede de Gegenstandstheorie. De psychologie behoort tot de eerste, wijl de psyche en hare verschijnselen „werkelijk” zijn. Voorstelling, begrip en Annahmen zijn slechts toeleidingen tot het oordeel, dat steeds een Objectiv en daarin dus een Objekt als Gegenstand heeft ; de logica — die vooral niet te verwarren is met de kenleer — is dus subject-praedicaatslogica. Daar echter als Gegenstand ook relaties kunnen optreden, b.v. „blauw” enz., zie men wel toe deze subject-praedicaatslogica niet ontologisch te objectiveren, daar dan onmiddellijk het naief realisme baanbreekt. Meinong waarschuwt tegen deze opvatting uitdrukkelijk³⁾ met verwijzing naar de „onmogelijke Gegenstände” die niet bestaan. Maar dit is slechts één voorbeeld uit vele : immers naast natuur- en geesteswetenschappen, die zich op het gegevene richten, dat niet van ons believe af-

¹⁾ a.art., pg. 72.

²⁾ In onze terminologie = „het gegevene.”

³⁾ a.art., pg. 63, 91.

hangt, is er, en dit is de grondgedachte der geheele theorie, een „Daseinsfreies Wissen”, dat alleen in het „So-sein” zich verdiept. De iuxtapositie : „Gegenstandstheorie-Methaphysik” is dus dezelfde als ratio en empirie, apriori-aposteriori : „eine Daseinsfreie Wissenschaft ist somit naturgemäss auch eine erfahrungsfreie, eine apriorische Wissenschaft”, ¹⁾ symptoom van een dualistische kentheorie.

Maar waar blijft dan de verbinding ? Indien het waar is, dat de mathesis er genoeg mee neemt, dat de objecten die ze verwerkt, slechts als Gegenstand bestaan, en dat daaruit is te verklaren, dat de empirische wetenschappen terecht haar hebben bewonderd maar ten onrechte nagebootst, ²⁾ waar blijft dan de verzoening ? Er is slechts ééne mogelijk : — of 't empirische van meer of minder gewicht is, blijve onbeslist — een aprioristisch element kan bij de verbinding evenmin als het andere gemist ; dit laatste zal dan steeds *logisch* de pars debilior vormen. Dit nu brengt ons tot de theorie der mathesis, daar *Meinong* slechts in andere termen dan *Kant*, maar zakelijk geheel op diens lijn, de synthese-apriori in haar ziet geboden.

Betrekkingen die, zooals de grootte-verhoudingen, saamvallen met objecten zijn natuurlijk geen objectieven ³⁾, maar Gegenstände van hooger orde, ideale Superiora, „denen als solchen jede Fähigkeit zu existieren abgeht. Ihre realen Inferiora aber, die ja keinem idealen Superius fehlen, bringen . . . die Mathematik und ihre Ergebnisse in ebenso nahe als wichtige Beziehungen zur Wirklichkeit. Indes beschäftigt das dann höchstens die „angewandte” Mathematik, während die „reine”

¹⁾ a.art., pg. 78.

²⁾ a.art., pg. 76.

³⁾ a.art., pg. 68.

sich grundsätzlich davon fernhält".¹⁾ Het kenmerkende van Gegenstände höherer Ordnung is dus, dat ze op andere Gegenstände moeten zijn opgetrokken, zonder identiek te zijn met het objectieve collectivum van de laatste.²⁾ Tot deze classe behooren nu de *relaties* en *complexen*.³⁾ Wat de laatste betreft, men vindt ze in de arithmetiek. Wil men b.v. den Gegenstand „vier noten" voorstellen, dan is men daarmee niet gereed als voor mijn gewaarwording of inbeelding op de plaatsen a, b, c en d van mijn gezichtsveld telkens één noot verschijnt, wat nog slechts een objectief collectief is; het is nog iets meer: „das Ergebniss einer Zählung oder sonst einer „colligirenden Thätigkeit".⁴⁾ Zoo is het getal een „gegenständlich" resultaat, dat zich op de noot-voorstellings-Gegenstände als Gegenstand van hooger orde op laat trekken. De arithmetiek is dus een wetenschap die zich bezig houdt met Gegenstände van hooger orde, en daar deze slechts verkregen worden door een schepende synthese mag ze synthethisch-apriori heeten. Vandaar, dat we in Meining's uiteenzetting meenen te mogen zien een hoognoodige verbinding van Kant's grondgedachte met een subtieler terminologie dan deze bood. Is nu echter een complex meer dan de som zijner bestanddelen, dan moeten deze met elkander in verbinding gebracht door een *relatie*. Omgekeerd, staan a en b tot elkander in relatie, dan kan dat niet beteekenen, dat naast de b.v. absolute feitelikheden a en b nog een relatieve feitelijkeit r gegeven is, want zoo verkreeg men toch niet meer dan een objectief collectivum van a, b en r. „Vielmehr müssen a und b einem Ganzen an-

¹⁾ a.art., pg. 75.

²⁾ Ueber Gegenstände, pg. 221.

³⁾ a.art., pg. 184.

⁴⁾ a.art., pg. 192.

gehören vermöge der Relation r , in der sie stehen" ¹⁾ De relatie is even onzelfstandig tegenover de relatieleden of de bestanddeelen van het complex als het complex tegenover de relatie. De wet : „Waar een complex is is een relatie, en omgekeerd" noemt hij 't „princiep der partieele coïncidentie" ; men herkent er licht de monadologische grondtrekken in. Natuurlijk trekt ook hij de conclusie, dat er dan weer een relatie moet bestaan tuschen r als de relatie van a en b eenerzijds en a en b anderzijds : $a \ r \ r \ b$. Maar deze relateis $r_1 \ r_2 \ . \ . \ . \ r_\infty$ behooren toch niet tot de bestanddeelen van het complex : buiten de relatie r bevindt zich in de oneindige reeks geen enkele relatie, die niet minstens één *relatie* onder haar *leden* (*termini*) heeft. ²⁾ Maar daarmee is in princiep het bestaan van substanties toegegeven, want, heeft het relativisme gelijk, dan onderscheidt zich de hoofdrelatie alleen als lichter te herkennen of makkelijker te abstraheeren van de nevenrelaties en is zelfs heel deze terminologie van *hoofd-* en *neven-*relatie slechts nominalistisch bedoeld. De substantie blijft dan ook voor het relativisme de steen des aanstoots, en wil het haar toch verklaren, dan moet 't wel, haar uit de relatie benaderend, weer vervallen in de leer van de actualiteit van het oneindige.

M e i n o n g acht nu door de wet der partieele coïncidentie relaties en complexen zóódanig verbonden, dat men kan spreken van een afzonderlijke classe van „Gegenstände höherer Ordnung". Men zou kunnen opmerken : „Als de synthese der muziek en der wiskunde beide onder deze vallen, loopt dan de arithmetiek niet gevaar haar beteekenis in te boeten?"

¹⁾ a.art., pg. 193.

²⁾ a.art., pg. 195.

Maar men ziet onmiddellijk in, dat deze vrees ongegrond mag heeten, als men slechts onderscheidt tusschen reële relaties (verbindingen) en ideële (betrekkingen), corresponderend met reële en ideële complexen. De wiskunde heeft nu met ideële *betrekkingen* te doen. Immers de idealiteit kan niet louter afbeelding zijn van de realiteit; er zijn fundamenteele relaties noodig, als b.v. verscheidenheid, vergelijking enz., en juist deze behandelt de mathesis.

Is nu echter b.v. de ruimte als Gegenstand van hooger orde in de innerlijke waarneming gegeven, wat Kant's theorie onderstelt, moet dan daarmee het bestaan van een superius zonder inferiora toegegeven worden? Wanneer 'k met 't intuitionisme van de oerintuïtie der arithmetiek uitga en dus de eenheid als onderscheiden van twee, drie enz. gegeven acht, dan bedoel 'k met „de ruimte is één” niet een telling in de reeks, maar een onderscheiding, die juist deze telling wil afsnijden: tegenover andere Gegenstände waarvan deelen bestaan moet de ruimte als eenheid behandeld worden.

„Für Continua ist aus dem Obigen klar, dasz die mancherlei, ja unendlich vielen Theilungen, die an ihnen vorgenommen werden können, letztlich jederzeit in sie hineingetragen sind, indem ihnen von Natur nur unbestimmte Bestandstücke zukommen.”¹⁾ Deze deelen zijn dus fictief, maar dit strijdt niet tegen de fundeeringstheorie, daar het niet noodzakelijk is, dat de inferiora van een gefundeerd (= daarop gebouwd) superius gepraeciseerd zijn, ze kunnen ook onbepaalde bestanddeelen blijven. Een bestaan van een superius zonder inferiora behoeft dus niet toegegeven. De loochening van de actueel oneindige gedeeldheid ligt aan dit betoog ten grondslag,

¹⁾ a.art., pg. 229.

maar *M e i n o n g* is zoo voorzichtig alleen deze te loochenen en niet elk gedeeld-zijn van continua, gelijk blijkt uit de onderscheiding die hij aanbrengt tusschen ruimte en tijd eener- en de toon- en kleurcontinua anderzijds, en de opmerking, dat ruimte- en tijdpunten niets zijn dan grenzen, maar dat een gelijkkleurige vlakke of een gelijkblijvende toon in het oneindig deelbare spectrum en in de tonenscala zeer goed mogelijk is. ¹⁾

Hoe is nu de verhouding van die hoogere Gegenstände tot de innerlijke waarneming? Wijl onze grondgedachte was, uitgaande van de oerintuïtie van het Ik, contact te zoeken tusschen deze en die der mathesis, ziet men terstond het groote belang van deze vraag in.

We kunnen dan allereerst als feit constateeren, dat iemand weet, welk oordeel hij heeft, b.v. over recht en onrecht bij twee oorlogvoerende partijen. We weten niet slechts, dat we dit oordeel vroeger hebben geveld, maar ook dat we 't thans nog kunnen vellen, in zekeren zin in ons bezit hebben. Nu kan men bij denken, begeeren en gevoelen onderscheiden het *wat* en het *dat* en beide weten we, het laatste door innerlijke waarneming. Zoo is 't ook met 't voorstellen: er zijn immanente objecten met een pseudoexistentie die we door een pseudowaarneming kunnen kennen: deze pseudowaarneming is een daad: zooals weten, gevoelen en begeeren; voorstellen is meer dan het *hebben* van voorstellingen. Dat we weet hebben van dat meerdere in oordeelen, voelen, begeeren en voorstellen is te danken aan innerlijke waarneming. ²⁾

Van veel meer belang nog is wat *M e i n o n g* hieraan

¹⁾ a.art., pg. 230.

²⁾ a.art., pg. 219.

toevoegt aangaande tijdsvoorstelling. Er wordt bij de waarneming van een beweging niet een lijn voorgesteld, maar in ieder punt van den tijdsafstand TT^1 een ander punt van den Gegenstandsafstand tt^1 of oo^1 . Heeft men een objectief collectivum, dat men willekeurig als eenheid opvat, dan is deze discontinuïteit in 't psychische geen bezwaar. Gaat 't echter om een Gegenstand die werkelijk eenheid is, dan kan successief voorstellen slechts de deelen grijpen, niet 't geheel; indien echter gedistribueerde Gegenstände van hooger orde slechts met behulp van ongedistribueerde inhouden voorgesteld kunnen worden, moeten de als tijdelijk-verschillend bepaalde inferiora dus voor 't voorstellen *tegelijk*, hoewel natuurlijk niet *als* gelijktijdig, gegeven zijn.¹⁾ Inderdaad, het nominalisme is ook hier onvoldoende: de melodie is als Gegenstand meer dan 't objectieve collectief der tonen; ook is 't niet toereikend, dat de psychische toestand van hem die de melodie voorstelt, op de een of andere wijze verschilt van den toestand van hem die de verschillende tonen achtereen voorstelt zonder verband: 't verschil moet liggen in *wat* hij voorstelt, in 't immanente object. Dit nu is niet te vinden in de toegift van een moment, dat aan 't einde van een successie pseudo-existeert zonder dat de vroeger voorgestelde Gegenstände nog pseudo-existeeren. Immers verschilt zulk een „overgangsteeken” waaruit men verandering kan *concludeeren*, van de directe veranderings*waarneming*. 't Superius wordt verkregen door een na-duren van de inferiora, waardoor simultaneïteit wordt verkregen. Zoo zijn de tonen van een melodie om een melodie te geven tegelijk pseudo-existerend maar niet *als* gelijktijdig: in één moment neem 'k onderscheidene tonen

¹⁾ a.art., pg. 250/252.

waar als *na* elkander. Of de twee-eenheid van de psychische synthese, als nieuwe eenheid met behoud van de elementen, is mogelijk indien de waarnemingsmogelijkheid niet tot een „nu-punt” is beperkt, of de waarnemingsmogelijkheid is daartoe wel beperkt, maar dan is elke waarneming onmogelijk.¹⁾ Immers, tijdpunt noch ruimtepunt is reëel; beide zijn als grens ideëel, dus is de waarneming, indien beperkt tot een „nu-punt”, onmogelijk. Wil men deze consequentie vermijden, dan heeft men voor het andere lid van het dilemma te kiezen: 't Verleden is waarneembaar: „de zoeven weggesmolten sneeuw” is, wijl niet (-meer) existeerend, ideëel, maar heeft toch een geheel andere pseudo-existentie dan „de gouden berg”. Indien men dan ook tegenover het positivisme wil volhouden, dat de realiteit niet afhankelijk is van het de realiteit erkennend subject, d.w.z. dat het gegevene nog iets meer is dan object ten opzichte van een subject, dan valt daarmee ook de principieele uitsluiting van 't verleden uit 't terrein van 't waarneembare. En zelfs behoort als noodzakelijk onderdeel de kennis van 't verledene in de reeks der waarneembare oordeelen: herinneringsoordeelen nemen bij overigens gelijke intensiteit van indrukken toe in betrouwbaarheid bij vermindering van den afstand tusschen oordeels- en Gegenstandszeit; de scala dezer vermindering is een oneindige: ze nadert als limiet het ideëele geval van absolute zekerheid, die zou ontstaan indien deze afstand 0 werd, maar voor ons onbereikbaar is, ook bij onmiddellijke innerlijke waarneming. Het verschil tusschen onmiddellijke innerlijke waarneming en die van het verleden blijft dus gradueel.

¹⁾ We vestigen hier met nadruk de opmerksaamheid op de overeenstemming van deze theorie met de memoria-leer bij AUGUSTINUS.

Zoo leert de ervaring 't bestaan van innerlijke waarneming ; dit postuleert de waarneembaarheid van 't verleden en deze weer op haar beurt 't bestaan van immanente objecten of Gegenstände, materieel verschillend. Dit materieel verschil is te danken aan hun inhoud en deze weer aan onafhankelijk van ons kennen bestaande realiteit. De innerlijke waarneming is de oerdaad, die in de waarneembaarheid van 't verleden de realiteit der successie postuleert. Wijl ideëel en de mogelijkheid der ervaring scheppend, gaan oneindige tijd en ruimte als noodwendige postulaten aan innerlijke en uiterlijke ervaring vooraf en zijn dus transcendentiaal apriori.

Dat deze theorie onder de bestaande de voor 't dualisme meest aantrekkelijke is, behoeft geen betoog, te meer als men let op de schets die ze ontwerpt van de encyclopaedie, welker indeeling rekening houdt niet met de methoden maar met de verschillende *objecten* ¹⁾: begrip, oordeel en sluitrede respectievelijk steunend op Gegenstand, Objectiv en den saamhang van deze, vormen de stof der logica die met de kenleer ressorteert onder de Gegenstandstheorie, welke haar overgang tot de metaphysica in de mathesis vindt en met deze beide te samen het geheele gebied der wijsbegeerte bestrijkt. ²⁾

Dit zijn de grondgedachten van M e i n o n g's ontwerp ; C o h n zette een en ander in systeem vooral in het genoemde werk, waarop we later nog telkens terugkomen.

Critiek hebben we slechts op één punt, en wel omtrent de hoofdzak : Welke is de *waarde* der logische grondstellingen ? M e i n o n g zegt : ze zijn geen denkwetten in den zin van *natuurwetten*, en we stemmen het hem gaarne toe. Hij bestrijdt echter

¹⁾ Zie A. KUYPER, Encyclopaedie der H. Godgeleerdheid, I.

²⁾ MEINONG, Ueber die Stellung, pg. 75.

de meening, dat het denken deze stellingen onwederstandelijk volgt, niet op dezen grond, dat ze dan toch weer natuurwetten worden, maar met 't argument: onwederstandelijkheid is nog niet bewijs voor juistheid.¹⁾ Dit bezwaar is te herleiden tot de eerste formuleering, maar 't is toch een denker als Meining onwaardig daaraan toe te voegen: „Weit günstiger ist ohne Zweifel derjenige gestellt, der den Verpflichtungsgrund zugunsten jenes Imperativs in der Einsichtigkeit der betreffende Urteile und Schlüsse erkennt,” terwijl hij dan in 't vervolg heel 't spreken over een imperatief voor beeldspraak verklaart. Dit klakkeloos beroep op de evidentie en 't afwijzen van 't imperatieve element doet hem terstond in contradicties vervallen. Want nu stelt hij voor: „von jeder Metapher frei, zu sagen: „dasz A stets A, dasz es nicht Non-A ist, usf., das ist wahr”, oder auch: „das ist”, „das ist Tatsache”, oder dgl. Ein „Gesetz” kann dann aber etwas dergartiges in keinem andern Sinne heissen als in dem, der es gestattet, etwa auch den pythagoreischen Lehrsatz oder sonst ein Axiom oder Theorem der Mathematik ein Gesetz zu nennen”.²⁾

We sluiten slechts met de volgende aantekeningen op deze stelling:

1e. De logische grondstellingen kunnen niet denzelfden grond hebben als de mathematische, wijl de laatste juist de bemiddeling — en dus een verbinding — vormen tusschen logica en empirie. De vraag naar den grond der logische normen staat dus minstens op één lijn met die naar den grond der ruimte als *groep* en niet met die naar den grond der axiomas, wijl deze de norm der logica onderstellen.

¹⁾ a.art., pg. 44.

²⁾ ibidem.

2e. Beide kunnen we als *feiten* aanvaarden. Maar er is groot verschil. De ruimte-aanschouwing zooals het intuitionisme die erkent is een psychische mogelijkheid een groep te vormen, als noodwendig postulaat besloten uit de mogelijkheid der waarneming als onderstelling. Maar terwijl de psyche niet *kan* waarnemen zonder de ruimte-aanschouwing, kan ze wel betoogen onder veronachtzaming van de logische grondstellingen, fouten makend, zondigend tegen een norm, en er zijn geen normen dan Goddelijke. *Meinung* heeft niet den moed gehad dit Goddelijk gezag te postuleeren als grond der denknormen en daarom hangt heel zijn overigens zoo goed dualistisch doorgedacht, zich voor theistische en intuitionistische uiteenzetting uitmuntend leenend systeem toch weer in de lucht.

§ 8. De herleving der leer van de actueele oneindigheid.

G. CANTOR, Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre, ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen, 1883. — CASPAR ISENKRAHE, Das Endliche und das Unendliche, Schärfung beider Begriffe, Erörterung vielfacher Streitfragen und Beweisführungen, in denen sie Verwendung finden, 1915. —

Reeds herhaaldelijk ontmoetten we het oneindige in de geschiedenis der mathesis en wel in tweeërlei zin. Eerst, bij *allen*, als een wordende oneindigheid, die men beter eendeloosheid noemt; haar troffen we aan in de uitgebreidheid bij de getallenreeks en de onbegrensdsheid der ruimte. Een andere beteekenis heeft de oneindigheid in het continu: ook daar wel de oneindigheid der deelbaarheid, maar

toch nog iets meer. Wat is dat iets en hoe het te verklaren?

Van deze probleemstelling gaat G. Cantor uit in genoemd geschrift, nadat allerlei onderzoeken in vroegere werken de vermeende oplossing bij hem hadden doen rijpen. Hij plaatst de twee beteekenissen als eigenlijk- en oneigenlijk-oneindig tegenover elkander; 't eerste is een veranderlijk eindig, 't tweede een bepaald oneindig; en de beide scheppingsprincipia, met welke hulp, naar hij wil aantoonen, de nieuwe bepaald-oneindige getallen gedefinieerd worden, zijn, volgens hem, van dien aard, dat door hun vereenigd werken iedere grens in de begripsvorming van reële geheele getallen kan worden doorbroken; deze onbeperkte treedt echter een beperkingsprincipe tegemoet, zoodat men natuurlijke deelen in de absoluut oneindige opeenvolging der reële geheele getallen verkrijgt, welke deelen hij getalklassen noemt.¹⁾ De eerste getalklasse (I) is de „Menge” van de eindige geheele getallen, 1, 2, 3, 4, „,; daarop volgt de tweede getalklasse (II), „bestehend aus gewissen in bestimmter Succession einander folgenden unendlichen ganzen Zahlen; erst nachdem die zweite Zahlenklasse definiert ist, kommt man zur dritten, dann zur vierten u.s.w.” Het begrip „machtigheid” voert hij in aan de hand van twee andere: „welgedefinieerd” en „correspondentie” of „Zuordnung”. „Jeder wohldefinierten Menge kommt darnach eine bestimmte Mächtigkeit zu, wobei zweien Mengen dieselbe Mächtigkeit zugeschrieben wird, wenn sie sich gegenseitig eindeutig, Element für Element, einander zuordnen lassen”.²⁾

¹⁾ G. CANTOR, a.w., pg. 3.

²⁾ a.w., pg. 3.

Bij eindige Mengen valt de machtigheid samen met het aantal der elementen, wijl hier de ordening onverschillig is, d.w.z. zulke Mengen in iedere ordening hetzelfde aantal van elementen hebben. Tot nog toe ontbrak het begrip aantal bij de oneindige Mengen; dat harer machtigheid bestond reeds. De machtigheid van die oneindige Mengen, welke men wederzijds éénduidig aan de eerste getalklasse kan laten correspondeeren en die daarom dezelfde machtigheid hebben als deze, is echter, volgens Cantor althans, niet de eenige. Hij poogt te bewijzen, dat de machtigheid van de tweede getalklasse van die der eerste verschilt en hare naast-hoogere is, waarom hij haar de tweede machtigheid of machtigheid der tweede klasse noemt op welke de derde, vierde, enz. volgen. De vorming van de eerste getalklasse berust op het principie der toevoeging van een eenheid aan een reeds gevormd getal. „Die Anzahl der so zu bildenden Zahlen ν der Classe (I) ist unendlich und es giebt unter ihnen keine grösste. So widerspruchsvoll es daher wäre von einer grössten Zahl der Classe (I) zu reden, hat es doch andererseits nichts Anstössiges, sich eine *neue* Zahl, wir wollen sie ω nennen, zu denken, welche der Ausdruck dafür sein soll, dass der ganze Inbegriff (I) in seiner natürlichen Succession dem Gesetze nach gegeben sei (Aehnlich wie ν ein Ausdruck dafür ist, dass eine gewisse endliche Anzahl von Einheiten zu einem Ganzen vereinigt wird). Es ist sogar erlaubt, sich die neugeschaffene Zahl ω als *Grenze* zu denken, welcher die Zahlen ν zustreben, wenn darunter nichts Anderes verstanden wird, als dass ω die *erste* ganze Zahl sein soll, welche auf alle Zahlen ν folgt, d.h. grösser zu nennen ist,

als jede der Zahlen ν ." ¹⁾ Men kan dan weer verder tellen naar het eerste princip $\omega + 1, \omega + 2, \dots \omega + \nu$, en komt zoo weder aan een grens, schept dan de reeks $2\omega + 1, 2\omega + 2 \dots$ enz. De schepping van ω en 2ω geschiedt niet naar het eerste princip door successieve toevoeging, maar naar een tweede princip, 't welk hij nader aldus definieert: „dass-wenn irgend eine bestimmte Succession definirter ganzer realen Zahlen vorliegt, von denen keine grösste existirt, auf Grund dieses zweiten Erzeugungsprinzips eine neue Zahl geschaffen wird, welche als *Grenze* jener Zahlen, gedacht, d.h. als die ihnen allen nächst grössere Zahl definirt wird." ²⁾ Zoo ook verliest men niet alle grenzen: immers in de bepaling „nächst grössere" is het „Hemmungs- oder Beschränkungsprincip" gegeven, „das, wie ich zeigen werde, bewirkt, dass die mit seiner Hinzuziehung definirte zweite Zahlenklasse (II) nicht nur eine höhere Mächtigkeit erhält als (I), sondern sogar die *nächst höhere*, also zweite Mächtigkeit." ³⁾ Daar iedere volgorde van Mengen, van welke ieder de *eerste* machtigheid heeft, altijd, wanneer die volgorde zelve ook van de *eerste* machtigheid is, een Menge oplevert, die de machtigheid van (I) heeft, is het duidelijk, dat bij voortzetting van onze getallenreeks men werkelijk allereerst altijd weer slechts zulke getallen verkrijgt, bij welke die voorwaarde feitelijk is vervuld. Daarop definieert hij dan terstond „die zweite Zahlenklasse (II) als den *Inbegriff* aller mit *Hülfe* der beiden *Erzeugungsprincipe* bildbaren, in bestimmter *Succession* fort-

¹⁾ a.w., pg. 33.

²⁾ a.w., pg. 33.

³⁾ a.w., pg. 34.

*schreitenden Zahlen $\alpha : \omega, \omega + 1, \dots, \nu_0 \omega^\mu + \nu_1 \omega^{\mu-1} + \dots + \nu_{\mu-1} \omega + \nu_\mu \dots \omega^\omega, \dots \alpha, \dots$ welche der Bedingung unterworfen sind, dass alle der Zahl α vorausgehenden Zahlen, von 1 an, eine Menge von der Mächtigkeit der Zahlenklasse (I) bilden"*¹⁾

De bewijzen, die hij daarop geeft van de stellingen, dat de nieuwe getalklasse (II) een machtigheid heeft welke van die der eerste getalklasse (I) verschilt, en deze machtigheden onmiddellijk op elkander volgen,²⁾ kunnen we terzijde laten : *nieuwe* logische contradicties werden er niet in gevonden.

Behalve het begrip machtigheid voert hij dat der wélgeordende Menge in, en verstaat daaronder iedere wélgedefinieerde Menge welker elementen door een bepaald aangegeven successie met elkaar verbonden zijn, volgens welke (successie) er een eerste element der Menge bestaat — op ieder afzonderlijk element, als 't niet het laatste in de successie is, een bepaald ander volgt — en een bepaald element tot iedere eindige of oneindige Menge behoort dat hun aller naast-volgend element in de successie is³⁾ (tenzij dan dat er niets op hun successie volgt). Twee welgeordende Mengen hebben nu weer hetzelfde *aantal* wanneer wederzijdsche eenduidige correspondentie mogelijk is. Terwijl we nu zagen, dat voor een eindige Menge de ordening onverschillig is en daarom de machtigheid met het aantal samenvalt, komen aan een uit oneindig veel elementen bestaande Menge in 't algemeen verschillende aantallen toe, al naar de verschillende successie welke men den elementen geeft. Terwijl ook hier de machtigheid van de ordening onafhanke-

¹⁾ a.w., pg. 35.

²⁾ a.w., pg. 35/39.

³⁾ a.w., pg. 4.

lijk is, mist het aantal echter deze eigenschap en gaan beide hier dus uiteen. In de eerste getalklasse is $a + b = b + a$; in de tweede gaat deze commutatieve wet niet op: $\omega + 1 = (\omega + 1)$, $1 + \omega = \omega$.

Met behulp van de tweede getalklasse tracht hij nu ook het continue uit het discrete te verklaren. Allereerst weerspreekt hij de meening, dat het tijdsbegrip, de tijd- of ruimteaanschouwing bij de uiteenzetting van het veel oorspronkelijker en algemeener begrip van het continu van nut zou kunnen zijn: de tijd is immers niets anders dan hulp- en betrekkingbegrip, door hetwelk men de relatie tusschen verschillende in de natuur voorkomende en door ons waargenomen bewegingen vaststelt.¹⁾ Ook de ruimte kan slechts met behulp van een begripmatig reeds gereed continu dien inhoud verkrijgen, met welken ze voorwerp van nuchter-exact mathematisch onderzoek kan worden. „Somit bleibt mir nichts Anderes übrig, als mit Hülfe der in § 9 definirten reellen Zahlbegriffe einen möglichst allgemeinen rein arithmetischen Begriff eines Punctcontinuum zu versuchen”²⁾, en hij meent dit verkregen te hebben door het te omschrijven als „perfect-saamhangende Menge”³⁾ „Perfect” en „saamhangend” zijn hier niet slechts woorden, maar door de voorafgaande definities die afgeleid werden uit de leer der tweede getalklasse, ten scherpste in begrippen gekarakteriseerde praedicaten van het continu.

Wat nu van dit alles te zeggen? We merken op, dat alles hier afhangt van de vraag: *bestaat* de tweede getalklasse? Indien ja, dan moet men een logische fout in

¹⁾ a.w., pg. 29.

²⁾ a.w., pg. 30.

³⁾ a.w., pg. 31/32.

Cantor's bewijzen aangaande hare eigenschappen of in dat der afleiding van het continu uit haar aanwijzen, of anders zijn betoog aanvaarden. Daar nu ook Cantor's heftigste bestrijders er niet in slaagden dit laatste te ontwrichten, klemmt de gestelde vraag des te meer. Want indien het antwoord ontkennend zou luiden, worden zijn bewijzen aangaande de praedicaten van iets dat niet bestaat, waardelooze woordenkramerij en het continu is dan evenmin afgeleid uit de hogere getalklassen als een bepaalde trek in mijn karakter uit den omgang met mensen die zouden blijken niet te bestaan. Ook Cantor heeft dit begrepen: Hij levert eerst polemieken tegen de empirische school¹⁾, maar rekent daartoe ten onrechte ook Aristoteles! Hij beweert nl. diens argumenten tegen de actualiteit van het oneindige tot een *petitio principii* te mogen herleiden, „auf die Voraussetzung nämlich, dass es nur endliche Zahlen gebe, was er daraus schloss, dass ihm nur Zählungen an endlichen Mengen bekannt waren.”²⁾ Maar sprak de Stagyriet dan zelf niet van een potentieel bestaan der oneindigheid (= eindeloosheid)? „Ich glaube aber oben bewiesen zu haben . . . dass eben so bestimmte Zählungen wie an endliche auch an unendlichen Mengen vorgenommen werden können, vorausgesetzt, dass man den Mengen ein bestimmt Gesetz giebt, wonach sie zu *wohlgeordneten* Menge werden.” Goed, maar is 't dan geoorloofd als men eerst het getal genetisch met behulp van een reeksprincipe (Cantor spreekt zelf van Erzeugungsprincipe) definieert, later grootheden onder den naam van getal in te voeren, bij welke men met den inhoud

¹⁾ a.w., pg. 9.

²⁾ a.w., pg. 10.

van dit princip, nl. de successieve toevoeging van eenheden, niet mag rekenen? Indien men nu met alle macht een groteren begripsomvang wil hebben, waarvan het getal een deel is, naar het voorbeeld der subsumptiologica, dan moet men zulk een groteren begripsomvang b.v. in de relatie zoeken en niet bij het oorspronkelijke, het getal, blijven staan, daar men anders een deel gelijk stelt aan het geheel, wat natuurlijk tot logische fouten leidt. En zegt C a n t o r nu: maar eindige en oneindige getallen voeg ik samen onder het hoogere begrip getal, dan keert de oude vraag terug: bestaan er oneindige getallen, of is deze term een contradictio in adjecto? Zij die dit meenen, spraken het in den loop der eeuwen telkens uit, dat tot 't begrip getal de eindigheid behoorde en het ware oneindige, hetwelk in God is, geen determinatie toestaat. Ook C a n t o r onderschrijft de laatste stelling, „denn der Satz: „Omnis determinatio est negatio” steht für mich ganz ausser Frage”¹⁾, maar, behalve dat deze negatieve bepaling van Gods Wezen niemand voldoet dan alleen den Spinozist, is nog op te merken, dat hij de gedachte, dat er behalve het ware, door determinatie niet bereikbare oneindige en het eindige geen modificaties zouden zijn, verwerpt: „Was ich behauptete ist, dass es nach dem Endlichen ein *Transfinitum* (welches man auch *Suprafinitum* nennen könnte), d.i. eine unbegrenzte Stufenleiter von bestimmten Modis giebt die ihrer Natur nach nicht endlich, sondern unendlich sind, welche aber ebenso wie das Endliche durch bestimmte, wohldefinirte und von einander unterscheidbare Zahlen determinirt werden können.” Men lette op het panthe-

¹⁾ a.w., pg. 12.

istische „ihrer *Natur* nach” en op het zuiver rationalistische karakter der antipode van het „*infinitum actu non datur*”, waaromtrent ’t, waarschijnlijk terwille van kerkelijke censuur toegevoegde „*et excepto Deo*” ons zelfs niet het spoor bijster vermag te maken: „*Omnia seu finita seu infinita definita sunt et excepto Deo ab intellectu determinari possunt.*”¹⁾ Men houde het menschelijk verstand niet te veel zijn eindigheid voor: dat is onjuist, want hoe beperkt de menschelijke natuur ook is, van het oneindige kleeft haar toch veel aan, en hij meent zelfs, dat, wanneer ze niet zelve in velerlei opzicht oneindig ware, „die feste Zuversicht und Gewissheit hinsichtlich des Seins des Absoluten, worin wir uns alle enig wissen, nicht zu erklären sein würde”²⁾ Indien men slechts de actualiteit van het oneindige aanvaardt, zal het Spinozisme weer een dageraad hebben en een waarlijk organische natuurverklaring de mechanische verdringen.³⁾ Zelfs laat hij zich verleiden tot religieuze getallensymboliek: De onduidelijkheid bij *Spinoza* was de verhouding van de eindige tot de oneindige modi: het probleem van de relatieve zelfstandigheid van den mensch in hare verhouding tot de eene substantie komt zijn oplossing nabij: „Ist ω die erste Zahl der Zweit-Zahlenklasse, so hat man $1 + \omega = \omega$, dagegen $\omega + 1 = \omega + 1$, wo $(\omega + 1)$ ein von ω durchaus verschiedene Zahl ist. Auf die *Stellung* des Endlichen zum Unendlichen kommt also, wie man hier deutlich sieht, Alles an; tritt das Erstere vor, so geht es in dem Unendlichen auf und verschwindet darin, *bescheidet* es sich aber und nimmt seinen

¹⁾ a.w., pg. 13.

²⁾ a.w., pg. 13.

³⁾ a.w., pg. 14.

Platz hinter dem Unendlichen, so bleibt es erhalten und verbindet sich mit jenen zu einem neuen, weil modificirten Unendlichen.”¹⁾ Wie dus ooit nog eens eenige moeilijkheid ontdekt in de verhouding der „causae secundae” tot de „causa prima” trooste zich met de Cantoriaansche mathesis!

Met dit pantheïsme in de metaphysica stemt nu verder harmonieus overeen de parallelistische kenleer in het gedeelte dat over het bestaan in de mathesis handelt. Existentie, bestaan en werkelijkheid worden hier al dadelijk geïdentificeerd, en de getallen in overeenstemming met de universeele relatieloga slechts een onderdeel der begrippen en ideeën in 't algemeen genoemd.²⁾ Bij elk begrip en idee zijn er twee betrekkingen, in welke men van realiteit kan spreken: de intrasubjectieve of immanente en de transiente realiteit. „Bei der durchaus realistischen, zugleich aber nicht weniger idealistischen Grundlage meiner Betrachtungen unterliegt es für mich keinem Zweifel, dass diese beiden Arten der Realität stets sich zusammenfinden in dem Sinne, dass ein in der ersten Hinsicht als existent zu bezeichnender Begriff immer in gewissen, sogar unendlich vielen Beziehungen auch eine transiente Realität besitzt Dieser Zusammenhang beider Realitäten hat seinen eigentlichen Grund in der *Einheit des Alls zu welchem wir selbst mitgehören.*”³⁾ Nu is dit dualistisch parallelisme in niets sympathieker dan het zuivere psychonisme, want het *moet*, daar het de onderlinge onafhankelijkheid der causale psychische en physische reeksen leert,

¹⁾ a.w., pg. 14.

²⁾ a.w., pg. 18, vrgl. ook hierboven, § 6, pg. 152.

³⁾ a.w., pg. 19.

wel komen tot de gedachte dat de mathesis zonder de ervaring volkomen dezelfde ontwikkeling zou hebben gekend, als ze nu doormaakte. Cantor, die een scherpzinnig denker is, trekt dan ook terstond deze conclusie. „Der Hinweis auf diesen Zusammenhang hat nun hier den Zweck, eine mir sehr wichtig scheinende Consequenz für die Mathematik daraus herzuleiten, dass nämlich letztere bei der Ausbildung ihres Ideeënmaterials *einzig* und *allein* auf die immanente Realität ihrer Begriffe Rücksicht zu nehmen und daher keinerlei Verbindlichkeit hat sie auch nach ihrer *transienten* Realität zu prüfen.” Hij spreekt dan ook van „freie Mathematik”, die, zuiver psychisch, een onderdeel is van de (psychologische) logica; immers is ze slechts aan de „selbstredende Rücksicht gebunden, dass ihre Begriffe sowohl in sich widerspruchslös sind, als auch in festen durch Definitionen geordneten Beziehungen zu den vorher gebildeten, bereits vorhandenen und bewährten Begriffen stehen. Im Besondern ist sie bei der Einführung neuer Zahlen nur verpflichtet, Definitionen von ihnen zu geben, durch welche ihnen eine solche Bestimmtheit und unter Umständen eine solche Beziehung zu den ältern Zahlen verliehen wird, dass sie sich in gegebenen Fällen unter einander bestimmt unterscheiden lassen.”¹⁾ Maar hoe komen deze twee gescheiden terreinen van mathesis en physica dan bijeen? Door de toegepaste mathesis. Maar hoe is dan de toepassing mogelijk? Natuurlijk slechts door het vooroordeel der evenwijdigheid; vandaar dat deze „angewandte Mathematik” moet rusten op de meta-

¹⁾ a.w., pg. 19.

physica,¹⁾ in casu de parallelistisch-pantheistische. Hare kenleer komt, in zooverre ze evenwijdigheid leert tusschen denken en zijn, overeen met de afbeeldings- en omgekeerde-evenwijdigheids-theorie van het naief realisme: de getallen hebben transiente realiteit wyl ze voor „einen Ausdruck oder ein Abbild von Vorgängen oder Beziehungen in der dem Intellect gegenüberstehenden Aussenwelt gehalten werden müssen.”²⁾

Nu hebben we tegen vóóroordeelen geen bezwaar, maar wel tegen de aanvaarding van dit bepaalde. Want indien ons Ik kennis wil verkrijgen van iets anders, dan is openbaring van dit andere, maar ook opnemng van deze door het Ik noodzakelijk. Kennis is dus zelf een *relatie* en niets pleit vóór, maar alles tegen de onderstelling, dat deze relatie in een bloot passief weerspiegelen opgaat. Kennen is een *daad*, daarin heeft het pragmatisme gelijk, en af te wijzen is het slechts in zooverre het dit doen — evenals elk ander — voldoende verklaard achtte door het Darwinisme, zonder norm en zonder teleologische besturing.

Het is ongetwijfeld deze overeenstemming van parallelisme en naief realisme geweest, die ISENKRAHE, gelukkig onder heftig protest van andere Roomsche apologeten, er toe bracht C a n t o r's leer te aanvaarden. In het geheele, 314 pagina's dikke werk vol subtile onderscheidingen heeft hij vanwege de boomen het bosch niet gezien. Hij merkt terecht op, dat de voor- en tegenstanders der actualiteit van het oneindige in de twee eerste bepalingen van het begrip getal overeenstemmen, nl. dat het een veelheid van dingen onderstelt die

¹⁾ a.w., pg. 20.

²⁾ a.w., pg. 18.

men onderscheiden kan en afzonderlijk beschouwen en dat deze veelheid zich tegelijk als eenheid moet laten opvatten. Maar het geschilpunt is reeds eenzijdig gedefinieerd, als hij de tegenstanders laat zeggen: „Die Auffassung ihrer Einheitsnatur musz sie uns auf diejenige besondere Weise beibringen, dasz sie der Inbetrachtung des einzelnen, Unterschiedenen ein Ende aufzwingt und sie so abschlieszt”, daarentegen de voorstanders deze bepaling laat loochenen.¹⁾ En ongeoorloofd en onvruchtbaar is het te trachten het punt van geschil over het „ja” en „neen” der meeningen heen te helpen door den logisch breederen begripsomvang te zoeken in de menigvuldigheid, veelheid, meerderheid, enz., want met deze subsumptie zou impliciet de vereenzelviging van begrip en begripsomvang zijn toegegeven.

En eisch blijft steeds, dat dan die menigvuldigheden enz. *bestaan*. En vóór we 't begrip menigvuldigheid gaan abstraheeren uit eindige en oneindige getallen, moet vaststaan niet alleen van de eerste maar ook van de laatste dat ze *bestaan*, en wel *op dezelfde wijze*, dus niet de eene groep als gegeven, de andere als construeerbare getallen. Dat vergeet ISENKRAHE; en daardoor heerscht ook over 't bestaan zelf verschil: het is in de mathesis volgens C a n t o r c.s. definieerbaar zijn,²⁾ volgens zijn bestrijders geconstrueerd zijn; bij de eene partij wordt de wiskunde een deel der logica, bij de andere blijft ze een zelfstandige wetenschap; de eerste huldigt het parallelisme, de tweede de wisselwerking.

Dit niet ingezien te hebben is ISENKRAHE's fout bij zijn pogen de Roomsche apologetiek van haren strijd tegen

¹⁾ C. ISENKRAHE, a.w., pg. 68.

²⁾ CANTOR, a.w., pg. 19, zie ook het citaat hierboven, pg. 185.

Cantor af te brengen : hij heeft nergens oog voor de pantheistische tendenzen en verwijt Cantor wel wat al te naief alleen 't dubbelzinnig gebruik van den term „oneindig” : „erheblich gestört hat mich die Vieldeutigkeit des Wortes „unendlich” u.a. auch in einem Satze von Cantor's „Grundlagen der Mannigfaltigkeitslehre” (volgt het reeds aangehaalde Latijnsche citaat van pg. 13, zie boven, pg. 183). In seiner Anwendung auf Gott nämlich hat das Wort „unendlich” eine ganz und gar andere Bedeutung als in der Mannigfaltigkeitslehre. Dasz Gott da als „Ausnahme” hingestellt wird, berührt mich fast so als wenn jemand sagte „Jeder Tag wird in 24 Stunden eingeteilt — mit Ausnahme des im Verlage Scherl erscheinenden.”¹⁾ Maar waarin 't verschil dan wel ligt, komt men niet te weten. Hij neemt dus heel Cantor's theorie over, en tracht dan aan de pantheistische consequentie te ontkomen door aan „oneindig” tweeërlei zin toe te kennen, maar vergeet, dat Cantor's theorie berust op de onderstelling, dat er modificaties bestaan tusschen 't Absolute en 't eindige. Aan te toonen, dat de theorie mogelijk is zonder deze veronderstelling, heeft hij daarom ook nergens gepoogd.

Tot het constateeren van dezen samenhang beperken we ons hier. Later zal blijken, hoe het Cantorianisme op de onoplosbare en zelfgeschapen antinomieën van Zeno stuit. Hier was 't ons slechts om de feiten te doen : indien onze hoofdindeeling juist is, moet straks blijken, dat het formalisme, waarin we immers de consequentie van het pantheïsme in de mathesis meenden te ontdekken, Cantor's opvattingen deelt.

¹⁾ ISENKRAHE, a.w., pg. 312, noot 60.

§ 9. De arithmetiseering der geometrie.

R. DEDEKIND, Was sind und was wollen die Zahlen?² 1893. — Stetigkeit und irrationale Zahlen³, 1905. — J. WOLFF, Complexe getallenstelsels, Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het hoogleeraarsambt aan de Rijksuniversiteit te Groningen, 1917.

In de laatste paragraaf van dit hoofdstuk staat ons nog een overzicht te geven van de arithmetiseering der geometrie, om ook hier het houdbare *resultaat* te onderkennen van de onhoudbare *verklaring*, opdat we het eerste zoo even vrijmoedig aanvaarden als we de laatste becriticeeren.

Telkens merkten we in de geschiedenis van het intuitionisme den drang op uit te gaan van de beleefde synthese, maar daarom ook de geometrie op ander plan te stellen, dan de arithmetiek; dat dit „ander” ook „lager” beteekent spreekt voor het dualisme, dat van het *psychisch* onmiddellijk-beleefde uitgaat vanzelf. D e s c a r t e s nu greep reeds de toepassing van deze gedachte, schoon, gelijk we zagen, ongemotiveerd, in zijn analytische geometrie: de mathesis is hem de wetenschap der grootte-verhoudingen en door het *maat*begrip onderscheidt zich de geometrie dan van de arithmetiek. In hoofdzaak zijn het intuitionisten geweest, die, geleid door hun opvatting van de mathesis als wetenschap der verhoudingen, de infinitesimaalrekening ontdekten en daarmee het oneigelijk oneindige, de wording en de variabale in de wiskunde invoerden.

Niet anders deed P o n c e l e t in zijn „Traité des propriétés projectives des figures” (1832): De geometrie houdt zich bezigniet met bepaalde figuren, maar met correlaties, en deze vallen onder het princip der permanentie: men kan telkens bepaalde gegevens varieeren en zoo tot het *mathematisch* begrip

komen, hetwelk niet, als dat in de subsumptiologica, wijl minder bepaald, al naardat het grooter van omvang tegelijk kleiner van inhoud is, maar zijn „deelen”, juister: „leden”, uit één principie, uit één wet, volgens welke de variatie plaats heeft, *afleidt*. Zulk een saamhang van voorwaarden en niet van dingen is nu ook de mathesis met hare directe (b.v. gelijk- en gelijkvormigheid), indirecte (symmetrische figuren) en ideale correlatie; bij de laatste stelt men de wijziging voortgaande tot oneindig groot of oneindig klein. Zoo wordt de koorde van een cirkel door een verschuiving, waarbij de relatie van boog en koorde volgens een vast en continu principie varieert, een raaklijn. Dit is echter eerst mogelijk door de beweging, die zelf continu is, en zoo denkt P o n c e l e t er niet aan om op deze wijze de continuïteit te verklaren: slechts de relaties der continua zijn object der geometrie; het continu zelf is voor haar een gegeven. „Das Prinzip der „Permanenz der formalen Gesetze” ist in der Tat, noch ehe es in der Algebra als Rechtfertigung der verallgemeinerten Zahlbegriffe gebraucht wurde, durch Poncelet von rein geometrischen Gesichtspunkten aus eingeführt und begründet worden”.¹⁾ Zulk een verklaring uit de pen van een onverdacht getuige als CASSIRER dienen we niet te vergeten.

Intusschen, zal de arithmetiek toepasselijk zijn op de geometrie, dan moet het getal, hoewel discreet, dan toch symbolisch kunnen aanduiden, wat er in de geometrie door de *transformatie* geschiedt; voor de symboliseering der *variatio* was reeds in de zeventiende eeuw zorg gedragen. Eerst langzamerhand echter werd deze mogelijkheid ontdekt, terwijl ze toch voor de hand lag. Zijn nl. a en b de twee zijden van

¹⁾ CASSIRER, a.w., pg. 111.

een rechthoek, dan is het oppervlak ab ; wil men een oppervlak $\frac{1}{2} ab$ construeeren, dan halveert men de figuur in hoogte of breedte. Vermenigvuldiging met een reëel getal beteekent dus, indien men de figuur *continu* doet varieeren, inkrimping bij een vermenigvuldiging met een getal < 1 , uitzetting bij eene met een getal > 1 . Laat men nu een vlak 1 om één der zijden een hoek van 180° beschrijven, dan kan men deze bewerking arithmetisch aanduiden door -1 , een wenteling van 90° vindt dan hare uitdrukking in $\sqrt{-1}$ of i , daar het vlak a , \perp op de zijde AB van het vlak 1 opgericht, middenevenredig is tusschen 1 en -1 . Zoo verkrijgt men het imaginaire vlak. Laat men nu eerst 1 zich 90° om de as wentelen en daarna nogmaals *in dezelfde richting*, dan verkrijgen we eerst een vlak $\sqrt{-1}$, daarna nog een een vlak $\sqrt{-1}$; voert men beide bewegingen in ééns uit, dan is 't vlak -1 ; daaruit blijkt dat de *som* van twee bewegingen zich laat uitdrukken door 't *product* der afzonderlijke symbolen. Zoo komt dus met ieder complex getal een bepaalde vervorming overeen, en is, omgekeerd, „de menigte van ons getallensysteem afgebeeld op de menigte der draaiingen en uitrekkingen van het vlak”, ¹⁾ terwijl deze transformaties ook bijeen kunnen gevoegd, m.a.w. een *groep* vormen. Verruimen we dus de groep der uitrekkingen door toevoeging van een draaiing, dan voeren we de imaginaire eenheid i in, maar meer dan deze: want zelfs indien we postuleeren, dat naast de associatieve ook de distributieve eigenschap bij deze „vermenigvuldiging” geldt, zijn er nog drie systemen mogelijk, al naar dat de tweede eenheid $\sqrt{-1}$, $\sqrt{0}$ of $\sqrt{-1}$ is. Wat practische toepassing betreft was i van deze drie mogelijkheden de meest bevoorrechte.

¹⁾ WOLFF, a.w., pg. 7.

H a m i l t o n ontwikkelde nu het quaternionensysteem, waarvan men zich als volgt een voorstelling kan vormen : Laten twee of meer krachten op hetzelfde punt werken en in één vlak liggen. Nemen deze nu proportioneel toe of af en laat men ze in eenzelfde hoek om dit punt draaien, dan is 't aantal vervormingen ω^2 ('t aantal lijnen in een vlak is nl. ω , dat der mogelijke vlakken op één as dus ω^2); 't geheel van zulke transformaties in alle mogelijke vlakken door dit punt is ω^4). Deze menigte laat zich nu door het quaternionensysteem afbeelden, dat uit 4 eenheden bestaat, nl. de reële (uitrekkingen) en i , j en k , de symbolen der draaiingen van 90° om de drie onderling loodrechte assen, wier kwadraat dus -1 is. Ook hier kunnen twee transformaties vervangen door één derde, maar de commutatieve eigenschap geldt niet meer, daar bij twee opeenvolgende bewegingen van een punt om onderling loodrechte assen de *volgorde* niet onverschillig kan zijn : de beweging Noord \rightarrow Oost \rightarrow Zenith is, gelijk ook blijkt uit de relatie-logica een andere realiteit dan Zenith \rightarrow West \rightarrow Noord. Men kan nu om dit quaternionensysteem te realiseeren zich een vierdimensionale ruimte denken, maar kan ook binnen de mogelijkheid der voorstelling blijven : dan stellen de quaternionen, gelijk we zagen, de draaiingsgroep om een vast punt voor.

Nu kan men ook dit gebied weer uitbreiden door de zoogenaamde biquaternionen van C l i f f o r d.¹⁾ Voert men een kracht over in een „koppel” dat gelegen is in een vlak \perp de kracht, dat deze tot moment-as heeft, en herhalen we deze bewerking, dan heffen de beide koppels elkaar op : het kwadraat der operatie is dus 0. De biquaternionen bevatten acht elementen : nl. de vier van H a m i l t o n en deze nieuwe eenheid $\sqrt{0}$ en de

¹⁾ WOLFF, a.w., pg. 11, v. .

producten $i\sqrt{0}$, $j\sqrt{0}$ en $k\sqrt{0}$. Hier is overbrenging in een achtdimensionale ruimte mogelijk, schoon niet noodzakelijk.

Daar *spiegeling*, tweemaal herhaald, weer het orgineel geeft, laat deze operatie zich symboliseeren door $\sqrt{1}$. Voegt men nu deze nieuwere eenheid $\sqrt{1}$ en haar product met i , j en k aan de elementen der biquaternionen toe, dan verkrijgt men de triquaternionen van Combebiac.

Zoo kan men voortgaan, en blijkt de meetkunde tenslotte een invariantentheorie van een groep; de meetkunden zullen verschillen al naar dat de groep verschilt die men als maatstaf ter beoordeeling van de grootheden gebruiken wil. Zijn x , y en z reële of complexe getallen en a , b en c overigens onbepaalde eenheden, dan wordt met de vraag naar een optelling van $xa + yb + zc + x_1a_1 + y_1b_1 + z_1c_1$ bedoeld een derde getal $x_2a_2 + y_2b_2 + z_2c_2$ zóódanig af te leiden, dat de coördinaten de gewone sommen zijn van die der beide getallen; zoo kan men ook vermenigvuldigen, ontbinden in factoren, enz.

In lange rij werden dus de nieuwe getallenstelsels ontdekt, van welker bewerking Grassman's Ausdehnungslehre reeds meer dan een vermoeden had. Hankel's eisch, dat deze stelsels gesloten zouden zijn, kwam de aansluiting aan de groepentheorie van Sophus Lie ten goede: de mathesis vindt haar hoogste type in de analysis situs.¹⁾

We stonden bij deze ontwikkeling zoo lang stil, niet alleen omdat ze van het grootste gewicht is, maar ook, daar heel dit belangrijk resultaat in volkomen overeenstemming is met de intuitionistische principia: de ruimte kan niet worden beleefd, maar is een vorm der aanschouwing; zal de aprioristische zekerheid der mathesis in verband staan met de beleefde

¹⁾ Zie boven, § 5, pg. 145.

synthese van denken en zijn in het Ik, dan moet men den aanschouwingsvorm der ruimte kunnen bewerken met gegevens die met de synthese van het zelfbewustzijn onmiddellijk samenhangen. *De taak, het intuitionisme aangewezen, is dus: den samenhang der arithmetische en metaphysische intuïtie op te sporen.*

Is dus de arithmetiseering der geometrie als een *feit* te aanvaarden? Ongetwijfeld, indien men er niet méér onder verstaat dan de ontwikkeling langs de zooeven aangegeven lijn: de arithmetiek laat zich volkomen afbeelden niet alleen in de metrische, maar ook in de kwalitatieve geometrie, dank zij de complexe getallen. Maar indien men deze afbeelding en toepassing meent te kunnen doen overgaan in vereenzelviging, dan heeft men niet meer met feiten te doen, maar met een monistische overijling: het is het noodlot van het monisme geen enkel verschil te kunnen erkennen: de wiskunde wordt logica, de logica psychologie en zoo triumfeert het psychonisme; maar deze theorie zou eigen doodvonnis teekenen, indien de wiskunde zelf niet een eenheid zou zijn, en daarom moet ook de geometrie met de arithmetiek één zijn: de ruimte moet niet slechts zich leenen voor getallenoperatie, maar moet zelf een voortzetting zijn van deze: het continu moet niet meetbaar zijn door een discrete verzameling van continua (de successieve meetacties enz.), maar is niet méér dan de *som* van dit discrete: het nominalisme *verklaart* de arithmetiseering der geometrie door de aanvaarding van de actuele oneindigheid.

Deze richting ontdekt men in de werken o.a. van D e d e k i n d. In de voorrede van den eersten druk van „Stetigheid” enz. (1870), verhaalt hij, hoe hij aanvankelijk bij het onderwijs

in de elementen der differentiaalrekening telkens de toevlucht nam tot geometrische evidenties; later echter meende hij, hoewel haar practisch nut bij 't doceeren gaarne erkennend, dat deze methode geen aanspraak op wetenschappelijkheid kon doen gelden, wat bij hem het besluit deed rijpen, zóólang na te denken tot hij een louter arithmetische en volkomen strengen grondslag der principia van de infinitesimale analyse zou hebben gevonden; daartoe was echter vóór alle dingen een definieering van het begrip „continu” noodig. Klaarblijkelijk in het besef de zelfbiographie van een groot man te boek te stellen, dateert hij : „Dies gelang mir am 24 November 1858.”¹⁾ Daartoe aangespoord door een artikel van E. HEINE „die Elemente der Functionenlehre”, 1872,²⁾ en een ander van G. CANTOR : „Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen”, 1871, waarin deze reeds de actualiteit van 't oneindige in principe aanvaardde,³⁾ besloot hij zijn „oplossing” in het licht te geven. De beperktheid, die zich bij 't uitvoeren van indirecte getalbewerkingen doet gevoelen, is oorzaak geweest van de schepping der negatieve en gebroken getallen. Zoo ontstaat een getallensysteem (Zahlkörper) dat o.a. de eigenschap bezit ééndimensionaal te zijn. „Was damit gemeint sein soll, ist durch die Wahl der Ausdrücke, welche geometrischen Vorstellungen entlehnt sind, hinreichend angedeutet; um so nothwendiger ist es, die entsprechenden rein arithmetischen Eigenthümlichkeiten hervorzuheben, damit es auch nicht einmal den Anschein behält,

¹⁾ DEDEKIND, Stetigkeit enz., pg. 2.

²⁾ Over de verhouding van Heine en Dedekind zie: G. FREGE, Grundgesetze der Arithmetik, II, 1903, pg. 141.

³⁾ G. CANTOR, Mannigfaltigkeitslehre, pg. 21.

als bedürfe die Arithmetik solcher ihr fremden Vorstellungen''¹⁾ Dit gelukt hem echter niet. Hij voert nl. ter bereiking van zijn doel eerst de splitsing in van alle getallen van het systeem R door het getal a , in dier voege, dat „die erste Classe A_1 umfaszt alle Zahlen a_1 , welche $< a$ sind ; die zweite Classe A_2 umfaszt alle Zahlen a_2 , welche $> a$ sind ; die Zahl a selbst kann nach Belieben der ersten oder der zweiten Classe zugetheilt werden, und sie ist dann entsprechend die grösste Zahl der ersten oder die kleinste Zahl der zweiten Classe.'' ²⁾ De fout is hier duidelijk. Indien classe A_1 alle getallen omvat $< a$, dan is a daarvan nooit een lid, ook niet het grootste, daar a dan immers het grootste getal zou zijn $< a$, wat een contradictie insluit, evenzeer als het oordeel dat $a = a$ strijdt met de bewering dat a het kleinste lid is van de classe der getallen $> a$; het getal a is een grens, maar wegens de oneindigheid der getallenreeks is het *als zoodanig* nooit te bereiken. Door bijvoeging kan men *elk* getal bereiken, zelfs van 0 af, indien er slechts levensduur voor is geschonken, maar zelfs het getal 1 is niet te bereiken zoodra men het ziet als de grens van de twee classen van alle getallen die respectievelijk < 1 of > 1 zijn. Immers dit *alle* is, wijl de reeks oneindig is en men tusschen $\frac{1}{2}$ en $1 : \frac{3}{4}$ tusschen $\frac{3}{4}$ en $1 : \frac{7}{8}$ etc. ad infinitum kan tusschenvoegen, nooit af. Hetzelfde geldt van de som der punten van een lijn, en 't is dan ook absurd het wezen der continuïteit aldus te willen benaderen : „Zerfallen alle Punkte der Geraden in zwei Classen von der Art, dass jeder Punct der ersten Classe links von jedem Puncte der zweiten Classe liegt, so existirt ein und nur ein Punct, welcher diese Eintheilung aller Punkte in zwei Classen, diese Zerschneidung der Geraden in zwei

¹⁾ DEDEKIND, Stetigkeit, pg. 6.

²⁾ a.w., pg. 7.

Stücke hervorbringt.”¹⁾ 't Naieve realisme gluurt hier door elk woord heen : een rechte lijn wordt als een lichaam in stukken gesneden, en dat geschiedt door een punt ! En verder spreekt hij hier van „alle” punten, alsof die aanwezig en niet slechts potentieel door een scheppingsprinciep gegeven waren. Inderdaad, terecht volgt : „die meisten meiner Leser werden sehr enttäuscht sein zu vernehmen, dasz durch diese Trivialität das Geheimnisz der Stetigkeit enthüllt sein soll.”²⁾ De oneindigheid vormt nu ook geen bezwaar meer tegen de realiteit der ruimte en hij neemt haar dan ook, onbekommerd voor antinomieën, aan : „Hat überhaupt der Raum eine reale Existenz so braucht er doch nicht notwendig stetig zu sein ; unzählige seiner Eigenschaften würden dieselben bleiben, wenn er auch unstetig wäre. Und wüssten wir gewisz, dasz der Raum unstetig wäre, so könnte uns doch wieder nichts hindern, falls es uns beliebte, ihn durch Ausfüllung seiner Lücken in Gedanken zu einem stetigen zu machen ; diese Ausfüllung würde aber in einer Schöpfung neuer Punct-Individuen bestehen und dem obigen Princip gemäsz auszuführen sein.”³⁾ Nu is het naief realisme toe te geven, en we constateeren dit met nadruk tegenover het subjectivisme, dat er inderdaad continuïteit kan bestaan, maar dit is dan ook niet de rede waarom we de realiteit der ruimte loochenen : niet hare continuïteit *in se*, maar andere eigenschappen van ons wereld-

¹⁾ Stetigkeit, pg. 11. *Gelijke* critiek treft ook G. CANTOR's Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, Mathematische Annalen, 46, 1895 en 49, 1897, die in zóóverre afweek van zijn vroegere constructie, dat het cardinaalgetal in deze artikelen, evenals bij D e d e k i n d, afhankelijk heet van het ordinaalgetal : 't lineaire staat hier tegenover het meer-dimensionale continu der Mannigfaltigkeitslehre.

²⁾ Stetigkeit, pg. 11.

³⁾ a.w., pg. 12 ; Was sind? pg. 13.

beeld voeren ons tot de hypothese van hare idealiteit.¹⁾

Dezelfde fout wordt begaan bij de invoering van de snede. Op zichzelf is dit een der meest vruchtbare begrippen in de jongste mathesis. Men kan er nl. onder verstaan een zóódanige tweedeeling van een n -dimensionale ruimte, dat, om van het eene deel te komen tot het andere, het noodig is deze ruimte te verlaten en door een $n+1$ -dimensionale ruimte de tweede verzameling te bereiken, indien men als eisch stelt dat men de snede niet mag passeeren. Zoo is b.v. een punt A op een lijn, een één-dimensionale figuur, een snede: want van een punt B rechts van A is geen overgang tot punt C links van A , tenzij door punt A , wat verboden is, of door een kromme lijn, een twee (in casu $2=n+1$) - dimensionale figuur. Zoo kan men zich wel niet een voorstelling, maar toch een denkbeeld vormen van de vierde dimensie, etc.,²⁾ en verkrijgt men inzicht in dat onderdeel der niet-euclidische geometrie.

De *de k i n d* verduistert dit klare begrip aldus: „dieser Schnitt hat *ausserdem* die Eigenschaft, dasz entweder unter den Zahlen der ersten Classe eine gröszte, oder unter den Zahlen der zweiten Classe eine kleinste existirt”.³⁾ Immers: „een grootste getal” bevat een contradictie, evenals „een kleinste”, want steeds kan men door toevoeging of aftrekking van 1 een nog grooter, respectievelijk kleiner verkrijgen. Een der hoofdwetten der infinitesimaalanalyse luidt: Neemt een grootte voortdurend toe, mits niet boven elke grens, dan nadert ze een grenswaarde. Maar De *de k i n d* mist ten eenenmale het recht deze wet der wordende oneindigheid toe te passen op de actueele en haar aequivalent te verklaren met zijn „Princip der Stetig-

¹⁾ Zie boven, § 7, pg. 170.

²⁾ Zie hieronder, § 15, pg. 357.

³⁾ Stetigheid, pg. 12.

keit",¹⁾ dat immers niet een worden, waar een *zijn* onderstelt, nl. het bestaan van het systeem van *alle* reële getallen.²⁾ Het *bestaan* van dit systeem neemt hij ook aan in het „bewijs” voor het principieel der volkomen inductie,³⁾ dat evenwel de getalreeks schept; hij maakt zich hier dus schuldig aan een *petitio principii*. Ook bij hem eischt de actualiteit van het oneindige natuurlijk een naief realistische kenleer: ook hier worden getallen *dingen* die op andere dingen worden betrokken.⁴⁾

Resultaat en verklaring gaan dus hier, evenals elders, uiteen. We aanvaarden de toepasselijkheid van het getal op de ruimte, hare variaties en transformaties: deze te erkennen is ethisch een plicht voor den beoefenaar der wetenschap welken te vervullen ons bovendien niet anders dan aangenaam kan zijn, daar dit resultaat volkomen strookt met het theistisch intuitionisme; in dien zin, maar dan ook in dien zin alleen, is eveneens te verstaan het construeeren van *alle* punten krachtens de methode van v o n S t a u d t. De monistische epexegeze echter is bijkomstig, kan verworpen en moet verworpen, wijl ze de actualiteit van het oneindige, ook in hare verklaring van de projectieve geometrie, en dus een contradictie insluit, en evenzeer via een naief-realistische kenleer tot een onhoudbaar metaphysisch parallelisme voert.

Zoo hebben we de behandeling van de voornaamste resultaten onder aanduiding van de belangrijkste door deze gerezen problemen beeindigd; in een volgend hoofdstuk zullen we getuige zijn van hunne verwerking door de verschillende vertegenwoordigers der drie hoofdrichtingen.

¹⁾ a.w., pg. 23.

²⁾ a.w., pg. 18, IV.

³⁾ Was sind? (59), (60) en (81).

⁴⁾ a.w., pg. VIII en I.

HOOFDSTUK IV.

HET CRITISCH DEEL.

A. HET EMPIRISME.

§ 10. Het nieuwere empirisme.

MOR. PASCH, Vorlesungen über neuere Geometrie, 1882. — Ueber den Bildungswerth der Mathematik, Akademische Festrede zur Feier des Jahrfestes der Großherzoglich Hessischen Ludewigs-Universität, 1894. — Grundlagen der Analysis, ausgearbeitet unter Mitwirkung von Clemens Thaer, 1908. — RIEMANN, Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen, Abhandlungen der mathematischen Classe der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Bnd. XIII, pg. 133/152.

Ons historisch overzicht van het empirisme sloten we met de opmerking, dat de ontwikkeling van de niet-euclidische geometrie het nog eenigen tijd scheen te zullen doen opleven. En het valt eigenlijk toch ook niet te verwonderen, dat vooral *deze* nieuwe ontwikkeling der oude meetkunde enkelen zich nog deed vastklemmen aan de hoop, dat psychomonisme en dualisme ten slotte toch het onderspit zouden delven, daartoe door de macht der feiten gedwongen. De wijsbegeerte hield zich immers tot op Lobatschewskij en Riemann aan het ééne euclidische systeem, dat met den geheelen omvang der geome-

trie samenviel; ze kon slechts over *oorsprong* en *karakter* van *deze ééne* hypothesen opstellen; nu echter, na de opkomst der niet-euclidische geometrieën, ging de vraag klemmen naar de factoren die feitelijk den *voorrang* deden geven aan het euclidische systeem, en in het midden der vorige eeuw lag het voor de hand de beslissing allereerst aan astronomie en physica over te laten; te meer, wijl het feit, dat logisch-gelijkwaardige stelsels hier naast elkander stonden, toch wel de meening onhoudbaar maakte als zou de euclidische geometrie analytisch zijn in Kantiaanschen zin, van te voren alzo haar synthetisch karakter vaststond, en de strijd dus slechts kon gevoerd worden tusschen de voorstanders van het synthetisch-aposteriori en -apriori. En dan verschoof de oude tegenstelling van denk- en voorstellings-mogelijkheid al heel licht in die andere van denkmogelijkheid en wetenschap van het *extramentaal-gegevene*.

Voor de aposteriorisch-synthetische opvatting kozen reeds dadelijk, en dit was van niet geringe beteekenis, de uitdenkers der niet-euclidische stelsels. Zoo trachtte — en deze probleemstelling duidt reeds het standpunt voldoende aan — *G a u s s* door uitmeting met zoogenaamde theodolieten na te gaan, of in een bijzonder grooten driehoek de som der hoeken twee rechten bedraagt of niet, maar bespeurde niet, dat hij niet de hoeken „zelf”, maar de snijding der lichtstralen met behulp van euclidische driehoeken mat. De tweede van hen, *L o b a t s c h e f s k i j*, was wellicht niet bewust materialist, maar wel staat hij onder den invloed van de communistische theorieën van *M a b l y*'s „*De la législation ou principes des lois*” (1776) en onder dien van *D u c l o s*.¹⁾ In zijn ruimteleer

¹⁾ *WASSILJEF*, a.art., pg. 222.

stelt hij in ieder geval de wiskunde onder de physica : „Den geometrischen Begriffen selbst ist noch nicht die Wahrheit eigen, die man hat beweisen wollen und die ebenso wie andre physische Gesetze nur durch die Erfahrung bestätigt werden kann, also zum Beispiel durch astronomische Beobachtungen.”¹⁾

Ook R i e m a n n, de derde groote figuur op dit gebied, heeft deze richting cyns betaald. Hij meent, „dasz eine mehrfach ausgedehnte Grösze verschiedener Maszverhältnisse fähig ist und der Raum also nur einen besonderen Fall einer dreifach ausgebildeten Grösze bildet”.

Noodwendig volgt daaruit niet slechts, dat de wetten der geometrie zich niet uit algemeene groottebegrippen laten afleiden, maar ook, althans volgens hem, dat die eigenschappen, door welke zich de ruimte van andere denkbare drievoudig uitgebreide grootten onderscheidt, slechts aan de ervaring kunnen zijn ontleend. Dit legt ons de taak op „die einfachsten Tatsachen aufzusuchen, aus denen sich die Maszverhältnisse des Raumes bestimmen lassen. . . . Diese Thatsachen sind wie alle Thatsachen nicht nothwendig, sondern nur von empirischer Gewissheit, sie sind Hypothesen; man kann also ihre Wahrscheinlichkeit, welche innerhalb der Grenzen der Beobachtung allerdings sehr grosz ist, untersuchen und hiernach über die Zulässigkeit ihrer Ausdehnung jenseits der Grenzen der Beobachtung, sowohl nach der Seite des Unmessbargrossen als nach der Seite des Unmessbarkleinen urtheilen.”²⁾

¹⁾ LOBATSCHESKIJ, Neue Anfangsgründe der Geometrie mit einer vollständigen Theorie der Parallelen, 1835/38, Vollständige Sammlung der geometrischen Arbeiten N. J. Lobatschfskij's, Kasan, 1883, pg. 219, geciteerd bij WASSILJEF, a.art., pg. 216. Zie ook : Pangeometrie, pg. 76.

²⁾ RIEMANN, a.art., pg. 134.

Wat echter alleen bewezen werd, was, dat de geometrie niet analytisch is, maar synthetisch; dat ze berust op een synthese aposteriori is niet een feit, maar een empiristische hypothese, die als zoodanig niet in 't bewijs verkapt als gegeven mag ondersteld.

Toch is het empirisme bij de genoemde mathematici slechts accidenteel: ze zijn hoogst bekwame vakgeleerden en geniale denkers, die nu hun ondanke een plaats voor hun nieuwe vondsten moeten vinden in het systeem der wetenschappen; vooral bij Riemann komt dit uit: men heeft slechts te vragen, wat dan een hypothese is en of ze aan de empirie kan te danken zijn, om dit in te zien. Het empirisme echter *consequent* als systeem verbonden te hebben met de mathesis, is de betrekkelijke verdienste van Moritz Pasch, wiens mathematische werken en artikelen nog steeds tot de beste behooren. Van de aan het begin dezer paragraaf genoemde werken zijn de „Vorlesungen über Geometrie” het oudst en de „Grundlagen der Analysis” het jongst, en deze volgorde is hem als symbool van den ontdekkingsgang die de menschheid volgde in de mathesis. De geometrie, niet als *wiskunde*, maar als *aardmeetkunst*, is 't eerste lid van de mathematische reeks; eerst veel later verkreeg de getallenleer haar plaats, wijl verder van de empirie aflaggend; ¹⁾ de geometrie is oorspronkelijk natuurwetenschap en al wat niet direct aan de empirie is ontleend, is abstractie daarvan: „Mag man mit der Geometrie noch mancherlei Speculationen verbinden, die erfolgreiche Anwendung, welche die Geometrie fortwährend in den Naturwissenschaften und im praktischen Leben erfährt, beruht jedenfalls nur darauf, dass die geometrischen Begriffe ur-

¹⁾ PASCH, Bildungswerth, pg. 5.

spronglich genau den empirischen Objecten entspraken, wenn sie auch allmählich mit einem Netze von künstlichen Begriffen übersponnen wurden, um die theoretische Entwicklung te fördern ; und indem man sich von vornherein auf den empirischen Kern beschränkt, bleibt der Geometrie der Charakter der Naturwissenschaft erhalten, vor deren anderen Theilen jene sich dadurch auszeichnet, dass sie nur eine sehr geringen Anzahl von Begriffen und Gesetzen unmittelbar aus der Erfahrung te entnehmen braucht" . . .¹⁾ „Wir (erblicken) in der Geometrie nichts weiter als einen Theil der Naturwissenschaft." ²⁾

En niet alleen van de geometrie geldt dit ; ook de veel abstracter analyse berust ten slotte toch alleen op ervaring. Want al heet ze dat deel der mathesis dat aan de geometrie ten grondslag ligt en zelf geen andere deelen der *mathesis* onderstelt, ³⁾ daarmede is de empirie nog niet gelochend als begin, midden en einde ook bij haar. Immers: het getal is slechts „Angabe" van een ding en „als Ding gilt zunächst nur Wahrgenommenes oder Wahrnehmbares"; ⁴⁾ zelfs het princip der volkomen inductie is een *feitelijk* geldend. ⁵⁾ Men vraagt zich misschien af, hoe dan de mathesis zich laat karakteriseeren tegenover de andere deelen der natuurwetenschap, en ontvangt dan ten antwoord, à la Mill, dat men behalve het quantitatief verschil waarop hij in het vroegere citaat wees ⁶⁾, nóg een quantitatief onderscheid kan opmerken, thans niet in het *aantal grondbegrippen*, maar in de *duidelijk-*

¹⁾ Vorlesungen, Vorwort, pg. III.

²⁾ a.w., pg. 3.

³⁾ Grundlagen, pg. 2.

⁴⁾ a.w., pg. 1.

⁵⁾ a.w., pg. 9 ; vrgl. a.w., pg. 21 en 37.

⁶⁾ nl. Vorlesungen, Vorwort, pg. III ; zie boven, *deze* pg., noot 1.

heidsgraden van de waarneming: na afzondering van de op bewijzen gegronde stellingen, Lehrsätze, blijft een groep van stellingen over, uit welke de andere zijn af te leiden, de Grundsätze: „diese sind unmittelbar auf Beobachtungen gegründet, freilich auf Beobachtungen, welche seit undenklicher Zeiten sich unaufhörlich wiederholt haben, welche klarer erfasst werden, als die irgend einer andern Art, und mit denen die Menschen deshalb längst so vertraut geworden sind, dass ihr Ursprung in Vergessenheit geraten und Gegenstand des Streites werden konnte.” ¹⁾

Toch bemerkt hij wel, dat er, ongeacht deze associatiepsychologische „verklaring” van het noodwendige als het meest-bezonkene, nog zoo iets bestaat als een methodisch verschil van deductie en inductie; hij erkent nl., dat men bij ’t zoeken van nieuwe waarheden zich zonder bedenken mag bedienen van alle middelen, welke tot het doel leiden kunnen, maar dat het in de mathesis niet alleen op ontdekken, maar ook op bewijzen aankomt, waarbij het „nieuwe feit” gevolg moet zijn van het bekende. „Diese Forderung ist wohl aus der Wahrnehmung entsprungen, wie man in der Mathematik reichlicher als auf irgend einem andern Gebiete die Möglichkeit antrifft, durch Schlussfolgerungen allein, ohne besonderes Experiment, Neues und Richtiges aus Bekanntem zu finden.” ²⁾ Maar het gaat toch niet alleen om het constateeren van deze methode; het quid facti moet gecomplementeerd door het quid juris, temeer, daar op zijn standpunt deze methode der mathesis iets zóó vreemds is, dat hij aan dit vreemd-zijn de onvruchtbaarheid van het onderwijs in de wiskunde op de

¹⁾ a.w., pg. 17.

²⁾ a.w., pg. 99; vrgl. ook: Bildungswerth, pg. 5.

middelbare scholen toeschrijft : „Ist dieselbe (nl. „diese Erscheinung“ van onvruchtbaarheid) nicht vielmehr in erster Linie dadurch zu erklären, dass der menschlichen Natur das mathematische Denken im Grunde zuwiderläuft?“¹⁾ Nu bedoelt hij hier niet zoozeer 't denken over mathematische objecten als wel den vorm van het denken, volgens welken men deze objecten verwerkt, dus de deductie. Een antwoord op de *rechtsvraag* wordt niet geleverd, vermoedelijk omdat het probleem niet eens wordt bespeurd, dank zij het empiristisch vooroordeel.

Maar heeft hij dan niet nagedacht over het *doel* van het bewijs? Hij meent, dat dit niet uitsluitend kan gevonden in den wensch, de stelling geloofwaardig te maken, maar dat het bewijs oorspronkelijk een middel is geweest nieuwe eigenschappen der figuren en der getallen te ontdekken.²⁾ Evenwel, een norm is niet een methode; het normatieve deel der logica wordt hier vereenzelvigd met de methodiek, die bovendien passief empirisch is; een bewijs wijst altijd op een grond buiten zich, in hoogster instantie op de norm van het principium contradictionis, en doet niets ontdekken. Beter is reeds wat als tweede doel, volgens hem ook historisch later *be*-doeld, wordt aangegeven: het bewijs dient om de logische afhankelijkheid der stellingen van de axiomas te doen zien,³⁾ welke laatste dan echter weer aan de empirie heeten ontleend.

We zagen boven, hoe hij niet de mathematische objecten wilde treffen, toen hij handelde over de onnatuurlijkheid van het mathematisch denken. Maar op empiristisch standpunt kan deze meening eerst opgeld doen, indien vooraf al het voor den empirist onnatuurlijke er uit is wegge-

¹⁾ Bildungswerth, pg. 7.

²⁾ a.w., pg. 8.

³⁾ ibidem.

nomen, d.w.z. : men moet vooral niet meenen, dat Pasch onder deze objecten hetzelfde verstaat als de idealist of de aanhanger van het critisch realisme. Ze zijn ontdaan van alle „oneindigheid” : punten worden kleine, voor de *waarneming* niet verder meer deelbare lichaampjes, en daarom spreekt hij zonder bezwaar van voorstellingen die we van punten en lijnen hebben.¹⁾ Geen wonder, dat bij zulk een consequent empirisme de ruimte zelve niet meer veilig is : als type van onzin in de moderne wiskunde hoont hij de vraag, of de ruimte oneindig of onbegrensd of beide tegelijk kan zijn ; men spreekt van dimensies, zonder dat iemand weet, wat deze dimensies zijn ; de rechte wordt wel door definities beveiligd voor snijding met parallelle lijnen, maar moet zich later weer laten welgevalen, dat ze de parallelen in 't oneindig verre snijdt.²⁾ De begrippen ruimte en dimensie in de mathesis in te voeren is een stap achteruit.³⁾ Voor het probleem van absolute ruimte en niet-euclidische, o.a. projectieve geometrie heeft hij dus geen belangstelling : de vraagstukken worden empirisch opgelost of ze bestaan niet.

We willen nog slechts op twee quaesties wijzen, waarvan hij zich al te lichtvaardig afmaakt : nl. de invoering van 't irrationeele getal en de toepassing van het getal, in verband daarmede, op het gegevene.

Aangaande het eerste zegt hij : Terwijl de empirische meting een zich met de benaderingsgrens veranderend getal oplevert, zoekt de mathesis algemeen geldige, van bijzondere waarnemingsverhoudingen onafhankelijke regels ; daarbij kan ze

¹⁾ Vorlesungen, pg. 17.

²⁾ Bildingswerth, pg. 11.

³⁾ a.w., pg. 12.

echter de irrationeele getallen niet ontberen, wanneer ze zich niet tot een zeer eng gebied wil beperken. ¹⁾ Een nuttigheidspostulaat wendt hij hier dus aan om de invoering der irrationeele getallen te verdedigen: de taak wordt hier verward met de oplossing: „Trek den wortel uit 2” wordt gelijk aan $\sqrt{2}$. Een geometrische invoering van deze getallen kan hem niet bekoren: de analyse steunt op de ervaring, niet op de geometrie, blijkbaar om de empiristisch opgevatte arithmetiek de discontinue ruimte te kunnen doen arithmetiseeren. ²⁾ Maar als hij met K r o n e c k e r meent, dat deze gelijkstelling van taak en oplossing niet noodwendig is, maar men ook deze „Modifikationen und Erweiterungen des Zahlbegriffs wiederabstreifen (könnte), welche zumeist durch die Anwendungen auf die Geometrie und Mechanik veranlaszt worden sind,” ³⁾ dan is het alweer aan gebrek aan den wijsgeer zoo heilzame verwondering te wijten, dat hij niet eens de moeite neemt te vragen, hoe het dan komt, dat geometrie en mechanica aan het getaleischen stellen, welke het, *hoewel, volgens hem, daaraan ontleend*, niet kan vervullen.

Van de nieuwe problemen, in ons vorig hoofdstuk besproken, bespeuren we bij 't nieuwere empirisme geen spoor van relatieve logica en actualiteit van het oneindige. En geen wonder: want, dat kennis zelf relatie is en dus in haar een niet uitsluitend-extramentale relatie is gegeven, wordt niet bemerkt: er bestaan voor dit botte empirisme niet slechts extramentale

¹⁾ Einleitung in die Differential- und Integralrechnung, 1882, pg. 13, opgenomen in een „Auszug” in den „Anhang” van de Grundlagen, pg. 119.

²⁾ Ueber die Einführung der irrationalen Zahlen, Mathematische Annalen, 1892, Band 40, Seite 149 ff., opgenomen in een „Auszug” in den „Anhang” van de Grundlagen, pg. 121.

³⁾ ibidem, a.w., pg. 122.

relaties, maar *alle* relaties zijn onafhankelijk van den geest : de materialistische logica maakt zich haar taak ten opzichte van de relaties al even makkelijk als de materialistische metaphysica, die ze voorstelt door haakjes etc. Door de discontinuïteit die dit standpunt vanzelf medebrengt voor de ruimteleer is er ook geen sprake van herleving van het actueel oneindige. Een critische Gegenstandstheorie is een onbekende grootheid voor een stelsel, dat, wijl materialistisch, het bestaan der psyche niet erkent en dus geen behoefte heeft aan een antipsychologisch recept : slechts de subsumptiologica en de niet-euclidische geometrie resten nog.

Nu is het juist de zwakke stee van dit empirisme de subsumptiologica wel te gebruiken, maar deze niet in zijn systeem te kunnen invoegen. Immers, indien de mogelijkheid wordt opengelaten, dat eens nog de geest uit de materie zal zijn te verklaren en dus alles materie is, vervalt de kennis als kennis. Want ze moge dan een relatie zijn, ze is *dán* alleen een eigensoortige wanneer de referens eigensoortig is. Voldoet de geest niet aan die voorwaarde, dan valt de kennis onder de physische relaties en 't eind moet worden relativisme. De subsumptiologica onderstelt echter parallelisme en 't is dan ook gebrek *èn* aan historischen zin *èn* aan consequentie indien het empirisme zijn postulaat : „alle kennis moet op ervaring berusten” wel wat al te naief verbindt met een logica die afbeelding onderstelt, maar daarmee de eigenaardigheid van den geest handhaaft, die het empirisme, wijl materialistisch, moet loochenen. Slechts de eeuwen verdurende invloed van Aristoteles biedt hier een historische verklaring, geen vergoelijking.

En eindelijk : de niet- euclidische geometrie wordt als onzin gebrandmerkt. Eenerzijds bevreesdt dit niet : want de on-

mogelijkheid hare beelden ons voor te stellen is er bewijs genoeg voor, dat ze niet aan de empirie is ontleend, en dus aan P a s c h c.s. niets heeft te zeggen. Maar dat is een *waardeeringsoordeel*: zoolang echter niet een logische fout in de niet-euclidische geometrie is aangetoond, blijft het raadsel onopgelost: hoe kwam men tot deze concepties, terwijl de empirie ze niet leverde? Men redt zich niet met een beroep op „abstractie”, want dan is er toch altijd iets dat abstraheert, d.w.z. actief is, tegenover datgene waarvan wordt geabstraheerd, het zoo- genaamd door de ervaring aangeboden aantal der euclidische axiomas; dus staat de geest zelfstandig actief tegenover de empirie, wat echter strijdt met het passivisme van dit systeem. M.a.w.: de niet-euclidische geometrie als *feit* in het moderne denken, is, geheel afgezien van hare waarde, onvereinigbaar met het empirisme; terwijl reeds elders bleek, dat 't niet in staat was de ruimte en de getallenleer in begrippen en oordeelsvorming beide recht te laten wedervaren,¹⁾ staat het nu weer hulpeloos tegenover de *nieuwe* feiten: niet-euclidische en euclidische geometrie kunnen zich, volgens de grondgedachte van het empirisme zelf, niet verhouden als denkmogelijkheid en wetenschap van bepaalde voorstellingsmogelijkheid. Maar een stelsel dat ter verklaring van sommige feiten andere moet loochenen, omdat ze niet in het schema willen passen, geeft zichzelf een testimonium paupertatis en verliest de bekoring die het indertijd uitoefende op de geesten: P a s c h bleef de eenige die in dezen tijd mathesis en materialisme tracht te verzoenen.

¹⁾ Zie boven, § 2, pg. 27 v.v.

B. HET FORMALISME.

§ 11. Het nieuwere Formalisme.

E. CASSIRER, Kant und die moderne Mathematik, *Vaihinger's Kantstudien*, XII, 1907, pg. 1/49 (geciteerd als a.art.). — F. ENRIQUES, *Mathématique et théorie de la connaissance*, „*Scientia*”, (*Rivista di scienza*), VI, 1912, vol. XI, Supplément, pg. 3/20. — La critique des principes et son rôle dans le développement des mathématiques, *ibidem*, vol. XII, Suppl., pg. 61/79. — G. FREGE, Die Grundlage der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, 1884. — Function und Begriff, Vortrag gehalten in der Sitzung vom 9 Januar 1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft, 1891. — Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet, I, 1893 en II, 1903. — H. v. HELMHOLTZ, Ueber der Ursprung und Sinn der geometrischen Sätze, Antwort gegen Herrn Prof. Land., 1878, *Wissenschaftliche Abhandlungen*, II, 1883, pg. 640/663. — Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet, *ibidem*, III, 1895, pg. 356/392. — Vorträge und Reden, I en II, 1896. — R. HÖNIGSWALD, Zum Streit über die Grundlagen der Mathematik, eine erkenntnistheoretische Studie, 1912. — O. JANZEN, Schopenhauers Auffassung des Verhältnisses der mathematischen Begründung zur logischen, *Archiv für Philosophie*, XXII, Neue Folge, XV, 1909, pg. 342/364. — H. KLEINPETER, Die Entwicklung des Raum- und Zeitbegriffes in der neueren Mathematik und Mechanik und seine Bedeutung für die Erkenntnistheorie, *Archiv für systematische Philosophie*, IV, 1899, pg. 32/43. — P. NATORP, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, *Wissenschaft und Hypothese*, XII, 1910. — K. PROST, Johannes Müllers philosophische Anschauungen, *Benno Erdmann's Abh. zur Philos. und ihrer Gesch.* XXI, 1905. — A. RIEHL, Helmholtz in seinem Verhältnis zu Kant, *Vaihinger's Kantstudien*, VIII, 1904, pg. 261/285.

Kant's stelsel toonde aan empirisme en rationalisme den weg, tot verzoening te geraken. Het transcendentaal idealisme, zal het iets beteekenen, onderscheidt zich van het psychologisme als de norm van het feit, het noodzakelijke van het toevallige. Het formalisme, zijn monistische traditie getrouw, begon echter reeds spoedig beide te verwarren.

Bij Fichte, Schelling en Hegel¹⁾ acht de absolute metaphysica zich ver boven de voorvragen der kenleer, en dus ook boven die welke de eigensoortigheid der mathesis betreffen, verheven; eerst Schopenhauer neemt, helaas, weer van haar notitie. Want we kunnen slechts betreuren, dat hij, met zeldzaam gebrek aan al wat op wiskundigen aanleg gelijk, zoo nu en dan ook over geometrie en arithmetiek iets ten beste geeft. In „Ueber die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde” onderscheidt hij den logischen en mathematischen *zekerheidsgrond*. In zooverre hier een poging wordt gewaagd logica en mathesis uiteen te houden, is dit te waardeeren; maar daar zijn voluntarisme slechts een in het monisme immanente reactie tegen de rationaliseerende richting is, moest zijn wiskundetheorie wel van transcendentaal psychologisch worden, en dan is alle onderscheiding, zoowel tusschen logica en wiskunde als tusschen de beide hoofdwetenschappen der laatste, van ondergeschikt belang. De formuleering van 't identiteitsprinciep: „Ein Subjekt ist gleich der Summe seiner Prädikate”,²⁾ en de bewering, dat

¹⁾ Over zijn tegenstelling van „wahre” en „schlechte Unendlichkeit”, vrgl. K. FISCHER, Geschichte der neueren Philosophie, VIII, Hegel's Leben, Werke und Lehre, I, 1901, pg. 470. Het aantal (mogelijke) punten op een lijn en 't aantal (mogelijke) ongelijke afstanden tusschen de omtrekken van twee ongelijke, niet-concentrische cirkel-omtrekken, waarvan de een den anderen omsluit, verschillen in oneindigheid niet *princiep*el, maar quantitatief, ze verhouden zich als ∞ en ∞^2 .

²⁾ a.w²., 1847, V, § 33, Metalogische Wahrheit, pg. 103.

de arithmetiek apriorisch is omdat men in den tijd als Anschauungsform telt ¹⁾, verraden psychologisme. Maar ook de onderscheiding in *zekerheidsgrond* is onhoudbaar: de *redeneering* der mathesis is niet aanschouwelijk, maar haar *objecten* zijn in den vorm der Anschauung geconstrueerd; de afleiding der stellingen uit de axiomas geschiedt niet door aanschouwing, maar door logische deductie, hoezeer de eenheid van 't bewijs teleologisch vooruit worde overzien.

Eigenaardig is 't, dat ook die wijsgeeren welke niet de metaphysica opbouwen zonder rekening te houden met Kant's critiek, al spoedig weer vervallen tot psychologisme. Reeds Schulze, Maimon en Beck kozen voor Hume partij, maar nog meer tegenover Kant; Fries vatte echter diens aanschouwingsvormen psychologisch op en ontnemt zoo het Kantianisme alle antithetische beteekenis tegenover het psychologisme. Dit was dan ook geheel in den geest des tijds, die, het absolutisme van Hegel's panlogisme en Büchner's materialisme reeds spoedig moe, en getuige van de ontwikkeling der natuurwetenschappen, van de empirische methode alle heil verwachtte en zelfs niet in staat bleek het transcendentale apriori anders dan als een psychologisch aangeboren iets te verstaan. Niet weinig vond dit streven steun in de biologische theorie van Darwin en bij de ontdekking, dat de euclidische geometrie nog andere dan logische momenten bezat, achtte men „den strijd om het bestaan”, het cliché κατ' ἐξοχήν, voldoende oplossing.

Als type van dezen tijd, in welchen de psychologistische tendenz bij de verklaring van Kant's transcendentale philosophie steeds meer veld wint, kan H. v. Helmholtz

¹⁾ Die Welt als Wille und Vorstellung, editie E. Griesebach² (Reclam), 1892, I, § 15, pg. 121 en II, Kap. 4, pg. 46.

gelden. Zijn vader stond sterk onder den invloed van Fichte,¹⁾ die ook bij hem nog nawerkte tot 1853.²⁾ Daarnaast en daarboven gold reeds vroeg de nativist Joh. Müller hem als een autoriteit. Deze had de speculatieve Schellingsche natuurphilosophie, welke hij in Bonn (1822) en de Hegelsche, die hij in Berlijn (1823) aanhing, reeds spoedig laten varen voor de philosophisch-poëtische natuur-opvatting van Goethe³⁾ en werkte nu, zoowel in zijn „Zur vergleichenden Physiologie des Gesichtssinnes der Menschen und der Tiere“ (1826) als in latere werken, Kant's leer van de aprioriteit der ruimte physiologisch-genetisch uit: de ruimtevoorstelling is den mensch aangeboren; wat noodwendige voorwaarde van ervaring en daarom onontleedbaar limietbegrip is, wordt een inhaerente eigenschap der menschelijke ziel die aan een scherpzinnige analyse wordt onderworpen,⁴⁾ hoewel er toch waarlijk niet al te veel onderscheidend vermogen toe wordt geveerd, om in te zien dat een psychologisch-individueel-bepaalde ruimte evenmin absoluut kan zijn als eenige relatief gemetene. De invloed nu van Müller op Helmholtz dateert reeds van 1837⁵⁾, die van Kant van 1838: hij leest de Kritik als physioloog. Toch deed de wetenschap in die dagen nog allerminst recht wedervaren aan een gezonde empirische methode,⁶⁾ en 't is dan ook niet te verwonderen dat de geweldige vooruitgang die hare toepassing door Coulomb, Lavoisier, Alex. v. Humboldt, Liebig, Ohm, Mitscherlich en Magnus juist aan de physica

1) H. v. HELMHOLTZ, Vorträge, I, pg. 17.

2) a.w., I, pg. 41.

3) PROST, a.w., pg. 1/4.

4) PROST, a.w., pg. 40/52.

5) H. v. HELMHOLTZ, Vorträge, I, pg. 9 en 294.

6) a. w., II, pg. 167.

bracht, de hoop verlevendigde ook de metaphysica zuiver nativistisch te staven. Het punt waar wetenschap en wijsbegeerte, in de vijftiger jaren door den Materialismusstreit hopeloos gescheiden, elkaar raken, is de leer van de zintuigelijke waarneming van den mensch : hij hoopt dan ook in 1855 op verzoening door 't principieel van de specifieke energie der zintuigen. Nog vóór we kennis van de dingen hebben is 't noodig te weten, dat er objecten in de *ruimte* zijn. „Es war der ausserordentlichste Fortschritt, den die Philosophie durch Kant gemacht hat, dass er das angeführte Gesetz und die übrigen eingeborenen Formen der Anschauung und Gesetze des Denkens aufsuchte und als solche nachwies. Damit leistet er, wie ich schon vorher erwähnte, dasselbe für die Lehre von den Vorstellungen überhaupt, was in einem engeren Kreise für die unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmungen auf empirischen Wegen die Physiologie durch Johannes Müller geleistet hat”. 1) Dat zoo de aanschouwing geen bemiddeling meer kan bieden in de mathesis tusschen psyche en physis spreekt bij zulk een mystificatie vanzelf. Immers, de vormen der aanschouwing zijn hier aangeboren evenals de wetten van het denken : ze zijn empirische psychische facta, en natuurlijk is dan de logische denkwet het ruimere begrip. Een stelling die apriori door zuiver denken gevonden wordt kan echter, naar Kant's leer, slechts een regel voor de methode van het denken zijn, maar geen positieven inhoud hebben, zegt hij in 1862 terecht ; 2) alleen maar : Kant kende juist nog iets anders dan dit zuivere denken en dat andere was, schoon eveneens formeel, niet logisch. Oogenblikkelijk gevolg is, dat de arith-

1) a.w., I, pg. 116.

2) a.w., I, pg. 163.

metiek uitsluitend heet af te hangen van zuiver logische wetten. ¹⁾ Dat de getallen logische begrippen zijn zegt hij hier nog niet, maar toch heeft hij reeds meer oog voor het *proces* dan voor het *object* der wetenschap. Enkele jaren later, 1868, herleidt hij met *Young* alle kleurengewaarwordingen tot enkele photochemische processen ²⁾, wat tot materialisme of parallelisme moet voeren, hoezeer hij ook meent, dat z'n resultaten „durchaus im Sinne von *Kant*” ³⁾ zijn. Maar ook het nativisme kan niet bevredigen: het verlegt de moeilijkheden, maar verklaart ze niet; daaraan is 't dan ook te danken, dat men *Helmholtz* enkele jaren later op empiristische paden ontmoet. *Methodisch* is dit een vooruitgang, maar wanneer men geen absolute ruimte kent betrekkelijk ook een achteruitgang, omdat zelfs de laatste schaduw van *mogelijkheid* de absolute ruimte te erkennen daarmee verdwijnt. Dit nadeel blijkt duidelijk uit de teekening van beide richtingen naar het antwoord dat ze geven op de vraag: wat bevat de ruimte nog meer dan ruimtelijke scheiding der sentitieve zenuwen en wat brengt in deze gevallen de daaraan beantwoordende ruimtelijke scheiding in de aanschouwing voort? De *nativisten* antwoorden met *Müller* dat 't zintuigelijk orgaan zelf zich in de ruimtelijke uitgebreidheid bevindt, dat deze aanschouwing aangeboren is en dat de van buiten af gewekte indruk slechts op de corresponderende plaats in het ruimtelijk uitgebreid aanschouwingsbeeld van 't orgaan door zichzelf wordt ingedragen. De *empiristen* kiezen met *Lotze* partij voor 't empirisme. ⁴⁾ 't Psychologisch verstaan

¹⁾ a.w., I, pg. 175/176.

²⁾ a.w., I, pg. 312/319.

³⁾ a.w., I, pg. 321.

⁴⁾ a.w., I, pg. 331, 333.

van de absolute ruimte, een misverstand dus, voert hem hier tot empirisme. Slechts schijnbaar is dan ook de verwantschap met Lotze, die immers de ruimte uitdrukkelijk als aanschouwingsvorm handhaaft, 't juiste element in Müller's betoog gaarne erkent, en aan de psychologie niet de oplossing overlaat van 't probleem der absolute ruimte, maar alleen van de vraag, hoe ruimtegewaarwording en -meting nu in het Ik worden ontwikkeld. Daar Helmholtz niet meer inziet, dat beide reeds de ruimte onderstellen acht hij met de verklaring van deze twee ook de ruimte gegeven!

De ontdekking van de mogelijkheid der niet-euclidische geometrie moest in zulk een gedachtengang wel verwarrend werken. Immers bleek uit die denkmogelijkheid van andere dan euclidische geometrieën duidelijk, dat er in de laatste niet-logische elementen scholen en de gelijkstelling van deze met psychologische is volkomen gewettigd. De critiek op Kant, die ruimte en euclidische ruimte vereenzelvigt¹⁾ is dan ook juist: er zijn wezens denkbaar met niet-euclidische ruimte-meting. Maar hij vergeet, dat èn euclidische èn niet-euclidische ruimtemeting de ruimte als vorm onderstellen. En niet minder ernstig is 't, dat hij, terwijl hij terecht eenerzijds op grond van de lichamelijke organisatie van den mensch de mogelijkheid eener aanschouwingswijze van vier dimensies afwijst, anderzijds weer in 't empirisch vaarwater verzeild raakt door nu aan het experiment de bepaling van de krommingsmaat over te laten.²⁾ De breuk met Kant wordt door dit alles volkomen, de ruimte wordt met haar metingen verward: hij wil nog wel van „aanschouwing” spreken, maar „es ist diese eine

¹⁾ a.w., II, pg. 4 (1870).

²⁾ a.w., II, pg. 30.

empirische, durch Häufung und Verstärkung gleichartig wiederkehrender Eindrücke in unserem Gedächtniss gewonnene Erkenntnis, keine transcendente und vor aller Erfahrung gegebene Anschauungsform." ¹⁾ Hierin herkent men reeds duidelijk de associatiepsychologie, in dezen tijd nauw met 't Darwinisme verbonden. ²⁾ In 1887 blijkt nog eens ten overvloede, hoe K a n t eerst psychologisch werd „verklaard" door 't nativisme, maar hoe dan ook bij 't naderen tot 't empirisme K a n t als nativist wordt bestreden; ³⁾ zoo wint het naturalisme steeds veld: metaphysica staat tot filosofie als astrologie staat tot astronomie; ⁴⁾ de wijsbegeerte wordt psychologie: „Ebenso bleibt der Philosophie, wenn sie die Metaphysik aufgibt, noch ein grosses und wichtiges Feld, die Kenntniss der geistigen und seelischen Vorgänge und Gesetze." ⁵⁾ Die psychologie wordt natuurlijk zuiver passief opgebouwd: een metaphysische conclusie is of een drogreden of een „verstechter Erfahrungsschluss." ⁶⁾ Maar dan brengt critische bezinning niet tot het empirisme van Mill, maar tot dat van H u m e: de substantie vervalst, ⁷⁾ 't doel der wetenschap wordt de eenvoudigste beschrijving, ⁸⁾ en in de causaliteitswet spreekt zich 't vertrouwen uit in de volledige begrijpelijkheid der wereld. ⁹⁾ Ook maakt hij zich schuldig aan de verwarring van denkbaarheid en voorstelbaarheid

¹⁾ a.w., II, pg. 31.

²⁾ a.w., I, pg. 367/401 (1871) en II, pg. 90.

³⁾ a.w., II, pg. 186, vrgl. ook: a.w., II, 219/226 (1878).

⁴⁾ a.w., II, pg. 433 (1875).

⁵⁾ a.w., II, pg. 188 (1877).

⁶⁾ a.w., II, pg. 189.

⁷⁾ a.w., II, pg. 241 (1878).

⁸⁾ a.w., II, pg. 242.

⁹⁾ a.w., II, pg. 243.

der niet euclidische geometrieën ¹⁾ en meent, dat men, indien al de axiomas werkelijk aan de ruimteaanschouwing apriori gegeven waren, tweeërlei gelijkwaardigheid in de ruimtegrootte zou moeten onderscheiden, nl. de *subjectieve* gelijkwaardigheid in de hypothetische transcendentale aanschouwing en de *objectieve* gelijkwaardigheid der reële substraten van zulke ruimtegrootten, welke zich bij 't afspelen van physische processen laten kennen. Beide kunnen we toegeven, maar we merken ten eerste op, dat de absolute ruimte met deze quaestie niets te maken heeft, en ten tweede, dat, wijl dit alles betrekking heeft op ruimtemetingen, er geen sprake zou zijn van experimenteele verificatie, indien een bepaalde, i.c. de euclidische ruimte of een conventie of apriori is, zij het dan ook in tweeder instantie, ²⁾ welke onderscheiding *Helmholtz* zelf in principe mogelijk acht: „Aber der Raum kann eine solche Form der Anschauung im *Kant'schen* Sinne sein, ohne dass diese Form der Anschauung nothwendig die Axiome einschliesst;” ³⁾ maar wanneer men niet terstond de absolute ruimte als limitatie van de psychologische aanschouwing als daad, door welke de mensch naar dit grensgeval streeft, onderscheidt, gaat wel degelijk een „wesentlicher Zug des *Kant'schen* Systems verloren” — wat *Helmholtz* niet inziet ⁴⁾ — wijl daarmede heel de synthese apriori valt; en weer gaan dan ratio en empirie uiteen; de transcendentale aanschouwingsvorm, die psychologisch als aangeboren beeld met eigen inhoud wordt verklaard, kan dan wel eens niet overeenstemmen met de physische

¹⁾ Ursprung, pg. 640 en 643/647.

²⁾ Zie hieronder, § 15, pg. 375 v.v.

³⁾ a.art., pg. 641.

⁴⁾ a.art., pg. 642.

geometrie; deze overeenstemming is experimenteel niet te bewijzen en dus zou hier ook de inhoud en niet alleen de vorm der physica zijn bepaald.¹⁾ Inderdaad, maar juist dit had hem tot het inzicht moeten brengen, dat de psychologische verklaring onhoudbaar is; dat zegt *Helmholtz* dan ook zelf, maar daar hij *Kant's* gedachte psychologisch opvat, verworpt hij haar ook hier. En wat hij van onderscheidingen zegt die in de realiteit aan de subjectieve ruimteonderscheidingen ten grondslag liggen, — dit is volkomen juist; alleen maar, de verklaring van dit verschil in Gegenstand der topogene momenten²⁾ is te zoeken in de inrichting onzer psychophysische organisatie,³⁾ die echter zelf weer het verband tusschen zijn en denken onderstelt. Daarmede willen we niet naar 't rationalisme terug, maar daarover heen, tot 't transcendentale realisme.

We stonden, als gezegd, daarom zoolang bij *Helmholtz* stil, wijl hij als *type* van zijn tijd kan gelden. Het lag voor de hand, dat wie door misverstand de axioma's der euclidische geometrie niet meer als onbewijsbare en geen bewijs behoevende stellingen erkent, niet alleen de physica te hulp roept ter beslissing over deze thans tot hypothesen verlaagde axioma's, maar ook de met deze bij *Kant* nog al te veel parallel loopende arithmetische axioma's niet zonder meer kan aangaarden, maar eveneens hier naar een betere basis moet zoeken. Dat voor het intuitionisme inderdaad de arithmetiek andere en hoogere aprioriteit bezit dan de geometrie, doet hier niet ter zake: het formalisme aanvaardt de parallelle en construeert het schema geometrie: ruimte = arithmetiek: tijd, om dan, deze *parallelle* op zichzelf zonder critiek over-

¹⁾ a.art., pg. 652.

²⁾ a.art., pg. 659.

³⁾ Vrgl. hieronder, § 17, pg. 422.

nemend, op dezen bepaalden zoogenaamden grondslag der arithmetiek ook een parallele critiek te leveren als op dien der geometrie. Alleen wordt voor de geometrie de physica, voor de arithmetiek de logica te hulp geroepen: als de mathesis geen verzoening meer vormt tusschen ratio en empirie in hogere eenheid, verdeelt men het terrein der mathesis; en dan ligt het voor de hand dat de leer, die de ruimtelijke gewaarwording zuiver subjectief noemt — welke meening men Kant opdringt — moet vallen, en men, lettend op 't verband der geometrie met de physica, de mathesis op bovengenoemde wijze splitst. Bij Leibniz in zijn eerste periode vonden we iets dergelijks en H. Grassmann was hem in zijn „Ausdehnungslehre” (1844) gevolgd. Ook R. Zimmermann's artikel „Ueber Kant's mathematisches Vorurteil und dessen Folgen” ¹⁾ wees op Leibniz terug. Dat dit historisch daarom onjuist is, wijl deze zelf in later tijd in z'n monadologie impliciet het synthetisch karakter van elke kennis leerde, toonden we vroeger ²⁾ reeds aan.

Desondanks werd deze strooming steeds sterker. E. Schröder verwierp in zijn „Lehrbuch der Arithmetik und Algebra” (1873) de Kantiaansche oplossing van de vraag: hoe komt het dat het aantal der voorwerpen gelijk blijft, onverschillig in welke volgorde men ze ook telt? Immers voor Kant is deze overeenkomst tusschen zijn en denken alleen een gevolg van de synthese apriori, en indien men deze oplossing, beter: nadere probleemstelling, niet aanvaardt, moet men de parallelie van zijn en denken wel direct nemen maar ook een bloot passieve kenleer

¹⁾ Sitzungsberichte der Wiener Akademie, phil. hist. Klasse, Bd. 67, (1871), pg. 7/48, vooral pg. 46.

²⁾ Zie hierboven, § 3, pg. 67/68.

voorstaan; Schröder ziet hier een taak voor de psychologie, maar met de herleiding tot deze is 't dan ook mogelijk, wezens te denken met een andere psyche, voor welke dus aantal en getal niet overeen zouden stemmen. In dit verband valt nu plotseling het juiste licht op Cantor's „ontdekking”: zijn transfiniete getallen zijn immers, gelijk we zagen, zulke, aan welke in 't algemeen verschillende aantallen toekomen al naar de successie welke men den momenten geeft.¹⁾ Naast een niet-euclidische geometrie stelt men een arithmetiek, voor welke de commutatieve wet niet meer geldt,²⁾ om zoo de continuïteit te verklaren, en meent het recht daartoe te hebben op grond van analogie tusschen de twee hoofdwetenschappen der mathesis,³⁾ of, dieper nog, daar deze twee respectievelijk onder de empirie en de logica worden gerangschikt, op grond van de analogie tusschen zijn en denken. Mogelijkheid en werkelijkheid dekken elkander en aan het mogelijkheidsbegrip der oneindige deelbaarheid beantwoordt een oneindig gedeeld zijn: het pantheïsme is na 25 eeuwen zichzelf gelijk gebleven: Zenon's argumenten doen weer opgeld: dit is de beteekenis der monistische verklaring van de arithmetiseering der geometrie.

Heel deze ontwikkeling wordt bepaald door twee factoren: de

¹⁾ Zie boven, § 8, pg. 177 en 179.

²⁾ Dat bij bepaalde *complexe* getalsystemen de commutatieve wet vervalt, kan geen bevreemding baren, daar deze betrekking hebben op een beweging bij welke de *richting* verschilt, en blijkens de *relatiologica* dan de commutatieve wet niet geldt. De beweging onderstelt zelf echter de continuïteit en kan dus niet dienen om deze te verklaren. 't *Aantal* continue bewegingen als *eenheden* genomen, is echter toch weer gelijk met het getal, onafhankelijk van de successie der momenten. Strikt genomen ziet 't vervallen der commutatieve wet dus niet op het arithmetisch, maar op 't geometrisch-kinematisch bestaandeel dezer stelsels, op de *relatie qua talis*.

³⁾ ENRIQUES. *La critique*, pg. 75.

eerste is het misverstand van *Helmholtz*; de tweede: de op zichzelf juiste reactie van het empirisme tegen het nativisme met hetwelk men het intuitionisme identificeert. Men meent, dat voor den intuitionist de aanschouwingsvorm een gegeven systeem insluit, zoodat heel de ruimteconstructie door het subject zonder waarneming zou kunnen worden volbracht, en verwerpt *dit* gevoelen terecht als onhoudbaar. Den subjectieven oorsprong der saamgestelde getal- en ruimtebeelden geeft men toe, maar in de beantwoording van de vraag, of ook de enkelvoudige aan het subject zijn te danken of niet, kiest men voor *Hume* en tegen *Kant*, gunt de ervaring ook hierbij een rol, en loochent zoo, echt monistisch, het *specifieke* van de ruimte. De tegenwerping, dat men ook bij de ontwikkeling van de psychologisch verklaarde ruimte-aanschouwing tenslotte de toevlucht moet nemen tot een *generatio aequivoca*, stelt men gewoonweg buiten debat met de bewering, dat men dit aan alle Darwinisme kan voorhouden ¹⁾; het Darwinisme is hier dus aprioristisch zeker!

De *arithmetiek* wordt dus logisch, het getal louter een geestesproduct; de uitbreiding van het getalbegrip geschiedt naar formeele beginselen: de rechtsgrond van negatieve, irrationeele en imaginaire getallen ligt in de mogelijkheid van hun vorming; de oude naturalistische verwarring van daad en rechtsgrond springt daarbij in 't oog.

Daar men de logica in beginsel niet normatief, maar feitelijk, dus psychologisch opvat, is de eerste weg dien men hier kan inslaan, de subsumeering van het getal onder de voorstelling, maar $7+5=12$ wil niet zeggen, dat de voorstelling 7 door een chemische of associatieve werking met de voor-

¹⁾ KLEINPETER, a.art., pg. 35.

stelling 5 „versmelt” tot de voorstelling 12, want — afgezien van alle bezwaren die de associatiepsychologie drukken — de innerlijke ervaring van deze „versmelting” kan nooit apodictische zekerheid geven, dat ze *steeds* zoo zal plaats hebben.¹⁾

De relatieloga bracht het formalisme uit deze verlegenheid door de beschouwing van de getallen als leden van een *reeks*, die haar leden schept krachtens een bepaalde wet. Tegen deze opvatting bestaat nu op zichzelf geen bezwaar. Maar het monisme kon, met z'n postulaat de arithmetiek uit de logica af te leiden, hierin en in de opstelling van het onderhavige reeksprinciep (de wet der volkomen inductie) niet berusten; de relatieloga werd als *de* logica verheerlijkt, de arithmetiek tot een onderdeel dezer aldus nominalistisch-bepaalde wetenschap, het arithmetische reeksprinciep door „bewijzen” uit de logische (psychologische) reeksprincipia, het getal uit het „begrip” afgeleid. Ook daarbij kan men dan weer tweeërlei richting uit, maar zijn onhoudbaarheid toont het relativisme steeds, door vroeg of laat de relaties te verdinglichen, òf terstond, òf aan het einde. Gemeenschappelijk is in beide gevallen 't ontbreken van een nauw verband tusschen tijd (ook als successie) en getal, wat H u s s e r l, toen nog psycholoog, eens aldus uitdrukte: „Wir erkannten aber, dass weder die Gleichzeitigkeit, noch die Aufeinanderfolge in der Zeit in den *Inhalt* der Vielheits- und somit auch der Zahlvorstellungen irgend wie eintreten”. . . „die Zeit spielt für unsere Begriffe nur die Rolle einer psychologischen *Vorbedingung*.”²⁾

F r e g e verdinglicht de relaties reeds spoedig. Hij gaat uit van

¹⁾ FREGE, Grundgesetze, I, Vorwort.

²⁾ E. G. HUSSERL, Philosophie der Arithmetik, psychologische und logische Untersuchungen, I, 1891, pg. 29.

de functie. Neem ik de uitdrukkingen $2.1^3 + 1$, $2.4^3 + 4$ en $2.5^3 + 5$, dan geeft 't gemeenschappelijke in deze, dus: $2(\)^3 + (\)$, het wezen der functie aan: de functie is dus op zichzelf onvolledig en heeft, om een oordeel te worden, een bepaald „argument” noodig; functie en getal zijn dus duidelijk onderscheiden.¹⁾ Nu noemen we dat waartoe de functie door haar argument zich ontwikkelt, de waarde der functie voor dat argument: de waarde van $2.x^3 + x$ voor 't argument 1 is b.v. 3. Nu zijn er functies b.v. $2 + x - x$ welker waarde voor elk argument dezelfde is; definiëren we nu het „Werthverlauf” van een functie als het veld van hare mogelijke waarden, dan heeten de Werthverläufe van twee functies gelijk wanneer de eene functie steeds voor hetzelfde argument dezelfde waarde heeft als de andere. Dat het nu mogelijk is de algemeenheid van een vergelijking tusschen functiewaarden als een vergelijking van Werthverläufe op te vatten, is niet te bewijzen, maar heet een logische grondwet.²⁾ De waarde van een functie vertegenwoordigt een waarheidswaarde en wel een van het ware of van het valsche. De waarheidswaarde van de functie $x^2 = 1$ is b.v. het ware voor 't argument — 1, het valsche voor het argument 2. Zoo kan men definiëren: „het getal — 1 heeft de eigenschap dat zijn kwadraat 1 is” en „2 is niet kwadraatwortel uit 1.” 't Verband tusschen begrip en functie is nu dit: een begrip is een functie, welker waarde steeds een waarheidswaarde is. Op grond van 't feit, dat de functie $(x + 1)^2 = 2(x + 1)$ waar is voor 't argument — 1, kan men het getal nu als begrip definiëren: „— 1 is een getal dat 1 kleiner is dan een getal welks kwadraat gelijk is aan zijn tweevoud”. De

¹⁾ FREGE, Funktion und Begriff, pg. 6/7.

²⁾ ibidem, pg. 8/10. Deze „grondwet” verwacht echter begripsomvang en begrip!

omvang van een begrip is dan het waardeverloop van een functie, welks waarde voor ieder argument een waarheidswaarde is.¹⁾

Vergeeten is hier natuurlijk, dat een definitie dan alleen zin heeft wanneer het definiendum bestaat en dat dus eerst het getal moet *bestaan*. Dit *bestaan is evenmin als welk ander bestaan logisch*. Feitelijk neemt Frege dan ook het getal, ook het irrationeele²⁾, als bestaande aan en definieert het dan. Nu is te begrijpen, hoe hij, in zijn strijd tegen het extreme psychologisme steeds meer onderscheidingen aanbrengend in den geest der Gegenstandstheorie, toch tenslotte in naief realisme of absoluut idealisme eindigde. Want ook hij heeft, inziende, dat de tot nog toe aangewende pogingen 't irrationeele getal enkel uit de arithmetiek af te leiden alle faalden, toch niet de hulp der geometrie willen inroepen, maar nog eens opnieuw getracht het zuiver arithmetisch te definieeren.³⁾ Hij gaat daarbij uit van de grootte-Gegenstände; 't reële getal is de verhouding dezer Gegenstände; 't aantal geeft daarentegen niet antwoord op de vraag: hoe groot is een grootte vergeleken met een eenheidsgrootte? maar op die andere: hoeveel Gegenstände van een bepaalde soort zijn er? Alles hangt hier nu af van de bepaling van „grootte”. Hij acht daarvan geen directe definitie mogelijk: „Es giebt sehr verschiedene Grössenarten: Längen, Winkel-, Zeitgrößen, Massen, Temperaturen u.s.w., und es wird kaum möglich sein, anzugeben, wodurch die Angehörigen dieser Größenarten sich von Gegenständen unterscheiden, die nicht einer Größenart ange-

¹⁾ ibidem, pg. 16.

²⁾ Vrgl. „Setzen wir für den Augenblick die Kenntniss der irrationalen Zahlen voraus.” Grundgesetze, II, pg. 161.

³⁾ a.w., pg. 155, noot.

hören. Auch wäre wenig damit gewonnen ; denn es fehlte noch an jedem Mittel, zu erkennen, welche von diesen Grössen demselben Grössengebiete angehörten." ¹⁾ Daarom wil hij, instee van te vragen naar de eigenschappen welke een Gegenstand moet hebben om een grootte te zijn, de vraag stellen : „Hoe moet het met een *classe of omvang van een begrip* staan, zal deze een groottegebied zijn ?" 't Antwoord luidt, met G a u s s : deze classe moet een classe van *relaties* zijn. ²⁾

Getallen zijn dus relaties van deze *relaties*, welke laatste *classen* van relaties vormen. Maar zoodra men relaties gaat classificeeren rijst de vraag naar de verhouding van de enkele relatie tot de classe der relaties en zonder deze is het getal niet te definieeren per *genus proximum et differentias specificas*. Men kan relaties als dingen in classen groepeeren, maar de *enkele* relatie onderstelt dan ook reeds als ding individualiteit en deze de *eenheid*. Zonder eenheid en meervoud geen definitie, ook geen definitie van 't getal, maar deze wordt zoo een cirkeldefinitie. Bij deze fout zullen we later nog nader moeten stilstaan, ³⁾ bij de bespreking van één der formalisten, dien we als type namen ; hier volsta de opmerking, dat deze verdingliching der relaties, aangewend om het irrationeele getal zonder de hulp der geometrie af te leiden, van 't standpunt der relatieloga uit een principieele breuk met de eigen grondstellingen beteekent. R u s s e l l, wien we zooeven bedoelden. heeft dan ook na langen strijd het classebegrip in de mathesis geschrapt ; ⁴⁾ trouwens, niet alleen de tegenstanders van 't formalisme maar ook de scherpzinnige voor-

¹⁾ ibidem, pg. 158.

²⁾ ibidem, pg. 159.

³⁾ Zie hieronder, § 13, passim.

⁴⁾ Zie hieronder, § 13, pg. 313 v.

standers uit de Marburger school hadden de logische onhoudbaarheid van Frege's constructie ingezien ; ¹⁾ hun komt de twijfelachtige eer toe het relativisme consequent doorgetrokken te hebben : 't getal heeft z'n oorsprong in 't zuivere denken. „Dem Inhalte nach aber ist Denken : Setzen von Beziehung, nichts anderes. Beziehung fordert Termini ; aber auch nicht diese gehen der Beziehung voran, sondern die Beziehung setzt auch die Termini.” ²⁾ Daar 't getal nu ook poneering van betrekking is, is 't een onderdeel der logica, en bij de monistische verklaring van de arithmetiseering der geometrie volgt daaruit terstond, dat heel de wiskunde logisch wordt. ³⁾ Maar juist deze opvatting van de logica is af te wijzen : behalve functies hebben we ook *wetten* van functies, bij reeksen zijn ook reeks*principia* noodig : bij de getallen is het 't principie van volkomen inductie, bij de begrippen van dingen buiten ons zijn dat de ideeën die de functioneele ontwikkeling als vaste wetten regelen. En deze onderscheiding berust niet op intuitionistisch vooroordeel, maar op een rekening houden met de correlatie van termini en relatie, uitgedrukt in Meinong's principie der partieele coïncidentie : ⁴⁾ indien denken betrekking is moeten er dingen zijn waartusschen het denken betrekking is : het subject en object van 't kennen, maar deze zelf zijn slechts qualiteiten van metaphysisch bestaande dingen : het subject van kennen is een functie van het Ik dat kennen wil en daartoe zich onderwerpt aan de normen der logica ; het object van kennen is een functie van het ding buiten mij, zijn verschijning, zijn openbaring aan

¹⁾ Vrgl. CASSIRER, a.w., pg. 60/70.

²⁾ NATORP, a.w., pg. 99.

³⁾ CASSIRER, a.w., pg. 116/119.

⁴⁾ Vrgl. hierboven, § 7, pg. 168.

of werking op mij. Maar nooit kan het denken, dat betrekkingen poneert, referens en relata ook poneeren, daar het relativisme dan in laatster instantie weer de fout begaat die het in anderen laakte, daar zij deze vroeger niet vermeden: men verdinglicht niet de relaties van het denken, maar het *denken* zelf, vergeet, dat *dit* een relatie is, en doet Hegel's door de natuurwetenschap nauwbezwoeren geest weer opkomen.

Ook wij geven toe, dat het wezen der dingen met behoud van het kwalitatief onderscheid van geest en stof ideëel is, maar *extramentaal* ideëel, en daarom vormen wij onze begrippen niet willekeurig uit louter denken, maar in onze subjectieve (niet individueele) vormen gaan de dingen en dingrelaties in: de wisselwerking der dingen is noodzakelijke voorwaarde tot vorming der dingbegrippen. 't Getal is echter geen ding, en 't reeksprinciep is ook geen ding; maar daarom kan dan ook 't getal niet worden afgeleid uit dingbegrippen. 't Formalisme kan dit alleen door 't dingbegrip geïsoleerd uit louter denken af te leiden; wie de mogelijkheid daarvan bestrijdt, erkent, dat 't getal sui generis is, daar 't denken als functie van een metaphysisch Ik ledig is, geen inhoud heeft, en dus ook niet de eigensoortigheid van het mathematisch „bestaande object” als Gegenstand kan verklaren.¹⁾

Wie op de benadering van wat dan toch wel het karakteristieke van het mathematisch object is, prijs stelt, zal sympathiek staan tegenover elk pogen de logische elementen der arithmetiek zooveel mogelijk te leeren kennen, om zoo het mathematische zuiverder over te houden. In dit opzicht heeft de school van Peano, Peirce, Schröder en Frege zeker op de waardeering ook van tegenstanders recht.

¹⁾ HÖNIGSWALD, a.w., pg. 55.

Maar wie doordenkt verwacht tenslotte toch niet-logische factoren aan te treffen: ook de deductieve methode — gesteld al, dat ze de eenige is in de mathesis — *verklaart* nooit haar *object*, en de eenheid der mathesis ligt niet in een gemeenschappelijke methode harer onderdeelen zooals Cassirer meent, ¹⁾ maar in het gemeenschappelijk *object*. ²⁾

Zoodra het formalisme dat gaat inzien, komt het voor de vraag: wat bepaalt dan weer die niet-logische elementen? En wijl niet normatief, moet 't dan weer tot Humé's associaties terug; doch ook daarbij kan men niet blijven: waarom zijn de associatiewetten zóó als ze zijn? Het antwoord zoekt het naturalisme in de natuur, en wat in het heden niet mogelijk is meent het te vinden in het verleden: slechts die getallen worden geschapen voor welker vorming een natuurlijke behoefte bestond: ³⁾ de negatieve getallen verkrijgen burgerrecht door 't voorkomen van negatieve grootten, de irrationeele uit dat van irrationeele verhoudingen in de geometrie. Maar dit biologisme verklaart niets: want, gesteld, dat de evolutie niet zelf een probleem was, door Darwin allerm minst opgelost, dan nog zou alleen de *ontwikkeling*, niet het *wezen* van 't getal duidelijk zijn.

Maar buitendien moet het dan de extramentale realiteit der ruimte op den koop toenemen en dus de deelbaarheid der substantie. Maar daarmee wordt dan weer de geometrie een onderdeel der physica: hare apodicticiteit vervalt, of berust op een onnauwkeurige idealiseering, beter nivelleering der

¹⁾ a.art., pg. 31.

²⁾ Daarmede passen we den regel van gezonde encyclopaedie dien KUYPER voor de theologie aangaf, om hare zelfstandigheid als wetenschap te handhaven, ook hier toe.

³⁾ KLEINPETER, a.art., pg. 37.

waarnemingsinhouden. En waarheid bevat ze alleen voor zoover ze met de ervaring overeenstemt; beschikten we over absolute scherpste van zintuigen, dan zou blijken, dat, hoewel alle geometrieën *juist* zijn, slechts ééne aangewend kon worden op de natuur, dus nuttig is. Maar ook deze kan mettertijd voor een andere moeten plaats maken, want de extramentaal bestaande ruimte zou kunnen veranderen in den tijd, of ook haar deelen, naast elkander bestaande, zouden zóó onregelmatig kunnen zijn, dat een wetenschap daarover niet mogelijk was:¹⁾ homogenie en isotropie zijn, evenals alle axiomatische eigenschappen, willekeurige hypothesen, die, voorloopig althans, blijken uit te komen. Zoo verloopt de leer van het zuivere denken in strikt noodwendige ontwikkeling tot het meest smakelooze pragmatisme.²⁾

Maar dat had men dan ook wel terstond kunnen inzien, en daarom toont M a n n o u r y, de wiskundige, aan welken wij de eerste van de twee volgende paragraphen, die de gegeven karakteristiek van het formalisme moeten rechtvaardigen, wijden, het meest consequent te hebben gedacht, terwijl de logistiek zich in wanhopige antinomieën verwarde, vóór ze tot gelijke conclusie kwam (R u s s e l l).³⁾

¹⁾ Idem, a.art., pg. 42.

²⁾ F. ENRIQUES, zegt b.v. t.a.p.: „Les axiomes ont été détrônés; on a rompu le charme de l'investiture qu'ils tenaient du droit divin, de ce fait qu'ils prétendaient avoir leur base dans une évidence ou nécessité naturelle de l'esprit humain; ils sont devenus de simples postulats: au lieu d'être comme auparavant des princes ou des membres d'une aristocratie gentilice, ils sont descendus au rang de fonctionnaires élus d'une république démocratique, pouvant être révoqués ou remplacés pour des raisons d'économie ou de simple renouvellement.”

³⁾ Vrgl. ENRIQUES, Mathématique.

§ 12. G. Mannoury.

G. MANNOURY, Over de beteekenis der wiskundige logica, 1903. — Hegelen of Cijferen? De Beweging I, 4, 1905. — Het Boeddhisme, overzicht van leer en geschiedenis naar Prof. Kern's Manuel of Buddhisme, onder diens toezicht bewerkt, Wereldbibliotheek No. 52/53, 1907. — Methodologisch und Philosophisches zur Elementarmathematik, 1909. — Boekbeoordeeling: Over de grondslagen der Wiskunde door L. E. J. Brouwer, Nieuw Archief voor Wiskunde, tweede reeks, deel VIII, 1909, pg. 175/180. — De veritate non disputandum, lezing 11 December 1915 voor de Philosophische Faculteit der Leidsche studenten gehouden, verslag in de N. Rott. Crt., 13 Dec. 1915, Ochtendblad, B. — Over de sociale beteekenis van de wiskundige denkvorm, inaugureele oratie, 1917.

Onzen landgenoot Mannoury, het vorig jaar benoemd tot Hoogleeraar in de Wiskunde aan de Gemeente-Universiteit te Amsterdam, komt de eer toe het formalisme 't meest consequent te hebben doorgedacht en wel in biologische richting.

In zijn hoofdwerk „Methodologisch”. . . etc. bestrijdt hij, gelijk overal, de absolute geldigheid der mathematische zekerheid. Na afwijzing van het empirisme heet het reeds dadelijk „Und so ist auch die Mathematik nicht unbedingt gewiss, sondern nur in sofern. . . sie mathematisch ist”. ¹⁾ De aprioriteit der ruimte-„intuïtie” is „ganz willkürliche Konvention,” die van de tijds-„intuïtie” een coördinaat, die we in onze formule „benützen.” ²⁾ Met 't tijdsbegrip valt het „post” bij ieder „propter” noodig, en daarmee ook de causaliteit, die slechts is te benaderen uit de analogie van oorzaak en wil. Deze laatste is bovendien een te ingewikkeld psycho-

¹⁾ Methodolog., pg. 8.

²⁾ a.w., pg. 9, 10.

logisch proces om te kunnen dienen als grondslag voor de wiskunde. Maar dan volgt ook logisch: „Es ist also eben die Ausbildung der *mathematischen* Philosophie welche uns dazu nötigt, die herkömmliche Anschauung zweier grundverschiedenen Welten, einer materiellen . . . und einer geistigen . . . fallen zu lassen, und damit den Unterscheid zwischen „mathematischer“ und „experimenteller“, zwischen „unendlicher“ und „endlicher“ Wahrheit für einen graduellen, einen unwesentlichen zu erklären.”¹⁾ Ook het Ik mag een oud, het kan niet het oudste bijgeloof geweest zijn. De prikkel blijft dus als primair gegeven over. Hier citeert hij N i e t z s c h e : „Einen Reiz als eine Tätigkeit zu empfinden, ist die erste Causal-empfindung. . . . An unsern Sinnenfunctionen deuten wir uns die Welt, d.h. wir setzen überall eine Causalität voraus, weil wir selbst solche Veränderungen fortwährend erleben”. Op 't feit, dat nu eenzelfde gewaarwording met betrekking tot 't eene deel van onzen gedachteninhoud als lust, tot 't andere als onlust wordt geconcipieerd, bouwt hij nu, weer in *bewuste*²⁾ overeenstemming met N i e t z s c h e, op de analyse van de wilshandeling zijn eenheidsbegrip; van zelf is dit eene relatie, evenals heel het getal een relatie eener veelheid is.

In de *methode* volgt hij de logistiek: C a n t o r's werk wordt met instemming vermeld,³⁾ en diens machtigheidsleer ontwikkeld.⁴⁾ Schoon hij tegen diens vroeger⁵⁾ aangehaalde *definitie* bezwaren heeft, daar zij eensdeels niet tot een nieuwe, van de eerste onderscheiden getalclassse voeren kan en ook

¹⁾ a.w., pg. 11, 12.

²⁾ Gelijk blijkt uit een citaat a.w., pg. 20.

³⁾ a.w., pg. 44.

⁴⁾ a.w., pg. 95/6 en 101/3.

⁵⁾ Zie hierboven, § 8, pg. 178-179.

niet scherp genoeg is geformuleerd, wil hij toch de denkbaarheid der tweede en der hoogere getalklassen zelve niet bestrijden ¹⁾, maar tracht de hoogere machtigheden in te voeren door middel van „belegging” of transfiniete machtsverheffing. Hij geeft daartoe de definitie van de machtsverheffing als volgt: De potentieering van eindige (geheele) getallen laat behalve de gewone definitie door iteratie ($10^3 = 10 \times 10 \times 10$) ook nog een andere uitlegging toe: 10^3 is ook gelijk aan 't aantal der variaties met herhaling der derde klasse uit tien elementen (b.v. 't aantal der getallen met drie cijfers in 't decimaalsysteem) of gelijk aan het aantal der verschillende ordeningswetten, welke elk van drie gegeven elementen (de drie „plaatsen”) met één en slechts met één van tien andere elementen (de tien cijfers) in verbinding stellen. Zoo wordt het aantal gedefinieerd als „V.m.W. van de Be klasse uit A elementen” (Variaties (V) met (m) her(weder)haling (W) van de eene of andere classe (B) met een bepaald aantal (A) elementen). Deze definitie heet nu ook „anwendbar” wanneer A en B transitieve getallen zijn. ²⁾

Logisch is tegen de substitueering van transfiniete getallen in een juiste definitie niets in te brengen, indien deze *bestaan*. Maar juist daarover loopt de groote strijd tusschen logistiek en intuitionisme.

Immers voor het intuitionisme „bestaat” een getal, indien het kan worden geconstrueerd. Wijl nu de constructie van het oneindige door het steeds eindige analyseerende en discreet-waarnemende intellect onmogelijk is als een volvoerde daad, maar alleen naar een reeksprinciep, *bestaat* er ook geen

¹⁾ Archief, a.art., pg. 179/180.

²⁾ Methodolog., pg. 96/97.

oneindig getal anders dan als symbool van een oneindige tellen-deelactie: ∞^2 , ∞^3 enz. zijn dan ook niet machten van oneindigheden maar aanduiding van één oneindig door te voeren reeks van eindige machten. De beleggingsdefinitie is dus evenals die van C a n t o r slechts te aanvaarden voor het psychomonisme, dat geen verschil erkent tusschen constructie in het denken en het objectieve zijn; ook wat we „werkelijkheid” noemen „ist doch selbstverständlich als „Wirklichkeit-für-uns” oder besser, als „Wirklichkeit-für-mich” gemeint, also eine gewisse Gruppe meiner Vorstellungen”.¹⁾ Zoo wordt deze „werkelijkheidsgroep” slechts gekenmerkt door „Gewissheit”. *Alles* wordt hier subjectief: de dingen zijn schimmen, scheppingen van den geest, maar door de identificeering van denken en zijn wordt dan ook al het gedachte ding; dat het wezenlijke van ons leven denken is — in dit verband is ’t een persiflatie van D e s c a r t e s’ „Cogito, ergo sum.”²⁾ Maar daarmee vervalt ook het onderscheid tusschen *woord* en *beteekenis*: het immanente woord kan niets extramentaals aanduiden, de Gegenstand wordt ding. Nu is „oneindig getal” ongetwijfeld Gegenstand, dus bezit het voor het psychologisme principieel gelijken zijnsgraad als koe of paard die ik waarneem: kan ik een Gegenstand definieeren, d.w.z. beschrijven, dan bestaat hij.

Nog duidelijker dan ten opzichte van de arithmetiek komt dit standpunt uit in de geometrie: „Sofern man unter „Geometrie” gewisse Erfahrungs-Ergebnisse mitbegreift, gehört sie der „Naturwissenschaft” besser gesagt: der Psychologie an, *hat aber mit der Mathematik nichts zu schaffen*. Sofern sie aber

¹⁾ a.w., pg. 121.

²⁾ Over de sociale beteekenis, pg 8.

mathematisch, d.h. analytisch ist, *ist sie von jeder Erfahrung, von jeder „Tatsache“ völlig unabhängig.* Die „mathematische Geometrie“ is niet anders als een sprakelikes Middel om gewisse „Erinnerungen“ en „Erwartungen“ („räumliche Erfahrungen“) zum Ausdruck zu bringen, ein Middel aber das ebensogut dazu dienen könnte, *jede andere Erfahrung wiederzugeben.* Es kann uns dan auch *diese* Geometrie ebensowenig etwas über die (scheinbar objektive) „Wirklichkeit“ lehren, als umgekehrt irgend eine Erfahrung sie bestätigen und widerspreken könnte. Urteile wie die anfangs von uns als Beispiel gewählten, können mehr oder weniger „wahr“ sein (in relativem und subjectivem Sinne), die Mathematik selbst *enthält weder Wahrheit noch Lüge, sie hat nur eine bestimmte Form: die logische*” ¹⁾. Nu moet ’t doel zijn, de gegevens der ervaring en de analytische bearbeiding van deze te splitsen, en een uitstekend middel daartoe is de pasigraphie, daar ze onverbiddelijk weigert uitdrukking te geven in haar schrift aan alle onzuivere bijmengsels, ²⁾ waarom hij dan ook kon optreden als voorzitter van de stichtingsvergadering der Vereeniging tot instandhouding van het „Internationaal Instituut van Wijsbegeerte”, gehouden 21 September 1917, en daar instemming kon betuigen met de woorden door Frederik van Eeden aan de Markus-Christusfiguur in „De kleine Johannes” in den mond gelegd: „Maakt een wetenschap des woords, zooals gij een wetenschap der sterren hebt gemaakt, zoo nauwkeurig en aandachtig. Gij hebt voor de samenwerking en de verbroedering onder de wijzen een leer der verhoudingen gemaakt, die mathesis heet. Maakt zoo een leer

¹⁾ Methodolog., pg. 126/7.

²⁾ Over de beteekenis, pg. 12.

der beteekenissen, want gij werpt met woorden in 't wilde naar het schoonste en teederste leven, zooals kinderen vlinders willen vangen met mutsen en tasschen." ¹⁾ Maar meer dan splitsing bedoelt hij toch niet, en vandaar dat, wanneer deze splitsing op de gegevens der ervaring zal stooten als de elementen die logisch bewerkt worden, niemand meer, dank zij het bondgenootschap van „Wiskunst” en „Logica”, zal meenen, dat in de wiskunst wiskunde ligt. ²⁾ Elke formule in de wiskunde steunt op een andere, deze weer op een andere, en ten slotte komt men tot een willekeurige hypothese, die men zelf heeft geschapen. Voor de transfiniete getallen geldt de hoofdeigenschap der rekenkunde niet meer ³⁾, maar men begrijpt, waarom dit gemis aan eenheid in Cantor's Mengenlehre hem op zijn standpunt niet deert. Immers als men nu in Peano's teekenschrift de logische wetten formuleert, dan blijken ze te zijn een volgorde, die men willekeurig kiest, zooals men bij een schaakspel afspreekt : dit stuk kan niet daar of daar naar toe. ⁴⁾

Kort geformuleerd komt Mannoury's gedachtengang hierop neer : mathesis is niet logica, maar logische bewerking van gegevens der ervaring, maar beide : de gegevens der ervaring en de *gewoonte* om op *die* wijze te redeneeren welke men „logisch” noemt, het object en zijn verwerking, zijn willekeurig bepaald en aangeleerd, met als eenig criterium : lust en onlust.

Zoo schept het pragmatisme een hedonistische logica en

¹⁾ Mededeelingen van het Internationaal Instituut voor Wijsbegeerte te Amsterdam, No. 1, Maart 1918, pg. 17.

²⁾ Hegelen of cijferen, pg. 12.

³⁾ Verslag N. R. Ct.

⁴⁾ ibidem.

wiskunde. Dat het Christelijk theïsme deze opvatting niet huldigen kan, spreekt vanzelf. Immers *de* fout van alle hedonisme is 't breken met 't gezag en de afhankelijkheid. „Heute, so gut wie in den Tagen des Protagoras, ist der Mensch. . . . das Maass aller Dinge” ¹⁾ en terecht heet het elders „in algemeen filosofisch opzicht zou eerder (dan Socrates) diens felle tegenstander Protagoras, de Grieksche sofist bij uitenemendheid, als geestverwant van het Boeddhisme kunnen worden beschouwd”. ²⁾ Inderdaad, de tegenstelling tusschen theïsme en pragmatisme vindt men terug in die andere tusschen Christendom en Boeddhisme. Geen verzoening is hier mogelijk, gelijk *M a n n o u r y* ook hier met zijn alles nivelleerend relativisme schijnt te meenen. ³⁾ Buddha is de zelfgenoegzame wijsgeer, Jezus Christus de onder straffende normen vernederde Redder.

Practisch laat dit stelsel op wetenschappelijk gebied alles staan. Tegen den *feitelijken* toestand der mathesis en de hypothesen waarop ze rust heeft hij geen bezwaar. „Dasz aber das für wahr halten eines Urteils eine geistige *Handlung* sei, nach deren *Zweck* gefragt werden kann und soll, und daher die alte Frage nach dem *Wesen* der Wahrheit von der nach dem (gesellschaftlichen) Ziel der Wahrheits-Konvention vorangegangen werden muss, ist bis jetzt von sehr wenigen Philosophen betont worden”. ⁴⁾

Zoo vinden we bij hem het zuiverste communistische pragmatisme. ⁵⁾ Hij vermijdt inderdaad het solipsisme. Want de

¹⁾ Methodolog., pg. 184, noot.

²⁾ Boeddhisme, pg. 160.

³⁾ a.w., pg. 166.

⁴⁾ Methodolog., pg. 150.

⁵⁾ Zoo ook a.w., pg. 12.

vraag, of hier niet instee van „the happiness of the greatest number” de eventueel perverse *Bedürfniss* van den enkeling maatstaf kan zijn, is juist op utiliteitsgronden ontkennend te beantwoorden. Een andere vraag is, of met dit pragmatisme naast het *zijn* ook het *denken* zijn rechten behield, welke twee steeds de wijsbegeerte te verzoenen zocht.

De grondfout van het psychologisme is, dat het, als onderdeel van het *monisme*, de veelheid ook niet op eigen terrein kan verklaren. Want dat de voorstelling,, blauw” en „oliphant” ’als voorstellingsdaad gelijk zijn is waar, maar verklaart niet het verschil tusschen de inhouden van die voorstellingen. De veelheid kan niet aan het denken, *als* denken eenvormig, zijn te danken, maar moet wel rusten in een pluralistische wereld.

De *veelheid* komt echter zoo niet alleen te kort bij de objecten, maar ook bij de tegenstelling van *zijn* en *schijn*, bij die van ’t *feitelijke* en de *norm* en bij die van *willen* en *denken*. Kleur en ding, ruimteconstructie en traagheid zijn alle slechts voorstelling. En elke gedachte is alleen maar daad en niet ken-daad, is, wijl menschelijk, goed en aan geen macht gebonden. En ten slotte blijft niets anders over dan dat „niet de zuivere rede, slechts de dolende verstandelijkheid menselijk is, en daarom kunnen wij het rekenen, ondanks alle misrekeningen, niet laten”. ¹⁾ Dat zou pessimisme kweeken, wanneer men nog dacht aan een norm en een waarheid, en daarom schaft men de norm dan maar af. Wat er van de wetenschap op die wijze terecht zal komen? *M a n n o u r y* zelf weet het niet; maar als de ontdekking der niet-euclidische geometrie, ²⁾

¹⁾ Over de sociale beteekenis, pg. 10.

²⁾ a.w., pg. 18.

(met welke die der oneindige puntverzamelingen op één lijn gesteld wordt, daar in haar een nieuw hoofdstuk aan de mathesis (arithmetiek) werd toegevoegd, dat zijn uitgangspunt vond in de *ontkenning* der eenduidige overeenstemming van hoeveelheid en getal,¹⁾ zooals de niet-euclidische in de ontkenning van verschillende axiomas) en de invoering der pasigraphie ons al het betrekkelijk willekeurige hebben aange- toond dat aan al het noodzakelijke ten grondslag ligt, maar ook omgekeerd, deze vooruitgang tot de erkenenis heeft ge- dwongen, dat al het willekeurige noodzakelijk is — dan put hij daaruit den moed te hopen, dat de conventies onze behoefte ook op den duur zullen bevredigen en eens uit dit geslacht de waarlijk menschelijke mensch zal geboren worden.²⁾

Zoo breekt de Dionysusvreugd voort uit den duisteren moederschoot der tragedie en alle zijn-denken is één wrong van leven. Als doel en norm slechts stierven, die goden die de mensch heeft gemaakt — wellicht is dan nog eens alles uit het niets te verklaren en tot niets te herleiden, want — wat *beteekent* dan alles? Dat dit een uitkomst is die niet te rijmen valt met het Christelijk theïsme, behoeft geen betoog. Maar in ieder geval, en dit is te waardeeren, is hier 't formalisme *consequent*. Bevredigt het niet in dezen vorm, dan moet men niet alleen voor de pragmatistische „overdrijvingen” schuw terugdeinszen, maar een anderen grondslag voor heel de wijs- begeerte eischen. Anders geeft men toch weer impliciet de juistheid van Nietzsche's stelling toe: „Das eigentliche Material alles Erkennens sind die allerzartesten Lust- und Unlustempfindungen”.

¹⁾ a.w., pg. 19.

²⁾ a.w., pg. 20/22.

§ 13. B. A. W. Russell.

F. M. BÔCHER, The fundamental conceptions and methods of mathematics, *Bulletin of the American Mathematical Society*, XI, 1904/1905, pg. 115/135. — P. BOUTROUX, Étude critique sur Exposé critique de la philosophie de Leibniz par B. Russell, *Revue de métaphysique et de morale*, IX, 1901, pg. 328/342. — F. H. BRADLEY, On appearance, error and contradiction, *Mind*, 1910, XIX, pg. 153/185. — E. F. JOURDAIN, On the theory of the infinite in modern thought, two introductory studies, 1911. — PH. E. B. JOURDAIN, The philosophy of Mr. B*tr*nd R*ss*ll, *The Monist*, XXVI, 1916, pg. 24/62. — H. LOTZE, *System der Philosophie*, II, *Metaphysik*, *Cosmologie*, 1879. — P. NATORP, Zu den logischen Grundlagen der neueren Mathematik, *Archiv für systematische Philosophie*, VII, 1901, pg. 177/209 en 372/384. — B. A. W. RUSSELL, The logic of geometry, *Mind*, V, 1896, pg. 1/23. — Critical notes on: A. Hannequin's *Essai critique sur l' Hypothèse des Atomes dans la Science contemporaine*, 1895, *Mind*, V, 1896, pg. 410/417. — Crit. n. on: L. Couturat's *De l'infini mathématique*, 1896., *Mind*, VI, 1897, pg. 112/119. — On the relations of number and quantity, *ibidem*, pg. 326/341. — An essay on the foundations of geometry, 1897. — Crit. n. on: A. E. H. Love's *Theoretical mechanics*, an introductory treatise on the principles of dynamics, 1897, *Mind*, VII, 1898, pg. 404/411. — Les axiomes euclidiens sont ils empiriques? *Revue de mét. et de mor.*, VI, 1898, pg. 759/776. — Sur les axiomes de la géométrie, *ibidem*, VIII, 1899, pg. 684/707. — Crit. n. on: A. Meinong's *Ueber die Bedeutung des Weberschen Gesetzes*, 1896, *ibidem*, pg. 251/256.¹⁾ — On the notion of order, *Mind*, X, 1901, pg. 30/51. — Is position in time and space absolute or relative? *ibidem*, pg. 293/317. — Sur la logique des relations, avec des applications à la théorie des séries, *Revue de Mathématiques de G. Peano*, T. VII, 1900/1901, pg. 115/147. — Théorie générale des séries bien ordonnées, *ibidem*, T. VIII, 1901/1902, pg. 12/43. — The principles of mathematics, 1903. — Meinong's theory of complexes and as-

¹⁾ Zijn werk over Leibniz, 1900, werd reeds boven, pg. 32, genoemd.

sumptions, *Mind*, XIII, 1904, I, pg. 204/219; II, pg. 336/354; III, pg. 509/524. — The existential import of propositions, *Mind*, XIV, 1905, pg. 398/401, (met antwoord van Hugh. Mac Coll.) — Crit. n. on: H. Poincaré's Science and Hypothesis, *ibidem*, pg. 412/418. — On Denoting, *ibidem*, pg. 479/493. — La relation des mathématiques à la logistique, *Revue de mét. et de mor.*, XIII, 1905, pg. 906/917. — Crit. n. on: H. Mac Coll's Symbolic Logic and its Applications, *Mind*, XV, 1906, pg. 255/60. — Crit. n. on: A. Meinong's Ueber die Erfahrungsgrundlagen unseres Wissens, *ibidem*, pg. 412/415. — The nature of truth, *ibidem*, pg. 528/533. — On some difficulties in the theory of transfinite numbers and order types, *Proceedings of the London mathematical society*, Second series, Vol. 4, 1906 (1907), pg. 29/53. — Les paradoxes de la logique, *Revue de mét. et de mor.*, XIV, 1906, pg. 627/650. — Crit. n. on: A. Meinong's: Ueber die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften, *Mind*, XVI, 1907, pg. 436/439. — Mr. Haldane on infinity, *Mind*, XVII, 1908, pg. 238/242. — Mathematical Logic as based on the Theory of Types, *American Journal of Mathematics*, XXX, 1908, pg. 222/262. — La théorie des types logiques, *Revue de mét. et de mor.*, XVIII, 1910, pg. 263/301. — Some explorations: in reply to Mr. Bradley, *Mind*, XIII, 1910, pg. 373/378.¹⁾ — Philosophical Essays, 1910. — L'importance philosophique de la logistique, *Revue de mét. et de mor.*, XIX, 1911, pg. 281/291. — (ook: *The Monist*, XXIII, 1913, pg. 481/93. — Crit. n. on: W. James: *Essays in radical empirism*, *Mind*, XXI, 1912, pg. 571/575. — *Problems of philosophy*, 1912. — The philosophy of Bergson, *The Monist*, XXII, 1912, pg. 321/347. — The nature of sense-data, a reply to Dr. Dawes Hicks, *Mind*, XXII, 1913, pg. 76/81. — On the nature of acquaintance, *The Monist*, XXIV, 1914, I, pg. 1/16; II, pg. 161/187; III, pg. 435/453. — Definitions

¹⁾ WHITEHEAD AND RUSSELL, *Principia mathematica*, I, 1910; II, 1912; III, 1913, dat naar de historische volgorde hier moest staan, behoefde, wijl grootendeels technisch, niet besproken. Evenals dit werk stond B. A. W. RUSSELL, *The basis of realism*, *Journal of Philosophy*, VI, genoemd bij J. G. UBBINK, *Het pragmatisme van William James*, vooral in zijn beteekenis voor de theologie, 1912, pg. 372, me niet ter beschikking.

and methodological principles in theory of knowledge, *ibidem*, pg. 582/593 — Our knowledge of the external world, as a field for scientific method in philosophy Lowell lectures of 1914, 1914. — The relation of sense-data to physics, *Scientia (Rivista di scienza)*, VIII, 1914, pg. 1/27. — Sensation and imagination, *The Monist*, XXV, 1915, pg. 28/44. — On the experience of time, *ibidem*, pg. 212/233. — The ultimate constituents of matter, *ibidem*, pg. 399/417.

Russell vertegenwoordigt met Couturat e.a. de tweede richting van het formalisme, bij welke we het psychomonisme zagen terugkeeren tot zijn uitgangspunt, het naieve realisme. Hij moge echter haast uitsluitend als logicus bekend zijn, inderdaad is hij eerst na voortdurenden strijd en verandering van inzichten op dit standpunt gekomen. Daarom scheen 't ook geraden, zijn gedachtengang niet zoozeer als een *systeem*, dan wel als een *geschiedenis* uiteen te zetten, en de genoemde werken en artikelen in historische orde na te gaan.

In „The logic of geometry” vindt men reeds de grondgedachte die hij later in de „Foundations” breeder verwerkte. Hij onderscheidt hier het congruentie-axioma en dat der dimensies. Onder het eerste verstaat hij 't axioma van de homogeniteit der ruimte, door welke een geometrische figuur overal mogelijk is ¹⁾, en laat dat berusten op zuiver wijsgeerige gronden. „We have seen in discussing the axiom of Congruence that all position is relative, that is, a position exists only by virtue of relations.” ²⁾ Daaruit leidt hij dan af als een *conditio sine qua non* (”being indispensable to its existence”) voor het bestaan der geometrie, het dimensie-axioma, that *Space must have a finite integral number of Dimensions.* ³⁾ Het

¹⁾ a.art., pg. 4.

²⁾ a.art., pg. 12.

³⁾ *ibidem*.

aantal der dimensies moet dáárom door een integraal of *geheel* getal zijn uit te drukken, wijl een breuk van een relatie een zinloos (meaningless) begrip is, en door een *eindig* getal : „for an infinite number of dimensions would practically impossible to determine. The restriction of the dimensions to three seems on the contrary to be wholly the work of experience”. In zijn argumenteering, dat 't geheele aantal der dimensies ook een eindig aantal moet zijn, kan ik slechts een poging zien 't „empirische” drievoud der dimensies zoo dicht mogelijk reeds apriorisch te benaderen. Dat 't aantal een geheel getal moet zijn is juist ; waarom logisch 't aantal dimensies niet oneindig kan zijn, is hier niet duidelijk, tenzij de woorden „practically impossible to determine” impliciet de tegenstrijdigheid van het oneindig getal aanduiden, wat ook wel de bedoeling zal zijn. En dan vervalt natuurlijk alle bezwaar, hoewel de woordkeus dan wel wat vaag is.

Ten opzichte van de „empirische” driedimensionaliteit is toe te geven, dat 't zeker onze ervaring is, dat we alles in drie dimensies plaatsen. We *ervaren* dit als noodwendigheid. Maar dit toegegeven, is er nog meer dan één stap toe noodig om met de bewering, dat de beperking tot drie dimensies „the work of experience” is, in te kunnen stemmen. Meer dan één der mogelijkheden is de driedimensionaliteit, *logisch* genomen, niet, *psychologisch* is ze echter noodwendigheid, en dat deze empirisch zou zijn ontstaan is een stelling die meer inhoudt dan wat strikt te bewijzen is, nl. dat we deze noodwendigheid ervaren.

Russell vat de driedimensionaliteit op als een vondst van experimenteel onderzoek, die in betrouwbaarheid slechts gradueel verschilt van de natuurwetten. Immers, op grond van de stelling dat 't aantal der dimensies een geheel getal eischt, concludeert hij : indien drie niet het juiste getal is,

moet twee of vier of een der andere getallen juist zijn. Het minste verschil zouden dan twee- en vierdimensionale ruimten opleveren, maar reeds dit zou zóó groot zijn, dat 't niet onopgemerkt zou kunnen blijven, dat de hypothese der drie-dimensionaliteit „niet uitkwam”. ¹⁾ Erkenning van de relativiteit der ruimte gaat hier — dat is het karakteristieke van dit artikel, — gepaard met de gedachte, dat hare drie-dimensionaliteit experimenteel valt te verifieeren.

We waagden de onderstelling, dat achter de „practische onmogelijkheid” van het oneindig getal voor 't aantal der dimensies een meer principieel bezwaar school. Dit vindt men bevestigd in de bespreking van HANNEQUIN's werk, nog in hetzelfde jaar (1896). Daar laat hij zich in ongunstigen zin uit tegen Cantor's pogen en 't is van groot belang hier zijn meening te memoreeren, aan welke hij later wel ontrouw is geworden, maar die hij nooit heeft weerlegd. Hij erkent nl., dat de philosophische moeilijkheid bij 't rekenen en meten is, dat we, werkend met continua, dit alleen kunnen doen door ze te behandelen als discreta, en deze crux wordt niet opgelost door 't gemak en de vruchtbaarheid van deze methode. „On the other hand, the attempts of Cantor to extend the conception of pure number so as to cover continua. . . . seem to me, ingenious as they are, to be open to severer strictures. For Cantor's second class of numbers, bij which he hopes to exhaust continua, begins with the first number larger than any of the first class; but as the first class (the ordinary natural number) has no upper limit, it is hard to see how the second class is ever to begin. Cantor's attempts indeed seem to have proved more conclusively than ever, that no legiti-

¹⁾ a.art., pg. 13.

mate extension of number can suffice for the adequate treatment of continua".¹⁾

Tegen C o u t u r a t's standpunt, verdedigd in „De l'infini mathématique" voert hij aan, „that quantitative zero is a limit necessarily arising out of the infinite divisibility of extensive quantities".²⁾ Ook daar heet het moeilijk in te zien in welke beteekenis een quantiteit oneindig is, tenzij ze wordt vergeleken met een eenheid, van welke een oneindig aantal zou worden geëischt, om haar voort te brengen.³⁾

't Mathematische oneindige is filosofisch niet houdbaar in C a n t o r's zin; 't gaat gebukt onder contradicties en evenzoo onder het feit, dat, waar oneindigheid onvermijdbaar is, er een onnoodige hypostaseering van relaties heeft plaats gehad en dit maakt de bereiking (attainment) van een volledig substantivum geheel onmogelijk.⁴⁾

Hier schijnt dus ook hem de relativiteit der ruimte te brengen tot hare idealiteit. Dan wordt het atomistisch dynamisme mogelijk, en dit huldigt hij ook inderdaad in een artikel, "On the relations of number and quantity" getiteld. Daarin levert hij het volgende betoog: De uitbreiding van het getal boven de positieve getallen uit is te verklaren uit een gradueele vermindering van de eigenschappen der eenheid. Bij aanwending van 't getal op continua blijkt, dat 't getal op *zichzelf* geen inlichting geeft aangaande de quantiteit, maar alleen vergelijking met een reeds quantitatieve eenheid. Daarom *schijnt* 't, dat quantiteit moet worden gezocht in een analyse van de eenheid. Daarbij zijn *twee* onderstellingen mogelijk.

¹⁾ Mind, V, 1896, pg. 412.

²⁾ Mind, VI, 1897, pg. 117.

³⁾ a.art., pg. 118.

⁴⁾ a.art., pg. 119.

1. Quantiteit is een niet-herleidbare categorie. Hiertegen pleit echter, dat *extensieve* quantiteiten in dit geval contradictoir zijn, wijl deelbaar en toch niet herleidbaar. Daarom moet men ze als intensief en ondeelbaar opvatten. Maar ook intensieve quantiteit moet, indien 't een intrinsieke eigenschap van intensieve *quantiteiten* is, een zuivere relatie tusschen deze *quantiteiten* zijn. Zoo is dan ook hier herleidbaarheid.

2. Quantiteit is een onmiddellijk zintuigelijk gegeven, maar deze *empiristische* herleiding voert tot contradicties.¹⁾

Rest dus nog slechts quantiteit te beschouwen als *herleikbaar* tot een *andere* categorie, nl. die der *vergelijking*. Zoo gaat quantiteit in meting over. Maar op hetzelfde oogenblik wordt de band met 't getal doorgesneden.

Zoo aanvaardt hij ook hier de relativiteit der ruimte en herleidt de uitwendige tot inwendige relaties. Hij is dan genoodzaakt in de gevallen van asymmetrische relaties een specifiek verschil tusschen de in relatie staande termen te aanvaarden, ofschoon geen analyse van elk afzonderlijk eenige passende eigenschap oplevert die 't ééne relatum bezit en 't andere mist. Deze conclusie leidt onvermijdelijk tot erkenning van 't niet-definieerbare, 't irrationeele.

In hetzelfde jaar (1897) verschijnt dan de „Foundations”, zijn eerste hoofdwerk. Na een korte inleiding biedt hij hier een geschiedenis van de metageometrie en een critisch overzicht van wat in enkele wijsgeerige systemen aangaande de geometrie is vervat; daarop onderzoekt hij de axiomen der projectieve en metrische geometrie, om met het trekken van „philosophical consequences” te besluiten.

In de inleiding brengt hij ter sprake de verhouding van het

¹⁾ Vrgl. hierboven, §§ 2 en 10.

formeele en materieele element in de kennis ; 't formeele heet a-priori, 't materieele empirisch. De band tusschen het subjectieve element en 't apriori moet onderzocht worden door kenleer (epistemology) en psychologie. Hij sluit de laatste in deze studie buiten.¹⁾ Bij 't onderzoek der wijsbegeerte begint hij met K a n t ; tot de bespreking van dezen zullen we ons hier beperken bij vaststelling van R u s s e l l's verhouding in dezen tijd tot het *intuitionisme*. Inzake het *empirisme* neemt hij zonder meer een afwijzende houding aan.²⁾ K a n t beweert, dat de euclidische geometrie apodictische zekerheid bezit ; zijn argumentatie is „twofold. On the one hand, he says, Geometry is known to have apodeictic certainty : therefore space must be *à priori* and subjective. On the other hand, it follows from grounds independent of Geometry, that space is subjective and *à priori* ; therefore Geometry must have apodeictic certainty.”³⁾ Het eerste argument werd onhoudbaar wegens de ontwikkeling der geometrie in de negentiende eeuw ; maar door deze is het tweede nog niet aangetast. K a n t beweert immers, dat deze wetenschap krachtens de intuïtie synthetische oordeelen apriori bezit. Om ook dit betoog te ontzenuwen, kan men allereerst K a n t's indeeling der oordeelen in analytische en synthetische bestrijden ; maar daarna tracht hij ook aan te toonen, dat K a n t's argumentatie in deze richting slechts bewijst, niet dat Euclidische ruimte, maar „*some form of externality — which may be sensational or intuitional, but not merely conceptual*”⁴⁾ — a necessary prerequisite of ex-

¹⁾ a.w., §§ 4, 5.

²⁾ a.w., § 60 v.v.

³⁾ a.w., § 53.

⁴⁾ Hij geeft hier K a n t's meening weer.

perience of an external world" is. ¹⁾ Dit apriori kan nu *logisch* heeten, wijl de logica de grenzen niet meer zoo eng en anderszijds niet zoo nauw trekt als in K a n t's dagen. De hoofdzaak is voor K a n t echter de *band* tusschen mathesis en physica in de oordeelen der laatste niet door te snijden. R u s s e l l nu geeft er de voorkeur aan deze „postulates from which alone the possibility of experience follows," ²⁾ niet synthetisch, wel apriorisch te noemen.

Evenwel is dit verschil *hier* geen zuivere woordenstrijd, maar wijst op verschuiving naar het psychologisme. Want zeker kan men tegen K a n t's tegerstelling aanvoeren, dat ze abstract is, dat er noch zuiver analytische, noch zuiver synthetische oordeelen aposteriori voorkomen; maar hoewel dus K a n t's verzoening in de mathesis van ratio en empirie over alle oordeelen moet uitgebreid, stelt deze generaliseering K a n t *zakelijk* niet in het ongelijk toen hij deze grondgedachte voor de mathesis uitsprak. Trouwens, R u s s e l l zelf blijft, gelijk we nog zullen aantoonen, in de Foundations nog dicht bij het intuitionisme; slechts willen we hier wijzen op de toenadering tot het psychologisme, die we constateeren bij de uitspraak, dat de logica de grenzen thans niet meer zoo nauw trekt als K a n t dit voor haar deed, ³⁾ wat de relatie-logica reeds in 't gevele komt.

Zijn houding tegenover het intuitionisme in 't algemeen mag hiermee voldoende bepaald heeten; alleen op de basis van het intuitionisme zelf is weer tweëerlei standpunt mogelijk: men kan beweren, dat de Euclidische ruimte apriori gegeven is, maar ook, dat dit slechts geldt van de ruimte zonder nadere

¹⁾ a.w., § 55.

²⁾ a.w., § 57.

³⁾ *ibidem*.

bepaling. 't Eerste was het standpunt van Kant en van Lotze in z'n *Metaphysik* van 1879,¹⁾ 't tweede — terecht — dat van Russell in de *Foundations*. Reeds even roerden we deze quaestie aan bij de uiteenzetting van Russell's argumenten tegen Kant, waar hij de niet-euclidische geometrie aanvoert, om te bewijzen, dat de apriorische ruimte niet euclidisch is.²⁾ Bezien we dit argument thans nader, door te volgen zoowel Lotze's critiek op de „metageometrie” als Russell's bezwaren tegen deze.

Lotze bespreekt eerst³⁾ de *mogelijke beteekenissen* van de uitdrukking „niet-Euclidische ruimten zijn mogelijk”; daarna geeft hij meer *detailcritiek*.⁴⁾

Hij memoreert eerst, hoe de subjectieve Kantiaansche ruimteopvatting de vraag naar de mogelijkheid van andere dan euclidische ruimte-„Anschauungsformen” filosofisch belangrijk maakt. Is de ruimte inderdaad een subjectieve „Auffassungsform”, dan „hindert uns nichts die Naturen vorstellender Wesen in sehr weiten Grenzen verschieden zu denken, und jeder dieser Gattungen eine ihr eigenthümliche Auffassungsart zuzutrauen, welche sie, wie man zu sagen pflegt, ihren künftigen Wahrnehmungen entgegenbringe.”⁵⁾ Evenwel, de dingen laten zich niet vangen in netten, welker mazen niet voor hen passen. Daarom moet men ook letten op de verhouding, waarin de opvattingvormen behooren te staan tot de objecten, die ze hebben meester te worden. Daarbij zijn twee gevallen te onderscheiden.

¹⁾ Vrgl. hieronder, § 14, pg. 343.

²⁾ Zie boven, pg. 248.

³⁾ LOTZE, a.w., zweites Buch, Von dem Laufe der Natur (Kosmologie), zweites Kapitel, Deductionen des Raumes, pg. 233/247.

⁴⁾ a.w., pg. 247/267.

⁵⁾ a.w., pg. 234.

a. Nemen we twee verschillende opvattingswijzen die van onze ruimte R verschillen, X en Z, die we aan twee andersgeorganiseerde wezens toekennen, dan doet zich geen moeilijkheid voor, indien ook de werelden tot welker waarneming ze moeten dienen, verschillen. Dit geval is voor geen verdere discussie vatbaar, daar geometrie en kenleer zich slechts met hetzelfde, *ons* gegevene kunnen ophouden.¹⁾

b. Belangrijk wordt de quaestie eerst, wanneer we onderstellen dat *dezelfde* wereld M, die *wij* in 't raam van de euclidische ruimte ingesloten voorstellen, anderen psychischen wezens in de volkomen andersoortige vormen X en Z verschijnt. Hierbij onderscheidt hij weer tweeërlei :

1. Ze geven verhoudingen der dingen weer, welke in onze ruimte R niet kunnen voorgesteld worden en niet voorkomen. Dan is slechts een *vermoeden* mogelijk. Sommigen wijzen hier als voorbeeld op de mogelijkheid de reeks toongewaarwordingen naar sterkte, hoogte, kleur en harmonische verwantschap, of ook de veelheid der kleuren aanschouwelijk te ordenen. Hier kan natuurlijk niet als tegenargument dienen, dat deze rangschikking slechts symbolisch is, wijl de tonen en kleuren niet in de ruimte zijn en de dingen wel. Immers, ook de dingen zijn volgens *Lotze* niet in de ruimte. Wanneer dan ook de ontelbare toonvoorstellingen ons even ondubbeldzinnig *noodzaakten* ieder van haar in bepaalde ruimteverhouding tot andere te stellen, dan zou deze ordening in de ruimte niet minder legitiem zijn dan die bij de dingen. De conclusie luidt, dat 't verschil slechts hierin kan liggen, dat we de dingen in de ruimte *waarnemen*, daarentegen kleur en toon in de ruimte *projecteeren*. De mechanische oorzaken van licht en kleur-

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 233/235.

gewaarwordingen zijn daarentegen wel ruimtelijk en men kan zich wezens denken die ze als zoodanig steeds opvatten zonder psychisch aequivalent. ¹⁾

Terecht merkt Russell hiertegen op, dat deze mogelijkheid geheel los staat van die, met welke de niet-euclidische geometrie zich ophoudt. ²⁾

2. Belangrijker is het tweede geval: *Dezelfde* verhoudingen der dingen die door ons ruimtelijk worden voorgesteld in de euclidische ruimte R zouden bij wezens van andere soort andersoortige vormen X en Z kunnen ontmoeten. De verhoudingen verzetten zich niet tegen saamvatting in een Gesamtbild; dat bewijst ons ruimtebeeld R. Dus kan men de mogelijkheid van de Anschauungen X en Z niet bestrijden; „da wir sie aber nicht besitzen, so bleibt ihre Annahme ein leerer Gedanke und wir wissen gar nichts weiter über die Art, wie die Dinge sich in ihnen präsentiren und aussehen.” ³⁾

Dit nu gaat Russell te ver, want waarin ook 't objectieve van de ruimte bij Lotze moge bestaan, elk bewijs, dat ons daarover inlicht, moet bij omkeering ons inlichtingen verstrekken over een mogelijken vorm der „intuïtie”, in welke dit objectieve wordt voorgesteld. We hebben dus, zelfs wanneer we uitgaan van Lotze's theorie, een zeer belangrijke kennis van de wijze waarop dat wat ons ruimtelijk verschijnt, moet verschijnen aan wezens die denken als wij. Zeer juist onderscheidt hij daarbij 't logisch formuleerbare van 't psychologisch voorstelbare: „We cannot know, it is true, what *psychological* theory of space-perception would apply to such beings; they might have a sense different from any of ours

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 235/240.

²⁾ RUSSELL, a.w., pg. 94.

³⁾ LOTZE, a.w., pg. 240.

and they might have no sense in any way ressembling ours, but yet their Geometry would have points of resemblance to ours, as that of the blind coincides with that of seeing." ¹⁾

Lotze vervolgt dan : „Allein auch Dies ist es gar nicht, was man eigentlich im Sinne zu haben pflegt ; vielmehr ausdrücklich andere Raumanschauungen als die unsere hofft man auf diesem Wege denkbar zu machen." ²⁾ Dit nu bestrijdt hij, maar begaat daarbij de fout, gelijk Russell terecht opmerkt, te veronderstellen, dat de metageometrie haar ruimten construeert uit rechte lijnen en hoeken die gelijk zijn aan die der euclidische geometrie. Dit nu is echter niet 't geval, want de rechte lijn is dan alleen volkomen gedefinieerd, wanneer men aan de formeele definitie de axioma's van de rechte lijn en dat der parallellen toevoegt. Zoo behaalt Lotze zeer licht de overwinning, maar door een cirkelbetoog. Gaan we dit na, nu zijn *detailcritiek* op den voet volgend.

1. Allereerst voert hij als nominale definitie het parallellen-axioom in : „Wir *nennen* parallel" ³⁾ enz. Maar het *axioma* beweert het *bestaan* van deze parallele lijnen, die Lotze hier omschrijft om daarna deze definitie als eene van lijnen die bestaan te gebruiken.

2. Terecht zegt Lotze „ohne alles Verständniss wird die Philosophie stets dem ihr völlig unbegreifliches Versuche gegenüberstehen, aus äusern Naturbeobachtungen über die Gültigkeit der einen oder der andern Annahme zu entscheiden". ⁴⁾ Daarin kiezen we onmiddellijk vóór hem en tegen Russell partij; evenzoo moet men instemmen met hetgeen volgt :

¹⁾ RUSSELL, a.w., pg. 95/96.

²⁾ LOTZE, a.w., pg. 241.

³⁾ LOTZE, a.w., pg. 247.

⁴⁾ LOTZE, a.w., pg. 248.

„Bisher sind diese Beobachtungen mit der Euklidischen Geometrie in Uebereinstimmung gewesen ; käme es einmal dazu, dasz astronomische Messungen groszer Entfernungen nach Ausschluss aller Beobachtungsfehler eine kleinere Winkelsumme des Dreiecks nachwiesen, was dann ? Dann würden wis nur glauben, eine neue sehr sonderbare Art der Refraction entdeckt zu haben, welke die zur Bestimmung der Richtungen dienenden Lichtstrahlen abgelenkt habe ; d.h. wir würden auf ein besonderes Verhalten des physischen Realen im Raume, aber gewisz nicht auf ein Verhalten des Raumes selbst schlieszen, das allen unseren Anschauungen widerspräche und durch keine exceptionelle Anschauung verbürgt würde.” ¹⁾ Maar toch kan men tegenover Lotze opmerken, dat 't niet evident is, dat men in een geval als het bovenstaande niet *logisch even goed* kan concludeeren : de „ether” heeft de gewone straalbreking, maar de ruimte is niet-euclidisch. Deze *logische* vrijheid stuit bij *ons* op de driedimensionaliteit die gevergd wordt door onze „Anschauung”, maar andere wezens, zonder deze „Anschauung”, zijn, hoewel niet *voorstelbaar*, dan toch denkbaar.

3. Lotze richt zijn critiek verder op Helmholtz' vlakke- en bolwezens. De vlakke-wezens zouden komen tot de planimetrie, maar niet verder ; daarentegen bestrijdt hij de hypothese dat de bolbewoners, zonder de derde dimensie, een tweedimensionale spherische geometrie zouden construeeren. Hij stelt, dat op een bol een wezen (W) zich beweegt langs een rechte lijn (cirkelomtrek), die door de noord- en zuid-pool gaat (meridiaan). Komt het nu op het punt van uitgang a terug, dan zal W misschien de identiteit van a en a' kunnen vaststellen, maar dan zal ook de voorstelling van

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 248/9.

de derde dimensie ongetwijfeld ontstaan, niet op grond van onmiddellijke waarneming, want een groote cirkelomtrek schijnt een rechte ongebogen lijn te zijn, maar „auf Grund des unerträglichen Widerspruches, der in dieser sich selbst wiedererreichenden Graden läge.”¹⁾ Nu is natuurlijk toe te geven, dat voor den mensch deze contradictie inderdaad ondragelijk is, maar daartegenover staat, dat W de identiteit niet kan vaststellen, tenzij dan dat een punt voor hem on-dubbelzinnig door twee coördinaten is bepaald, dus tenzij zijn ruimteopvatting tweedimensionaal is. Buitendien is geen enkele logische fout in de niet-euclidische geometrie aangewezen; 't staat met haar geheel anders dan met C a n t o r's getallenleer, die uitgaat van de veronderstelling dat 't onbereikbare bereikt is. *Logisch mogelijk* blijven de niet euclidische geometrieën, en deze stelling weerlegt men niet door critiek te leveren op een min gelukkige analogie, die nooit meer dan dit voor H e l m h o l t z is geweest.

4. L o t z e voert nu als voorbeeld aan: de beweging op een bol langs twee parallele cirkels. De tangentiaalvlakken der op elkander volgende punten van den zuidelijken cirkel snijden elkander in rechte lijnen die naar 't zuiden convergeeren; de overeenkomstige doorsneden der tangentiaalvlakken van den noordelijken cirkel doen dit naar 't noorden. Nu is 't ook hier de vraag, of W dit bemerkt, ja dan neen. In 't eerste geval zou W niet meenen dat de twee doorlopende banen volkomen in gelijke richting liepen, in 't laatste geval wel.²⁾ Maar men bedenke, dat tangentiaalvlakken voor W in 't geheel geen beteekenis hebben, tenzij hij aan metageometrie doet, wat op L o t z e's eigen standpunt is uitgesloten!

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 251/252.

²⁾ LOTZE, a.w., pg. 253.

5. Lotze wil dan de driedimensionaliteit apriori bewijzen. Zij O het middelpunt van AX en $OY \perp AX$ dan is OY de meetkundige plaats van alle punten in een *plat vlak* die op gelijken afstand liggen van A en X . Richt men nu $OZ \perp AX$ en $\perp OY$ op, dan is het vlak OZY de meetkundige plaats van *alle* punten die op gelijken afstand liggen van A en X . Trachten we nu eens een nieuwe lijn \perp op AX in O op te richten, dan is dat voor onze Anschauung onmogelijk, en zal ze saamvallen met een der reeds getrokken lijnen.¹⁾ Maar het betoog dat hieraan ten grondslag ligt, is, gelijk Russell, terecht opmerkt,²⁾ als volgt: Er is een oneindige reeks van continu veranderende OY 's; bij de algemeene eigenschap van deze, nl. gelijke afstand van A en X , voegen we een andere eigenschap waardoor hun aantal wordt gedeeld door ∞ . Dan moet OZ saamvallen met OY . „The same form of argument, however, would prove that two surfaces can only cut one another in a single point, and numberless other absurdities”. Men moet nl. onderscheiden tusschen de machten van de oneindigheid, juist: de oneindigheid van een getal en zijn machten.³⁾ De reeks der punten op een lijn is ∞ , maar dan is de reeks punten in een vlak ∞^2 , wanneer we ∞^2 deelen door ∞ dan verkrijgt men als uitkomst niet 1 maar ∞ . Zoo beweert Lotze, dat 't getal der lijnen die loodrecht op een gegeven lijn in een bepaald punt staan ∞ is en niet ∞^x , en deze bewering is juist het axioma der driedimensionaliteit, dat hij had moeten bewijzen.

Resumeerende moeten we Russell de overwinning toe-

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 257/261.

²⁾ RUSSELL, a.w., pg. 107.

³⁾ Zie de critiek op Mannoury's beleggingsdefinitie van transfinitie getallen, hierboven, § 12, pg. 234 v.

kennen in dezen strijd. De axioma's der wiskunde zijn onbewijsbaar, maar staan dan ook los naast elkaar; men kan dan een logisch sluitend systeem van stellingen uit een beperkt aantal axioma's afleiden, en de vraag komt van zelf te berde, of deze logische systemen ook beteekenis hebben voor de physica. En dan zij hier de meening uitgesproken, dat ze als zoodanig uitnemende technische berekenings- en uitdrukkingsmiddelen voor onze physica zijn (men denke aan de formules der kinetische gastheorie) maar dat ze, schoon dus mogelijke *menigvuldigheden*, geen *ruimtebeelden* zijn voor ons — daar *wij* gebonden zijn aan de euclidische Anschauungsform, — welke beperking insluit, dat men zich bezondigt aan metaphysica van de slechtste soort indien men, aanvaardend dat de ruimte een Anschauungsform is, toch zou willen beweren, dat andere Anschauungsformen dan de onze niet mogelijk zouden zijn.

In het derde hoofdstuk van de „Foundations” tracht RUSSELL, uitgaande van de relativiteit der ruimte, te bewijzen, dat onze ruimte Euclidisch in ruimer zin (elliptisch, spherisch of pseudo-sphaerisch) moet zijn. ¹⁾ De drie axiomen nu van de projectieve geometrie — dat der homogeniteit, der dimensies en der rechte lijn — zijn apriori in den boven omschreven zin, evenals drie dergene die den grond der metrische vormen (dat der vrije bewegelijkheid, der beperking van 't aantal dimensies en dat van den afstand) en aequivalent zijn aan die der projectieve. ²⁾ Dan blijven de Euclidische axioma's nog over. Deze nu zijn empirische wetten, „derived from the investigation and measurements of our actual space, and true only, as far as the last two are concerned, within the limits set by errors of observation.” ²⁾

¹⁾ a.w., § 86.

²⁾ a.w., § 209.

De relativiteit der ruimte en de nevenstelling van apriori en empirie zonder verband typeert dus heel zijn systeem in de behandelde artikelen en werken. Deze nevenstelling herinnert sterk aan de eerste periode van *Leibniz' philosophie*, niet aan zijn theorie der *mathesis*, die, gelijk we zagen,¹⁾ toen geheel logistisch was opgebouwd. Nu leert evenwel de geschiedenis, dat deze „vereeniging” van rationalisme en empirisme al spoedig om herziening vroeg. Daartoe stonden twee wegen open. *Kant's* leer trachtte dit mengsel in een verbinding om te scheppen door z'n leer van de aanschouwingsvormen. Evenzeer was 't echter mogelijk de consequente doorvoering van de logistiek niet alleen voor de *mathesis* maar ook voor de *physica* te aanvaarden, waardoor heel het filosofisch systeem psychomonistisch wordt. Wanneer we in deze twee ontwikkelingen van *Leibniz'* gedachten een noodwendigen gang mogen zien, verbaast het ons dan ook niet, dat al spoedig tegen *Russell's Foundations* zich dezelfde bezwaren verheffen als tegen *Leibniz'* stelsel in zijn geheel. Trouwens *Russell* zelf had reeds, gelijk we zagen, gewezen op de oude antinomie, die zijn systeem drukte, tusschen punt en continu, deelbaarheid en oneindigheid. Voorloopig wilde hij echter terwille van deze contradictie de relativiteit der ruimte nog niet opofferen, ook niet in 1898, gelijk blijkt uit het volgend citaat, ontleend aan een bespreking van *Love's* genoemd werk: „Although there appear to be unremoved difficulties in the relativity of motion, *Love* has certainly chosen a lesser evil than *Newton's* absolute motion.”²⁾

¹⁾ Zie boven, § 3, pg. 58/63.

²⁾ *Mind*, VIII, 1898, a.art., pg. 410.

Couturat nu, toen (1898) nog Kantiaan, gaf van de Foundations een waardeerende bespreking,¹⁾ en wees hem ter oplossing van de moeilijkheid op Kant: „si Kant a justement objecté cette contradiction à Leibnitz, c'est qu'il la résolvait, sans peine par son système, en rejetant le principe des indiscernables, et sa solution nous paraît satisfaisante”.²⁾

Russell geeft er (1898) antwoord op in 'n artikel, getiteld „Les axiomes euclidiens sont ils empiriques?” Ook hier heerscht de tendenz om vóór alles de genoemde axioma's als empirisch te karakteriseeren. Wel heet het zeer bescheiden: „Je suis bien loin, cependant, de me sentir assuré, que la position est bonne; elle me paraît encore sur la plupart des points, plus probable que toute autre, mais je sens trop les difficultés du sujet pour affirmer dogmatiquement une solution quelconque,”³⁾ maar toch tracht hij te geven: a) een weerlegging van Couturat's argumenten (pg. 759—769), b) een karakteristiek van eigen apriori (pg. 769—772) en c) de positieve gronden voor de meening, dat de Euclidische axiomas empirisch zijn (pg. 772—776).

a. De euclidische ruimte heet een grensgeval; we zouden 't wel kunnen bewijzen, indien de ruimte niet euclidisch was dat ze 't *niet* is, maar niet, indien ze 't is, positief kunnen aantoonen, *dat* ze euclidisch is. Daarmede schijnt de geometrie op de physica te steunen, en komt hij in tegenspraak met zijn critiek op Helmholtz in de Foundations.⁴⁾ Hij verbetert nu de negatieve uitspraken van een jaar vroeger: „Ce que

¹⁾ L.COUTURAT, Essai sur les fondements de la géométrie par Bertrand Russell, Revue de mét. et de mor., VI, 1898, pg. 354/380.

²⁾ a.art., pg. 369.

³⁾ RUSSELL, a.art., pg. 759.

⁴⁾ Foundations, § 71/73.

j'aurais dû dire, c'est que la possibilité de la géométrie ne peut reposer sur la physique. Il faut qu'il soit possible de mesurer des quantités spatiales avant que la Physique devienne possible".¹⁾

Daarna bespreekt hij 't argument dat de relativiteit der ruimte voor hare idealiteit schijnt te bieden. We zagen, dat Russell de eerste aanvaardde; daarentegen vonden we slechts één zwevende uitdrukking²⁾ die deed vermoeden, dat hij een oogenblik sympathie koesterde voor de hypothese die de ruimte een plaats onder „'t gegevene" ontzegt,³⁾ maar zijn empirische staving van de driedimensionaliteit sneed hem dezen weg af. Tegenover Couturat argumenteert hij nu als volgt: Zij die zeggen, dat 't *apriori* duidelijk is, dat de zijden van een driehoek proportioneel kunnen worden verlengd zonder een verandering der hoeken mee te brengen, zouden ook moeten beweren, dat 't evenzoo mogelijk is al de hoeken in 'n bepaalde verhouding te veranderen zonder de zijden wijziging te doen ondergaan. Maar dat is in alle geometrieën onmogelijk. „Nous ne pouvons donc inférer, du fait que la grandeur est relative, l'impossibilité d'une constante spatiale". De relativiteit van de grootte, zooals hij haar verstaat, beteekent uitsluitend: „Que le vrai jugement de quantité n'est pas: „ceci a telle et telle grandeur", mais „ceci est égal à, ou plus grand que ou plus petit que cela" en hij voegt er aan toe, dat de grootte zoo is geschapen door de vergelijking, ofschoon de vergeleken termen welverstaan vóór de vergelijking bestaan. Zij worden slechts quantiteiten

¹⁾ a.art., pg. 762.

²⁾ Mind, VI, 1897, pg. 119, reeds vroeger geciteerd.

³⁾ Onder „'t gegevene" verstaan we het onafhankelijk van onze kenactie bestaande.

krachtens de quantitatieve vergelijking : op zichzelf genomen hebben ze geen quantitatieve eigenschappen. 't Is de contradictie van de relativiteit.¹⁾

Nu berust heel dit betoog op een wonder zwakken grond. Immers is 't niet evident, waarom de bewering, dat 't apriori duidelijk is, dat de zijden van een driehoek proportioneel kunnen worden verlengd zonder verandering van de hoeken, noodzakelijk moet gevolgd worden door de bewering, dat men evenzoo al de hoeken in 'n bepaalde verhouding zou kunnen veranderen zonder de zijden wijziging te doen ondergaan. Immers ook in de niet-euclidische geometrie bepalen de zijden de hoeken en niet omgekeerd.

En niet alleen de basis is hier niet deugdelijk. Inderdaad beteekent* relativiteit in eerster instantie, dat men slechts kan oordeelen : „Dit is grooter of kleiner dan dat”. Maar ook het „dat” waarmee vergeleken wordt, wordt dan *quantitatief* opgevat, en daar dit „dat” wel eens plotseling of geleidelijk *met* alle voorwerpen in de omgeving een vervorming zou kunnen ondergaan,²⁾ is ook deze maatstaf relatief. Niet alleen de meting, maar ook het meetwerktuig is relatief.

b. Vervolgens gaat hij over tot de bespreking van zijn apriori en bevestigt daarbij feitelijk de critiek die we leverden bij „The logic of geometry”. Immers, hier heet het : „je doute que tous ceux qui insistent sur cette distinction (nl. die tusschen logica en psychologie) se fassent une idée exacte de toute sa portée. . . . Du nécessaire il n' existe pas le criterium universel”.³⁾ Hier heerscht verwarring tusschen (innerlijke) ervaring van noodwendigheid en ontleening van noodwendig-

¹⁾ Revue, VI, 1898, a.art., pg. 763.

²⁾ Vrgl. hieronder, § 15, pg. 354.

³⁾ a.art., pg. 770.

heid aan de (uiterlijke) ervaring. Maar ook thans is niet de bewering, dat apriori heet een logische consequentie of conditie van een ander oordeel of van een oordeelenreeks ¹⁾ niet bewezen, dat ook dit apriori zelf logisch kan heeten.

Men bespeurt hier den geleidelijken overgang tot het formalisme. Apriori heet hier niet meer wat onderstelling is voor de mogelijkheid der ervaring, maar wat uitgangspunt is voor een bepaalde reeks van conclusies, los van de ervaring. Kant's (niet zuiver doorgevoerde) verbinding van Leibniz' dichotomie wordt hier versmaad en logische consequentie zal dus tot parallelisme voeren van Gegenstände en 't gegevene.

c. Deze formalistische opvatting van 't apriori is een nieuwe steun voor de hypothese van de realiteit der ruimte; immers de euclidische axioma's schijnen niet noodzakelijk en ze zijn niet logisch verbonden met een ander oordeel welks noodzakelijkheid is toegegeven. En wijl 't synthetisch apriori werd verworpen, blijft bij de loochening van de aprioriteit slechts de aposterioriteit over; maar indien deze voor de euclidische stellingen eenige waarde zal hebben moet de ruimte reëel zijn. Zoo is de euclidische opvatting van de ruimte empirisch te billijken als de eenvoudigste hypothese tot uitlegging der feiten. ²⁾

We zien nu de realiteit der ruimte steeds meer op den voorgrond treden. Ook de relativiteit aanvaardt hij nog, gelijk blijken kan uit een bepreking (1899) van Meinong's werk over de wet van Weber. Ruimtelijke afstand heet daar nog quantiteit en relatie. ³⁾ Maar terwijl de relativiteit vroeger zóó zwaar woog, dat hij een oogenblik scheen over te hellen

¹⁾ ibidem.

²⁾ a.art., pg. 776.

³⁾ Mind, VIII, 1899, pg. 252.

naar de hypothese van 't bestaan van een subjectief element in de localiseering,¹⁾ valt nu de volle nadruk op de realiteit. Zoo blijft de contradictie klemmen; te vermoeden is echter, dat de oplossing ten gunste van het realisme zal uitvallen.

Deze beslissing heeft, antithetisch, Poincaré bijgebracht. Hij treedt 1899 in het strijdperk, „Peut-on soutenir que certains phénomènes, possibles dans l'espace euclidien, seraient impossibles dans l'espace non-euclidien, de sorte que l'expérience, en constatant ces phénomènes, contredirait directement l'hypothèse non-euclidienne? Pour moi, une pareille question ne peut se poser”.²⁾

Russell antwoordt hierop in een artikel, getiteld „Sur les axiomes de la géométrie” (1899), waarvan we weer drie deelen kunnen onderscheiden.

In het *eerste* (pg. 684—696), dat handelt over de „waarheid” der euclidische geometrie, blijkt reeds de onmogelijkheid voor het naief realisme, — dat hij nooit geheel ontrouw is geweest ook niet vóór den tijd, dat hij 't in systeem trachtte te brengen en te verzoenen met Cantor's transfiniete getallen, — het idealisme op een bepaald gebied te begrijpen. In de Riemannsche ruimte, zoo betoogt hij, zou de geheele ruimte een bepaalden inhoud hebben en alle lichaamsvolumina moesten dus kleiner dan deze inhoud zijn. Zoodra we dus weten, dat een lichaam grooter is dan 1 mM^3 , is de mogelijkheid van een Riemannsche ruimte met *kleine* krommingsmaat uitgesloten: het verschil zou dus merkbaar zijn. Evenzoo wordt door het bestaan van driehoeken grooter dan 1 mM^2 de mogelijkheid van een ruimte van Lobatschefskij met *kleine* krom-

¹⁾ Zie boven pg. 246.

²⁾ H. POINCARÉ, Des fondements de la géométrie, Revue de mét. et de mor., VII, 1899, pg. 251/279; 't citaat op pg. 265.

mingsmaat uitgesloten, waardoor ook hier het verschil merkbaar zou zijn. Hij gaat nu uit van de *hypothese*, dat Poincaré aanneemt :

1e. dat de driedimensionaliteit niet een conventie is, en dus slechts euclidische en niet-euclidische ruimten van drie dimensies werkelijk kunnen zijn ;

2e. dat geometrische oordeelen een reële beteekenis *kunnen* hebben ;

3e. dat echter de metrische oordeelen in 't algemeen niet de eigenschappen weergeven van actueele deelen der ruimte, maar alleen 't resultaat dat men door de meting verkrijgt ; dat men dus niet kan beweren, dat de resultaten benaderend juist zijn, maar dat 't een benaderende waarheid is, dat men dit of dat resultaat zal bereiken.

Hij heeft, *van deze hypothese uitgaande*, natuurlijk makkelijk spel, om nu de contradictie in de verbinding van de eerste twee gedachten met de laatste aan te toonen. Poincaré moet toegeven : òf, dat er lichamen met meer inhoud dan 1 mM^3 en driehoeken grooter dan 1 mM^2 zijn, òf, dat al onze metingen ons niet in staat stellen iets anders te leeren dan 't metingsresultaat zelf ; indien 't laatste het geval is, is er dan nog wel grond met metingen voort te gaan, daar toch iedere andere bewerking ons op gelijke wijze zou leeren het resultaat dat ze voortbrengt ?¹⁾

Het dilemma is echter al te licht gesteld : immers Poincaré meent, dat de driedimensionaliteit der ruimte óók een conventie is. Hij wijst (met Russell) de aprioriteit der euclidische ruimte in Kantiaanschen zin af ; maar even-

¹⁾ a.art., pg. 686.

zèer bestrijdt hij Russell's physische (niet te verwarren met physiologische) aprioriteit.¹⁾

Keeren we nog even tot Russell's artikel terug. Het *tweede* deel, (pg. 696—699) handelt over enkele wijzigingen in de axioma's der projectieve geometrie, op raad van Poincaré aangebracht, en is voor ons onderzoek verder van geen belang. Van meer beteekenis is, dat het *derde* deel (pg. 699—707) op Poincaré's vraag, den „afstand" te definieeren, het antwoord brengt, dat dit onmogelijk is, wijl al wat fundamenteel is niet valt te definieeren en „afstand" onder de fundamenteele begrippen der wiskunde behoort.²⁾

Poincaré kan zich daarmee niet tevreden stellen. 't Postulaat van Euclides geeft de gevraagde definitie voor de euclidische geometrie evenals 't postulaat van Lobatschefskij voor de zijne.³⁾

Wellicht had Russell, om eindelijk van de antinomie in zijn stelsel zich te bevrijden, niet langer weerstand kunnen bieden aan den raad zijner twee althans ten deele intuitionistisch-denkende tegenstanders. Maar andere dan geometrische problemen hielden hem bezig. In de dynamica viel hem reeds 1897 op, dat, wanneer een lichaam onderworpen is aan verschillende krachten, geen enkele van de componenten feitelijk optreedt, maar alleen de resulterende versnelling, waarvan ze geen „deelen" zijn. Dit feit maakte een causaalverband als bij de gravitatiewet wordt verondersteld „illusoir".⁴⁾

1) POINCARÉ, Sur les principes de la géométrie, Revue de mét. et de mor., VIII, 1900, pg. 73/86; het citaat pg. 73.

2) RUSSELL, a.art., pg. 700/702.

3) POINCARÉ, a.art., pg. 74.

4) RUSSELL, Principles, pg. VI en VII.

Nu was inderdaad de gravitatiewet een voortdurend raadsel voor de mathematische physica; de natuurwetenschap tracht de vertewerking steeds te verwijderen uit het mechanisch systeem zonder te bedenken, dat hetzelfde probleem bij elken stoot terugkeert, terwijl de natuurphilosophie in haar een toevlucht voor gewaagde speculatie bezat die ze niet gaarne wilde opgeven, nog steeds te weinig levend in het besef, dat, hoewel 't probleem als zoodanig zeker wijsgeerig is, het haar bevoegdheid te buiten ging de stelling te poneeren, dat de gravitatiewet er een onderdeel van vormde. Nu kan men van de relativiteit der ruimte en tijd in de physica en de absoluutheid van ruimte en tijd in de metaphysica uitgaande, de conclusie van Einstein, althans voorzoover ze op die relatieve ruimte- en tijdsbepalingen zien, overnemen, maar ten eerste zou het nog acht jaar duren voor de bijzondere relativiteitstheorie verscheen, en ten tweede bespeurden we in Russell's gedachtengang steeds een rest van naief realisme dat hem zeker thans nog niet praedisponeerde de relativiteit te eindé toe door te denken. Als hij dan ook op genoemde moeilijkheid stuit, herkent hij in haar al spoedig de oude contradictie van de „Foundations”: absolute beweging in een relatieve ruimte is onmogelijk; wijl hij nu niet uit de relativiteit der ruimte tot die der beweging kan besluiten, concludeert hij uit de absoluutheid der laatste dat ook de ruimte der physica absoluut moet zijn.

Een historisch perspectief is hem echter onmisbaar. En waar het dichotomisme van ratio en empirie in zijn stelsel reeds vroeger ons levendig aan Leibniz herinnerde, sprak het vanzelf, dat hij zich aan een nadere bestudeering van dezen zette. Zoo werd echter 't gevaar van tendenz-

studie niet voldoende gemeden en wanneer we dan ook, alvorens de beteekenis van deze studie voor Russell zelf na te gaan, ons eerst afvragen, welke winst de kennis aangaande Leibniz door haar heeft te boeken, dan moet 't antwoord luiden: bijna geen. Want Russell zag wel in, dat de consequentie van Leibniz' monadologie in de „Kritik der reinen Vernunft" lag, met haar leer van de synthese-apriori en (in nuce) de erkenning van het limitatief karakter der absolute ruimte. Nu heeft hij tegen de eerste in de arithmetiek voorloopig nog geen bezwaar,¹⁾ maar des te meer, gelijk we zagen, tegen de laatste, en daarom wil hij vóór alles de plaatsing van de ruimte in de kenleer bij Leibniz becritiseeren. Een grove fout is nu in heel den opzet van de „Critical exposition of the philosophy of Leibniz," dat hij diens werken *niet bestudeerde in historische volgorde*. Zelf verhaalt hij, hoe hij bij de voorbereiding van een cursus over Leibniz' stelsel de Monadologie (1716) niet saamhangend vond en daarna de Discours de Métaphysique (1686) en de briefwisseling met Arnauld (1686/1690) las.²⁾ Maar ook afgezien hiervan, deze wonderlijke methode had hem dan althans er toe moeten brengen de Monadologie door de genoemde geschriften te verklaren. Nog gewaagder wordt deze werkwijze, nu hij, niet geleerd door eigen ervaring, niet eens de vraag stelt, of deze werken die alle uit de periode na 1686 stammen, wellicht niet weer genetisch moeten verklaard uit de nog vroegere, maar zich eigendunkelijk tot deze beperkt.³⁾ Ware nu alles daarin

¹⁾ Philosophy, pg. 19.

²⁾ a.w., Preface VII.

³⁾ a.w., pg. 3.

voor Russell sluitend geweest of had hij reden om te vermoeden, dat er inderdaad bij Leibniz sedert 1663 niets veranderd was, dan had ook dit verzuim zijn resultaat nog ongemoeid kunnen laten, maar hij begint met twee inconsequenties te constateeren: Leibniz heeft ten eerste gevreesd meeningen te verkondigen die in strijd waren met de gedachten van zijn tijd en handhaaft daarom nog de leer van Gods bestaan en de zonde. „Where such inconsistencies are found, we, who do not depend upon the smiles of princes, may simply draw the consequences which Leibniz shunned.”¹⁾ Maar daarmee wordt de Theodicée geschrapt of een falsificaat van Leibniz zelf! En toch, hoewel de grondslag der critiek de betrouwbaarheid der overlevering is²⁾, en er dan toch wel deugdelijke gronden mochten worden aangevoerd om in dit geval de onbetrouwbaarheid tastbaar te maken, is Russell's eenig bezwaar, dat een en ander niet overeenstemt met zijn hypothese! Gezonde critiek zou dan echter kunnen vragen, of die hypothese reeds hierom niet moet worden opgegeven. Dit laatste bezwaar treft ook de tweede soort inconsequenties die hij bij Leibniz bespeurt: „The premisses themselves, though at first sight compatible, will be found, in the course of argument, to lead to contradictory results.”³⁾ Want zijn de praemissen wel inderdaad die, welke Russell meent? En indien dit al zoo is, is 't dan onmogelijk de contradictie, die Leibniz natuurlijk ook wel eens niet zou kunnen hebben opgemerkt, dan althans genetisch te verklaren? Ook

¹⁾ ibidem.

²⁾ J. WOLTJER, Overlevering en Critiek, 1886, pg. 10.

³⁾ a.w., pg. 4.

hier is de overlevering, en wel in haar *historische* volgorde, grondslag voor de critiek.

Op twee hoofdpunten moge nu aangetoond, hoe de verkeerde methode *tot onjuiste resultaten* leidde. Op pg. 43 wordt herinnerd aan Leibniz' opvatting van de substantie als het blijvende dat niet praedicaat is, wat duidelijk uitkomt is zijn stelling, dat indien de ruimte reëel was, wat hij loochent, ze een substantie zou zijn, daar ze stand houdt in den tijd en niet praedicaat is. Wel wat naïef voegt Russell daaraan in een nootje toe: „In his youth Leibniz was inclined to admitt space as a substance.” Inderdaad, deze opmerking is juist, gelijk we zagen in ons historisch overzicht.¹⁾ Maar hoe wordt dan deze verandering verklaard? In 1699 heet het: „tempus non magis minusve est ens rationis quam spatium. Co-existere et prae- aut postexistere reale quid sunt.”²⁾ In de leer der successie kon ik nergens een verandering bespeuren: ze was en bleef bij Leibniz steeds reëel. Indien nu echter ruimte (en tijd) in de eerste periode reëel heeten,³⁾ maar dit later wordt ontkend, dan is dat niet minder dan een overgang van naïef realisme tot een praeformatie van Kant's intuitionisme. Russell zag dit niet in door veronachtzaming van de historische methode.

In nauw verband daarmee staat de tweede quaestie die we wilden belichten: Russell vat Leibniz' leer van het continu in vijf punten samen:

1e. Niets is absoluut reëel dan ondeelbare substanties en hare veranderlijke toestanden. Dit is een gevolg van de grond-

¹⁾ Zie boven, § 3, pg. 58/64.

²⁾ GERHARDT, a.w., II, pg. 183.

³⁾ Zie boven, § 3, pg. 58/61.

stelling: *praedicatum inest subjecto*, gelijk Russell zelf er aan toevoegt.

2e. Wat ons als materie verschijnt is reëel, hoewel *als* materie verschijning van de daarin verschijnende realiteit.

3e. Materie, wijl verschijnsel, is een aggregaat, en wel een aggregaat van een oneindig aantal deelen.

4e. Een aggregaat kan geene realiteit hebben buiten die welke is afgeleid van zijn componenten, daar alleen substanties reëel maar tevens ook ondeelbaar zijn.

5e. Indien de realiteit van wat materie schijnt moet gehandhaafd, moet die bestaan uit een oneindige hoeveelheid van ondeelbare substanties.¹⁾

Stellingen 1, 2 en 4 zijn onmiddellijk uitvloeisel van de *metaphysisch* opgevatte monadologie, die betrekkelijk reeds vroeg bij Leibniz aanwezig is, althans in kern. Nu stelt Russell het volgend dilemma: Indien de veelheid van het aggregaat *alleen* in den waarnemer ligt, dan kunnen er niet vele waarnemers zijn en stort de monadologie ineen. Indien daarentegen de veelheid *niet* alleen in den waarnemer ligt, dan bestaat er een oordeel dat niet te herleiden is tot den subject-*praedicaat*-vorm; de basis voor het gebruik van de substantie is vervallen, en Leibniz moet oneindige aggregaten aannemen, met al hun contradicties.²⁾

We hebben er niets tegen in te brengen indien werkelijk het „*praedicatum inest subjecto*” grondslag was voor Leibniz' *metaphysica* en *kenleer* beide. Want deze verbinding is onhoudbaar. Maar treft deze critiek wel doel tegenover Leibniz' *monadologie*? We meenen van niet, maar alleen tegen

¹⁾ a.w., pg. 114/115.

²⁾ a.w., pg. 117.

de evenwijdigheid van denken en zijn. Maar dan had R u s s e l l toch wel eerst eens mogen onderzoeken, of ook hier niet een historische ontwikkeling valt waar te nemen. De vijf stellingen te samen geven wel L e i b n i z' standpunt weer *vóór* 1695. Zoo vindt men stelling 5 terug in het bekende citaat uit een brief aan F o u c h e r : „Je suis tellement pour l'*infini actuel*, qu'au lieu d'admettre que la nature l'abhorre, comme l'on dit vulgairement, je tiens qu'elle l'affecte partout, pour mieux marquer les perfections de son auteur. Ainsi je crois qu'il n'y a aucune partie de la matiere qui ne soit, je ne dis pas divisible, mais actuellement divisée, et par consequent, la moindre particelle doit estre considerée comme une monde plein d'une infinité de creatures différentes.”¹⁾ Maar dit schrijven dateert dan ook uit 1693, dus uit den tijd toen hij wel de realiteit der ruimte reeds ontkende, maar nog niet door de ontwikkeling van de in de monadologie impliciet gegeven causaliteitsopvatting (1695) het gevaar had ingezien waarmee de parallelie van denken en zijn het systeem bedreigde. In later tijd loochent hij dan ook uitdrukkelijk het *infini actuel*. Men lette vooral op het onderscheid tusschen oneindigheid van „dingen” en die van substanties en aantal : „A proprement parler”, zoo schrijft hij in de *Nouveaux Essais* (1710), „il est vrai qu'il y a une infinité de choses, c'est à dire qu'il y en a tousjours plus qu'on n'en puisse assigner. Mais il n'y a point de nombre infini ny de ligne ou autre quantité infinie, si on les prend les veritables Touts, comme il est aisé de demonstrier. Les écoles ont voulu ou dû dire cela, en admettant un infini syncategorematicque, comme elles parlent, et non pas l'*infini catégorématique*. Le *vray infini* à la rigueur n'est

¹⁾ GERHARDT, a.w., I, 416.

que dans l'*absolu* quiest antérieur à toute composition, et n'est point formé par l'addition des parties." ¹⁾ Deze „choses" zijn dus niet eenheden — die bestaan vóór het geheel, — maar onbepaalde inferiora van psychische geheelen, welks componenten *niet* bestaan voor het geheel. Zoo kan men voor „choses" substitueeren „punt" of „moment" en de zin wordt terstond duidelijk. 't Lichaam is echter niet substantie, maar substanties, en de uitgebreidheid is niet anders dan een web van relaties tusschen deze leden. Elk dezer leden als substantie heeft weer een phaenomenon in de materie. Deze phaenomena vormen niet een nieuwe eenheid dan alleen voor den waarnemer. ²⁾ De materie, wijl verschijnsel, is niet een substantie, maar een relatie. Zoo kan met het „actu in infinitum divisum etsi nulla pars spatii assignabilis materia vacet" ³⁾ slechts de oneindige reeks der reële relaties zijn bedoeld, tusschen de substantie en hare relaties liggend, want ter verduidelijking volgt terstond: „Spatium infinitis modis a materia in partes actu divisa repletum intelligi potest." ⁴⁾ Maar een relatie heeft geen deelen, maar slechts leden: het „divisa" is hier dus cum grano salis te verstaan en R u s s e l l's vierde stelling, hoewel voor de periode vóór 1695 juist, is voor de daaropvolgende onjuist geformuleerd. „Argumenta contra infinitum actu supponunt, hoc admisso dari Numerum infini-

¹⁾ GERHARDT, a.w., V, pg. 144. Zie ook V, pg. 209, (1710).

²⁾ De juist opgevatte goede gedachte laat hij hier weer vallen. Uitgebreidheid is niet een (derderangs)relatie tusschen organen, maar tusschen dingen; de monadologie moet aangevuld met de Platonische ideeënleer: het lichaam is substantie, organisme, niet substanties, maar een synthese van organen. De uitgebreidheid is een relatie tusschen psychische en physische substantie, tusschen onruimtelijk en ruimtelijk verschijnende idee.

³⁾ a.w., II, pg. 278.

⁴⁾ a.w., II, pg. 279.

tum, item infinita omnia esse aequalia. Sed sciendum, revera aggregatum infinitum neque esse unum totum, aut magnitudine praeditum, neque numero constare" „Accurateque loquendo, loco numeri infiniti dicendum est plura adesse, quam numero ullo exprimi possunt" ¹⁾ (1706), m.a.w. er bestaat niet een oneindig aantal substanties, maar wel bestaan er oneindig deelbare relaties; ook hier gaat het om denkmogelijkheid, niet om 't „gegevene". Relaties kunnen wel „gegeven" zijn, maar dan als ondeelbare eenheid. 't Duidelijkst zet *Leibniz* nog zijn meening uiteen in een ander schrijven van 1706: „*Datur infinitum syncategorematicum* seu potentia passive partes habens, possibilitas scilicet ulterioris in dividendo, multiplicando, substrahendo, addendo progressus. *Datur et infinitum hypercategorematicum* seu potestativum, potentia activa habens quasi partes, eminenter, non formaliter aut actu. Id infinitum est ipse Deus. Sed *non datur infinitum categorematicum* seu habens actu partes infinitas formaliter. Datur etiam infinitum actuale per modum distributivi, non collectivi. Ita de omnibus numeris aliquid enuntiari potest, sed non collective. Sic dici potest cuilibet pari respondere suum imparem, et vicissim; sed non ideo accurate dicitur aequalem esse multitudinem parium et imparium". ²⁾

Zoo laat hij met handhaving van den term „infini actuel" door nadere toevoegingen toch de spreuk „finitum non est capax infiniti" ten volle recht wedervaren. Was de derde stelling voor de periode na 1695 onjuist geformuleerd, de vijfde is voor dien tijd geheel foutief. *Russell had ook dit*

¹⁾ a.w., II, pg. 304/5.

²⁾ a.w., II, pg. 314/315, noot.

kunnen ontdekken door meer met de geschiedenis te rekenen.

Vragen we ons nu af, wat dit werk ons van Russell zelf verhaalt. Uit het reeds geciteerde van pg. 117 ¹⁾ mogen we afleiden, dat hij het der monadologie euvel duidt, dat ze niet voor metaphysica en kenleer gelijkelijk opgaat. Indien dit verwijt iets zal beteekenen, moet het de conclusie zijn van de volgende praemissen : Major : Een stelsel dat niet voor metaphysica en kenleer gelijke principia aanvaardt, is niet consequent. Minor : Leibniz' stelsel gaat mank aan dit euvel. Conclusie : Dan is Leibniz' stelsel inconsequent. De major, hoewel m.i. niet juist, is voor Russell karakteristiek. Immers de evenwijdigheid van denken en zijn ligt er aan ten grondslag evenals aan heel zijn hypothese aangaande Leibniz' systeem. Want wat zich hier in 't klein voordeed, herhaalt zich in heel zijn werk in 't groot : Hij meent nl., dat de metaphysica bij Leibniz parallel loopt met zijn kenleer en wijl *deze bepaalde* leer van het zijn niet overeenstemt met *dit bepaalde* stelsel aangaande het denken, moeten beide vallen : en de subject-praedicaatlogica en de monadologie. De contradictie spitst zich nl. voor hem in deze tegenstrijdige eischen van beide toe : de logica postuleert met het „praedicatum inest subjecto,” dat de som der praedicaten iets minder zij dan de substantie, terwijl de metaphysica in het principium identitatis indiscernibilium haar daarmee gelijk stelt. Wij voor ons meenen, dat het laatste principie, wijl een min of meer verkapte toepassing van de denknorm in het principium identitatis op de *ontologie*, moet verworpen, terwijl slechts te handhaven is de geldigheid van 't principium contradictionis voor de „werkelijkheid,” d.i. die wereld waarin denken en

¹⁾ Zie hierboven, pg. 270, n. 2.

zijn reeds een synthese aangingen, maar R u s s e l l verwerpt deze oplossing. Geheel afgezien van het gebrekkig historisch vooronderzoek, had hij nog niet beide leden der parallel behoeven te verwerpen: hij had de parallelie zelve kunnen loochenen en dan òf het principie òf de logica kunnen handhaven, òf beide trachten te verbinden. Maar reeds het feit, dat hij de subject-predicaatslogica laat vallen, en het principie der identiteit op het gegevene geldig acht, toont, hoe aan zijn critiek het beginsel ten grondslag ligt, dat logica en metaphysica parallel *moeten* loopen, en dat hij, omdat deze parallelie hier wordt gemist, L e i b n i z' systeem verwerpt.

Had hij slechts beter de historie gevolgd, dan had hij bij L e i b n i z, wel niet in de periode van 1672—1695, noch daarna, maar in diens eerste werken veel gevonden van zijn gading. Daar immers liggen empirie en ratio geheel onverzoend naast elkander en hierin is R u s s e l l volkomen zijn leerling. Maar hij had dan ook kunnen zien, hoe L e i b n i z' monadologie werd ontworpen juist opdat ze een verzoening mocht bieden, daar immers de monade het vinculum substantiale vormt van de praedicaten die volgens zijn vroeger nominalisme slechts in den menschelijken geest werden verbonden. De monade moet de substantie onderscheiden van het aggregaat. Maar juist daarom geldt de subject-predicaat-theorie ook alleen in de metaphysica. Een onafhankelijk bestaan hebben de relaties daar niet, maar ze worden herleid tot reële praedicaten van referens en relatum. Abstraheert men echter de relaties van de relata, de praedicaten van de substanties, dan houdt men slechts reeksprincipia, begrippen over. Grootte en kleinheid zijn niet dingen maar in de dingen immanente relatieprincipia, die eerst extramentaal voorkomen waar de variabele een bepaalde waarde verkreeg. Oordeelen *over dingen*

buiten ons hebben daarom steeds een subject en een praedicaat, daar ook in den eenvoudigsten vorm „A is b”, b een relatie weergeeft tot het Ik of direct of indirect (een relatie R van A tot B die het Ik waarneemt door de relatie r van deze relatie R tot het Ik). Voor de monadologie is het echter onmogelijk ook in de kenleer van de subject-praedicaattheorie uit te gaan, daar dan de *extramentale* substanties met hare relaties weer plotseling intramentale reeksprincipia zouden worden en het solipsisme onvermijdbaar is. Nu is *pantheïsme niet anders dan solipsisme Gods*. Daar Russell nu uitgaat van de hypothese, dat de grondslag der subject-praedicaattheorie *logisch* is, komt hij tot de in *dit verband* juiste critiek, dat Gods bestaan als eenig subject niet gepaard kan gaan met het *kennen* van relaties tusschen andere subjecten: „But as applied to relations, the view has, in Leibniz' case, a special absurdity; namely, that the relational propositions, which God is supposed to know, must be strictly meaningless. The only ground for denying the independent reality of relations is, that propositions must have a subject and a predicate. If this be so, a proposition, without a subject and a predicate must be no proposition and must be destitute of meaning. But it is just such a proposition which, in the case of numbers, or of relations between monads, God is supposed to see and believe. God, therefore, believes in the truth of what is meaningless. If the proposition which he believes, on the other hand, be truly a proposition, than there are propositions which do not have a subject and a predicate.” ¹⁾ We geven, als gezegd, onmiddellijk de juistheid van dit betoog toe, daar Leibniz werkelijk heeft geleerd, dat God centraalmonade is. Dit

¹⁾ RUSSELL, a.w., pg. 14/15.

is echter niet juist. Indien God metaphysisch de eenige substantie is, dan kan hij alle modificaties van Zijn Wezen niet kennen, of weer moeten zijn en denken parallel loopen, wat strijdt met de grondgedachte van de monodologie, die in het zijn veel meer ziet dan in het denken. Pantheïsme en monodologie vormen dus onverzoenlijke tegenstellingen: God kan niet zijn de centraal-monade. Is de mensch metaphysisch subject, dan is hij geen modificatie Gods, òf de bewering, dat Hij subject is maakt zich schuldig aan verdingliching van praedicaten.

Russell's hypothese blijkt dus ook hier onjuist. Hij verwerpt op grond van zijn juiste critiek, echter bevangen door de onjuiste hypothese, de subject-predicaattheorie; ¹⁾ dit beteekent een principieele verwerping van het substantiële door het naïeve realisme: ²⁾ de relatie viert haren triomf over de substantie en wordt zelf verdinglicht.

Maar wanneer de ruimte actueel bestaat, en 't empirisch althans benaderend te bewijzen valt, dat ze driedimensionaal en euclidisch is, dan vertegenwoordigen de meerdimensionale en niet-euclidische geometrieën niet meer mogelijke aanschouwingsvormen van andere wezens, maar slechts systemen bestaande in conclusies uit enkele axiomas; deze systemen zijn daarom willekeurig wijl men als axioma kan vaststellen wat men wil. Niet de *grondslag* der euclidische geometrie wordt als 't gegevene geanalyseerd met de vraag: stel nu dat één, resp. twee enz. axiomas niet golden, hoe zou dan onze ruimte-aanschouwing zijn? — maar deze is zelf hier slechts een stellingencomplex, en indien men axiomas aanneemt van geheel anderen aard, dan zal nog een complex blijven. De inhoud der axiomas is on-

¹⁾ a.w., pg. 15.

²⁾ a.w., pg. 126.

verschillig, we hebben alleen op de relaties der leden van het complex zelf te letten; de (relatie-)logica is in de wiskunde het eenige. En wijl de inhoud der axiomas er niet toe doet, is de mathesis een wetenschap in welke men nooit weet waarvan men spreekt, en daar ook de logische norm, hier als denkwet genomen, toevallig is, en slechts op hare relatie tot andere oordeelen en niet op haar inhoud valt te letten, weet men ook niet, of dat wat men zegt *waar* is. ¹⁾

De mathesis handelt dus over niets anders dan relaties en vandaar, dat de technische volmaking der relatielogica nu zijn aandacht vraagt: in dezen geest levert hij critiek op het symbolisch schrift van Peirce en Schröder; de grondgedachte van het eerste artikel van zijn hand, geplaatst in PEANO's tijdschrift, is de poging de relatie als groundbegrip in de symbolische logica in te voeren. ²⁾ De actueele oneindigheid blijft echter moeite baren, want al definieert men een oneindige classe door de eigenschap dat ze een deel insluit dat aan haar gelijk is, men slaagt er niet in te bewijzen, dat het deel, dat men verkrijgt door een enkel individu weg te nemen, gelijk is aan de geheele classe, wat noodlottige gevolgen heeft voor de theorie der eindige getallen; definieert men haar daarentegen door de eigenschap, dat ze aan zichzelf gelijk blijft wanneer men aan haar een term toevoegt, dan sluit men de classe van alle individuen uit, daar men aan deze classe niets kan toevoegen. ³⁾ Toch kan men ook niet twee definities van 't oneindige toelaten, maar slechts één, de andere

¹⁾ RUSSELL, Recent work on the principles of Mathematics, in The international Monthly, IV, I, pg. 84, Juli 1901. Vrgl. bij deze bewering de critiek van DESCARTES op 't formalistisch element in LULLUS' systeem, Oeuvres, ed. Cousin, I, 1824, pg. 140.

²⁾ Sur la logique des relations, t.a.p., pg. 116.

³⁾ a.art., pg. 135.

moet men dan bewijzen of als axioma invoeren.¹⁾ In „On the notion of order” erkent hij onbewimpeld den invloed van Cantor en is het nu, in tegenstelling met vroeger, geheel met dezen eens.²⁾ De orde heeft het in de mathesis gewonnen van de quantiteit, en 't beginsel van de arithmetiek is de correlatie. De orderelatie wordt gekenmerkt door een eigen inhoud (sense) en tegengestelde richting van uit den zelfden Gegenstand (term) (1e: Met ARB bedoelen we iets anders dan met BRA en 2e: In $AR_1 BR_2 C$ zijn R_1 en R_2 ten opzichte van B tegengesteld indien ABC een orde aangeeft); daarna worden de termen symmetrisch, asymmetrisch etc. ingevoerd; de orderelatie is asymmetrisch transitief, maar de laatste eigenschap geldt niet apriori voor Cantor's aftelbare reeksen.³⁾ Hij vestigt de aandacht nu op het feit, dat, als A links is van B en B rechts van A , A en B verschillen en toch ook niet kunnen verschillen (wanneer ze b.v. twee individuen van dezelfde soort zijn). Dit voert tot contradictie, die alleen is te vermijden wanneer de relaties „ultimate” en „external” zijn. We merken op, dat dit in 't algemeen juist is indien men onder „external” het extramentale reële karakter der relaties verstaat, maar wat reëel is, is nog niet een *ding*. Maar daarmee is alleen bewezen, dat aan onze ruimtegewaarwording drie bepaalde orden ten grondslag liggen en wel:

- 1e. het verband van lichaam en ziel;
- 2e. het verband tusschen de deelen van het aan onze waarneming gegeven object;
- 3e. het verband tusschen denken en zijn.

¹⁾ Later kiest hij voor het tweede alternatief: vrgl. hieronder, pg. 313; hier nog niet.

²⁾ a.art., pg. 30.

³⁾ a.art., pg. 32.

Russell beweert nu terecht, dat deze laatste relatie zóó moet zijn, dat aan een relatie in 't denken ook een relatie in 't zijn moet beantwoorden. Maar hij begaat een *petitio principii* ten bate van het naieve realisme, indien hij, vergetend, dat kennen zelf een relatie is, de derde relatie aan de tweede parallel acht. Dit wreekt zich: hij moet daardoor nu komen tot het actueel oneindige en de logische opvatting van de *mathesis*. ¹⁾

Kenmerkend voor deze nieuwe periode is dan ook het gewijzigd standpunt tegenover Lotze. Merkten we boven ²⁾ op, dat zijn critiek op Lotze in de „Foundations” van ondergeschikt belang was, in een artikel 1901 in *Mind* geplaatst onder den titel: „Is position in time and space absolute or relative?” ³⁾ is het principieele verschil van naief en critisch realisme in de ruimtetheorie in geding. Om Russell's tegenwerpingen naar waarde te kunnen toetsen gaat hier telkens de aangevallen plaats van Lotze voorop. Het debat splitst zich in 6 deelen.

1. Lotze zegt: „sie (alle Beziehungen) *sind* nur entweder als Vorstellungen in einem beziehenden Bewusstsein oder als innere Zustände in den realen Elementen, die, wie wir zu sagen pflegen, in ihnen stehen.” ⁴⁾

Hiertegen voert Russell aan: „If I believe A to be B's father, when this is not the case, my believe is erroneous ;

¹⁾ a.art., pg. 45. Met deze nieuwe relatietheorie verwerpt hij (a.art., pg. 40, noot) de eigen monadologische constructie van „On the relations of number and quantity.” (Zie boven, pg. 246.) In de „Théorie générale” ontwerpt hij, als een „vertaling” van het artikel over „Order”, een begripsschrift, waarin hij de resultaten van Peirce en Schröder verbindt met zijn critiek.

²⁾ Zie boven, pg. 250/257.

³⁾ Later overgedrukt in *The principles*, pg. 445/455.

⁴⁾ LOTZE, a.w., pg. 208, § 109.

and if I believe A to be west of B, when westerliness in fact exists only in my mind, I am again mistaken." ¹⁾

We merken op, dat Russell hier op één lijn stelt 't ongegrond geloof in 't *bestaan* van een causale en tijdelijke relatie (vader-zoon) en 't aannemen van een subjectief element in de ruinterelaties. Maar Lotze onderscheidt in en na 1879 ²⁾ juist beide zeer sterk; de tijd in den zin van successie is objectief, de ruimte mede-subjectief; heb ik dus een subjectieve opvatting van een causale relatie, dan behoort deze te correspondeeren met de objectieve relatie, wil ze „waar” zijn; is daarentegen de ruimte te danken aan relatie van psyche en physis, dan kan de waarheid van een oordeel over ruimte-relaties slechts afhangen van de te eischen correspondentie met deze relaties; en men kan 't bovendien eenzijdige „exist only in my mind” niet met „is not the case” gelijk stellen, tenzij men reeds van te voren beide meent te mogen vereenzelvigen door aan „exist” de beteekenis toe te kennen: „niet-mede door 't subject bepaald relatief bestaan”.

Evenzoo raakt zijn critiek Lotze niet, als hij beweert: „the mere admission that there are internal states of different things *destroys* the theory that the essence of relations is to be found in these states” want Lotze spreekt niet van *essentie* maar steeds van *existentie* der relaties, ook van de objectieve successieve. De *essentie* van de dingen is „Geistigheid”; de *existentie* is relatie. Russell wil hier de onmogelijkheid van het principium identitatis indiscernibilium op monadologisch standpunt aantoonen, maar Lotze noemt twee *dingen* gelijk indien beider idee, beider wet gelijk

¹⁾ RUSSELL, a.art., pg. 308.

²⁾ Zie hieronder, § 14, pg. 346.

is ; ze kunnen dan in de relaties verschillen ; zoo zijn b.v. twee honden van hetzelfde ras *gelijk* en toch niet identisch ; het *wezen* is gelijk, de objectieve en mede-subjectieve relaties verschillen. Alleen zoo is de individualiteit te handhaven.

2. Lotze vervolgt : „die Vorstellung aber, dasz er (sc. der Raum) so liegen bleiben würde, auch wenn keine Anschauung wäre, vor der er sich ausbreitete, ist eine Folgerung, die sich schwer bestreiten lässt, weil sie nicht sagt, worin denn dann noch das behauptete Sein dieses Raumes bestehen würde, wenn es weder das wirkungsfähige Sein eines Dinges noch die bloße Geltung einer Wahrheit noch ein Vorgestellt werden durch was sein soll”.¹⁾

Russell's critiek splitst zich hier in drieën naar het drieërlei zijn dat Lotze hier onderscheidt.

A. „it may suffice to point out that, since existence and activity are logically separable, the supposition that something which is not active exists cannot logically absurd”.²⁾

Bezien we dit argument nader, dan treft ons, dat bij Lotze, en waarlijk bij hem niet alleen, maar bij heel het atomistisch dynamisme, dat het eenige houdbare standpunt in de physica moet heeten, het bestaan van een niet alleen feitelijk maar ook potentieel-niet-actief (wirkungsfähig) iets een contradictie is. Wat Russell hier dan ook beweert is niet minder dan de oude theorie van 't naieve realisme ; bestaan en denken stemmen overeen ; logische onderscheiding loopt parallel aan physische scheiding. Zoo staan hier tegenover elkander de twee theorieën der kennis : afbeelding of reactie. Aangaande deze twee is van theistisch standpunt op te merken :

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 208/9, § 109.

²⁾ RUSSELL, a.art., pg. 311.

a. Wat zou teleologisch wel het doel kunnen zijn van een globus intellectualis?

b. De kennis ontstaat uit *wisselwerking*, maar dan is *werking* = actie en reactie, of ze ontstaat parallelistisch, maar wordt dan gedrukt door al de bezwaren die tegen het parallelisme zijn in te brengen.

B. „validity is not a kind of being, but being belongs to valid and invalid propositions alike”.¹⁾ Deze gedachte heeft Russell later tot uiterst gewichtige consequenties gevoerd, die in 't vervolg nog ter sprake komen. Hier volsta de opmerking, dat de betwisting van een afzonderlijk „zijn” aan de „geldigheid” van waarheden hoogstens Lotze's drieledige onderscheiding tot een tweeledige maakt, maar daarmee heeft de realiteit der ruimte weinig uitstaande. Indien 'k beweer, dat *a niet* onder *b* valt en daarbij tien soorten van *b* onderscheid, verandert er niets in mijn betoog indien een van die onderscheidingen verval.

C. Van meer belang schijnt de volgende opmerking: „the whole theory rests, if I am not mistaken, upon neglect of the fundamental distinction between an idea and its object.”²⁾

Nu sta op den voorgrond dat hier inderdaad de vinger op de wonde van het idealisme wordt gelegd. Alleen maar, zulk een algemeen argument kan niet beslissen in de quaestie, of de ruimte al of niet onafhankelijk van het subject bestaat. De strijd tusschen Russell en de realistische aanhangers van de leer, dat de ruimte een aanschouwingsvorm is, loopt niet over de vraag, of voorstelling en object verschillen, want daarin zijn beide het eens, maar over die andere: *of aan*

¹⁾ a.art., pg. 311.

²⁾ a.art., pg. 312.

iedere voorstelling een objectief bestaan beantwoordt. Krachtens zijn oorsprong uit het absoluut illusionisme moet het naief realisme hier met een „ja” antwoorden. Immers voor het eerstgenoemde stelsel bestaan alleen voorstellingen; vervalt het nu door de aanvaarding van Cantor's theorie eenerzijds en anderzijds door de reductie ad absurdum van het illusionisme tot solipsisme, dan slaat het om in naief realisme, maar dit moet dan, uitgaande van de realiteit der voorstellingen, een aan deze parallele extramentale realiteit aan *elk* der voorstellingsinhouden toekennen. Aan de voorstelling zonde, oneindig en ruimte *moet* beantwoorden de niet mede door het subject bepaalde, niet-relatie-zijnde realiteit van de zonde, van het actueel oneindige en van de ruimte.

Zulk een stelsel nu is voor het Christelijk theïsme, dat in de zonde een *privatio actiosa* ziet en de realiteit van het actueel oneindige loochent,¹⁾ onaannemelijk. Voorstelling en object moeten onderscheiden, maar er zijn voorstellingen waaraan slechts een mede van het subject afhankelijk zijn beantwoordt. En daarom is voor het Christelijk theïsme de vraag, of aan de ruimte-voorstelling een onafhankelijk of in dezen zin door 't subject mede-bepaald zijn correspondeert, niet apriori te beantwoorden. Beide is *apriori* mogelijk en Russell's argumenten, van aprioristisch standpunt ingebracht, kunnen niet overtuigen.

3. Lotze's uiteenzetting vervolgt dan: „Die völlige Gleichheit aller leeren Punkte bringt es aber im Gegenteil

¹⁾ Om alle misverstand te voorkomen zij hier uitdrukkelijk opgemerkt dat actueel hier beteekent: voltooidheid der telling van een verzameling van een bepaald aantal Gegenstände, bestaande in tijd of in tijd en ruimte, en *niet*: actief. God is noch discreet, noch tijdelijk, noch ruimtelijk, daarentegen wel actief.

mit sich, dasz p und q keine andere Relation zwischen sich bedingen können, als jede beliebige zwei andern Punkte auch".¹⁾

Russell critiseert hier: „Before two objects can differ as to predicates they must already be two, and thus the immediate diversity is prior to that obtained from diversity of predicates.”²⁾ Dan volgt het wonderlijke betoog, dat dus punten niet gelijk zijn. De tegenovergestelde meening is te danken aan een „psychological illusion” die te wijten is aan het feit, dat we ons niet een punt kunnen herinneren zoodat we haar kennen wanneer we haar weer ontmoeten. Tusschen punten die ons tegelijk gegeven zijn is het makkelijk te onderscheiden, maar hoewel we ons voortdurend bewegen en dus tusschen nieuwe punten komen, zijn we in 't geheel niet in staat dit feit door onze zintuigen te ontdekken en we herkennen plaatsen alleen aan de objecten die ze bevatten. „But these seems to be a mere blindness on our part—there is no difficulty so far as I can see, in supposing an immediate difference between points, as between colours, but a difference which our senses are not constructed to be aware of”.³⁾

Het zal wel waar zijn, dat punten niet zintuigelijk te onderscheiden zijn, en niet minder waar is 't, dat er onderscheidenheden zijn die we niet zintuigelijk kunnen waarnemen, b.v. sommige corpuscula in chemische stoffen, maar een open vraag blijft nog, of punten en zulke corpuscula niet onderling en wel principieel onderscheiden zijn, de eerste ruimtelijk zijn, de tweede niet. Een punt is niet voor te stellen, slechts te *denken* als de grens van een actueel-nooit-volvoerde deeling eener lijn. Men ziet, hoe nauw de loochening van het actueel-

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 212, § 111.

²⁾ RUSSELL, a.art., pg. 313.

³⁾ ibidem.

oneindige samenhangt met de erkenning dat de ruimte iets kan zijn dat afhankelijk is van het subject der kennis, en C a n t o r's leer met de ontkenning van deze stelling.

4. L o t z e beweerde: „In der Tat aber, damit der Raum sei, musz alles das Einzelne *geschehen*, was wir hier erwähnt haben: jeder Punkt musz sein, und das Sein eines jeden, obgleich er jedem andern gleich ist, musz darin bestehen, dasz er sich von jedem anderen unterscheidet, und sich zu jedem, jedem zu sich eine unveränderte Stellung anweist”.¹⁾

Ook in de critiek hierop komt duidelijk de psychomonistische oorsprong van het naieve realisme uit: „To reduce the relations of points to interactions, on the ground that interaction is the type of all relations, is to display a complete incapacity in the simplest problems of analysis. The relations of points are not interactions, any more than before and after or diversity or greater and less, are interactions. They are eternal relations of entities, like the relation of 1 to 2 or of interaction itself to causality. Points do not *assign* positions to each other, as though they were each other's pewopeners: they eternally have the relations which they have, just like all other entities.”²⁾

Uitgezonderd „greater” en „less” die tot de hier in quaestie zijnde ruimteverhoudingen behooren, vallen al de genoemde relaties onder de *logische*; ook causaliteit en getallen staan slechts in *logische* verhouding volgens het psychomonisme. Deze logische verhoudingen worden nu geprojecteerd tot extramentale realiteit en het bovenstaande citaat dat spreekt van eternal relations (in de physica, sic!) is verstaanbaar geworden.

¹⁾ LOTZE, a.w., pg. 211, § 110.

²⁾ RUSSELL, a.art., pg. 315.

5. Steeds duidelijker blijkt, dat de partijen te ver van elkander verwijderd zijn om wederzijdsch verstaan nog mogelijk te maken. Lotze's *viijfde* argument luidt: „Gesetzt nun, ich könnte mir darunter etwas denken, dasz Punkte nur thatsächlich in Beziehungen stehen, ohne sie durch das, was sie sind, zu erzeugen oder zu unterhalten, so würde ich doch gelten machen müssen, das jede nur als Thatsache gegebene Wirklichkeit ¹⁾ sich wenigstens im Denken aufheben und ihr Nichtsein sich annehmen lässt. Nun verzichten wir nicht bloss alle darauf, in der wirklichen leeren Raum ein wirkliches Loch zu machen, sondern auch im Denken mislingt der Versuch, einen der leeren Raumpunkte, der zu den andern nur thatsächlich in Beziehung stehen soll, aus dieser Beziehung zu entfernen.” ²⁾ Lotze gaat dus uit van de praemisse: Wat in de realiteit verschilt moet ik kunnen onderscheiden in mijn denken; Russell daarentegen, gelijk wij boven aantoonde, van haar tegendeel: wat ik onderscheid in mijn denken is in de werkelijkheid verschillend. Vandaar ook een verschillend noodzakelijkheidsbegrip bij deze twee.

Lotze acht noodwendig (maar dan ook niet feitelijk in de extramentale, ruimtelijk-tijdelijke, realiteit gegeven) datgene, wat niet kan worden weggedacht, zoo b.v. een stuk uit de ruimte; daarentegen huldigt Russell's parallelistisch panlogisme een geheel andere opvatting: „A proposition is more or less necessary according as the class of propositions for which it is a premise is greater or smaller. . . . But this sense of necessity yields no valid argument from our

¹⁾ „Nur als Tatsache gegebene Wirklichkeit” is identisch met „realiteit” of „het gegevene” in *deze* studie; daarentegen wordt onder „werkelijkheid” hier het synthetische verstaan.

²⁾ Lotze, pg. 210/211, § 110.

inability to imagine holes in space to the conclusion that there cannot really be any space at all except in our imaginations".¹⁾

6. Wanneer men, zoo zegt Lotze, niet van „Anschauungen leerer Punkte", maar von „seienden leeren Punkten" spreekt, „so würden wir in der That genötigt sein anzunehmen: entweder jede einmal bestehende Punktmenge N bringe unauhörlich neue Punkte hervor, die durch den Act ihrer Erzeugung zugleich in die ihnen zugehörigen Beziehungen treten, oder N bringe an sich schon immer vorhandene Punkte durch Ausübung seiner bedingenden Thätigkeit in diese ihrer Natur gleichgültigen Relationen hinein".²⁾

Lotze gaat dus uit van de veronderstelling: wat ruimtelijk - tijdelijk bestaat, *ontstaat*, en verschil kan zich slechts voordoen in zake de verhouding van het wezen en zijne relaties, al naardat nieuwe dingen optreden, tot welke een bepaalde relatie zich openbaart. Russell daarentegen loochent alle ontstaan: *al* het bestaande is even logisch als de logische relatie zelf en kan dus niet worden weggedacht: „the denial of some only among points is rejected for the same reason as the assertion that such and such a proposition is both true and false, namely because both are obviously untrue. But if, *per impossibile*, a point previously missing were to come into existence, it would not create new points, but would have the appropriate relations to already existing points. The point in fact would have already had being, and as an entity would have eternally had to other points the same relations as it has when it comes into existence".³⁾

¹⁾ RUSSELL, a.art., pg. 315/6.

²⁾ LOTZE, a.w., pg. 213, § 111.

³⁾ RUSSELL, a.art., pg. 317.

Het bezinksel van dit alles vindt men in den Kanon der logistiek „The principles of mathematics” (1903), in aansluiting aan welk werk hij later, in 1910, de „Principia mathematica” onder medewerking van Whitehead uitgaf.

De bedoeling is blijkens de inleiding tweeledig, en wel:

1e. te bewijzen, dat alle zuivere mathesis zich uitsluitend bezig houdt met begrippen die te definieeren zijn in de terminologie van een zeer klein aantal fundamenteele *logische* begrippen, en dat alle mathematische oordeelen van deze afhangen.

2e. deze fundamenteele begrippen uiteen te zetten.¹⁾

In belangrijke philosophische quaesties noemt hij zich leerling van G. E. Moore,²⁾ één der leiders der anti-idealistische strooming in Engeland, zelf realist, wegens de loochening der synthese-apriori echter beter naief realist te noemen. In mathematicis blijft hij leerling van Cantor en Peano. Het geheele werk vervalt in zeven deelen: het eerste behandelt *de niet te definieeren grondbegrippen* (§§ 1—106); het tweede 't *getal* (§§ 107—148); het derde *de quantiteit* (§§ 149—186); het vierde het *ordebegrip* (§§ 187—248); in het vijfde gaat 't over *oneindigheid* en *continuïteit* (§§ 249—350); in het voorlaatste over *de ruimte*, (§§ 351—436); terwijl het slothoofdstuk de leer van *materie* en *beweging* uiteenzet (§§ 437—500).

Het *eerste* deel biedt in het eerste hoofdstuk reeds een echt logistische definitie van de zuivere mathesis: „Pure mathematics is the class of all propositions of the form „p implies q”, where p and q are propositions containing one or more variables, the same in the two propositions, and neither p

¹⁾ a.w., Preface, pg. V.

²⁾ a.w., Preface, pg. VIII.

nor q contains any constants except logical constants".¹⁾ Niet het eerste deel dezer definitie geldt ons bezwaar: inderdaad handelt de zuivere mathesis over voorwaardelijke afhankelijkheid: indien men axioma's A en B aanvaardt, volgen daaruit de stellingen a , b , c . enz. Maar door de toevoeging der bepaling, dat deze axiomas en stellingen slechts logische constanten bevatten wordt reeds in den beginne het intuitionisme de handschoen toegeworpen.

Zijn methode is nu verder analytisch, om de constanten te ontdekken. Deze methode was ook die van *Leibniz*, die echter niet in staat was de Euclidische geometrie, die niet alleen logische elementen bevat, logisch af te leiden. Wat echter de mathematicus quatalis aangaande deze beweert is niet meer dan een implication: uit de Euclidische axiomas volgt de Euclidische geometrie; de quaestie of deze axiomas opgaan voor de „actuel space" of niet, is een probleem der toegepaste mathesis.²⁾ Inderdaad, maar nu blijft de vraag juist: wat is die ruimte? Indien men hier met *Russell* weigert zijn toevlucht te nemen tot de hypothese van hare idealiteit, heeft men geen bemiddeling tusschen ratio en empirie en moet evolutie of willekeur op het terrein der wetenschap worden toegelaten.

Bij de analyse van deze definitie stuiten we niet alleen op de implication als oerfeit, maar ook op de variable en de constanten. „A constant is to be something absolutely definite." ³⁾ De variabelen hebben daarentegen een absoluut onbeperkt veld: de implication: „ x en y zijn getallen sluit in $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ " blijft waar, ook als we voor x en y „Plato"

¹⁾ a.w., § 1.

²⁾ a.w., § 5 en § 9.

³⁾ a.w., § 6.

en „Socrates” substitueeren, maar voor dit gegeven geval, dus voor deze waarden der variabelen x en y , blijken hypothesen en consequentie beide valsch te zijn. ¹⁾ Wat nu de verhouding van mathesis en logica betreft, de symbolische logica is, afzonderlijk als een stel regels genomen, een bepaalde tak der mathesis, maar wanneer ze, zooals hier, een analyse bevat van de primitieve begrippen met inbegrip van de regels, dan wordt ze de grondslag van de quantitative mathesis. ²⁾ Symbolische logica is de leer der deductie in 't algemeen, ³⁾ maar ze verkrijgt voor 't naieve realisme dáárdor zoo verstrekkende beteekenis, wyl de „zoogenaamde” inductie niet anders is dan vermomde deductie of een methode om plausible gissende oordeelen te vormen. ⁴⁾ In onderscheiding van *Boole*, die haar kwalitatief opvatte, bracht *Peano* haar tot fundamenteele beteekenis voor de mathesis en *Russell*, hem volgend, begint dan ook niet met de klassen- maar met de oordeelen-rekening. ⁵⁾ Hij onderscheidt daarbij *oordeelsfuncties* (propositional function), die het type „ x is een man” vertoonen, en dus een variabele bezitten, van de *oordeelen* van het type „Socrates is een man”. Bij de eerste bezit een implication formeele, bij de tweede materieele waarde. ⁶⁾ De laatste is niet te definieeren en vormt dus een van de grondbegrippen evenals de andere die nog te analyseeren valt, ⁷⁾ beide in onderscheiding van 't oordeel, welk begrip zich dekt met dat der aequivalentie: „ p is een oordeel” is aequivalent

¹⁾ a.w., § 7.

²⁾ a.w., § 10.

³⁾ a.w., § 12.

⁴⁾ a.w., § 12, noot 1.

⁵⁾ a.w., § 14/20.

⁶⁾ a.w., § 14/15.

⁷⁾ a.w., § 17.

met: "p sluit p in". De implicatie eischt sommige onbewijsbare oordeelen, tien in getal. ¹⁾ De classen-calcul ²⁾ onderstelt niet meer, als bij P e a n o, de ondefinieerbaren: classe en relatie van een individu tot z'n classe, maar uit zuiver methodische ³⁾ redenen, de volgende: relatie van een individu tot z'n classe (ϵ), ⁴⁾ oordeelsfunctie (φ) ⁵⁾ en „zóódat". Wat de laatste betreft: de waarden van x die de oordeelsfunctie φx waar maken zijn als de wortels van een vergelijking *zóó, dat $\varphi x = o$ waar wordt.* ⁶⁾ Deze grondbegrippen eischen dan weer twee oorspronkelijke oordeelen. ⁷⁾ Een classe *bestaat* wanneer ze minstens één term (Gegenstand) bezit. ⁸⁾ We hebben er geen bezwaar tegen, maar merken dan toch op, dat, indien de relatie van een individu tot zijn classe een fundamenteel begrip is, 't logisch onhoudbaar is later het getal te doen berusten op de classe, daar „individu" toch eenheid en dus reeds 't getal onderstelt en daarom 't getal nog fundamenteeler is dan 't begrip: relatie van een individu tot z'n classe. In de bespreking van de relatielógica ⁹⁾ namen we reeds als haar definitieven vorm aan wat R u s s e l l thans biedt: we kunnen de uiteenzetting daarom hier voorbijgaan. Slechts de conclusie zij vermeld: materiele implication is evenals (ϵ) een relatie. ¹⁰⁾ Dit tweede hoofdstuk van het eerste deel sluit

¹⁾ a.w., § 16.

²⁾ a.w., § 20/27.

³⁾ Sur la logique des Relations, t.a.p.

⁴⁾ a.w., § 21.

⁵⁾ a.w., § 22.

⁶⁾ a.w., § 23.

⁷⁾ a.w., § 24.

⁸⁾ a.w., § 25.

⁹⁾ Zie hierboven, § 7.

¹⁰⁾ RUSSELL, a.w., § 30.

met technische critiek op P e a n o. ¹⁾ Het derde bespreekt de materieele en formeele implication, die hij beide analyseert in subject en assertion : in het oordeel „Socrates is een man” is „Socrates” subject, ²⁾ en „is een man” assertion. ³⁾ Daarna volgt de toegezegde analyse van de formeele implication. Zij is er een die geldt van „every term” en daarom is „every” een fundamenteel begrip. Dit voert tot nieuwe problemen, doch vooraf wijdt hij, daar classen zijn verbonden met adiectiva, en oordeelsfuncties werkwoorden insluiten, een hoofdstuk aan de bespreking van eigennamen, adiectiva en verba. De onderscheiding van subject en praedicaat is 't philosophisch shibboleth, maar wordt hier uitgeschakeld ; van meer belang is de inleiding in de Gegenstandstheorie. „Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as *one*, I call term ; ⁴⁾ de „terms” deelt hij dan weer in in things en concepts en de laatste in praedicatieve begrippen of class-concepts, aangeduid door adiectiva, en relaties, weergegeven door werkwoorden. ⁵⁾ (In de laatste verdeeling komt weer de tegenstelling met het intuitionisme uit, dat praedicaten en relaties niet principieel onderscheidt.) Een oordeel, 't werkwoord inbegrepen, kan in een verbaal substantiüm overgaan en zoo logisch subject worden : deze figuur noemt hij oordeelsbegrip (propositional concept). ⁶⁾ Daarop brengt hoofdstuk vijf een artikel

¹⁾ a.w., pg. 31/6.

²⁾ a.w., § 43.

³⁾ Deze analyse stemt overeen met die van Meinong in Gegenstand en These.

⁴⁾ a.w., § 47. Dit citaat bevestigt wat we boven zeiden over het primaire in het getal.

⁵⁾ a.w., § 48.

⁶⁾ a.w., § 55.

over „denoting”, met een inleiding over de woorden *all*, *every*, *any*, *a*, *some* en *the*; ¹⁾ tegenover het psychologisme is van belang de opmerking, dat het oordeel niet over een begrip iets zegt, maar over een object daarvan geheel verschillend. ²⁾ Een classe kan zijn een numerieke verbinding van terms; ³⁾ ze kan naar den omvang en naar het begrip worden gedefinieerd, heet het terecht, en hij trekt daaruit volkomen logisch de conclusie: „particular classes, except when they happen to be finite, can only be defined intensionally, i.e. as the objects denoted by such and such concepts”. ⁴⁾ Die welke door optelling ontstaan heeten een verzameling (collection). Daar een classe wordt gedefinieerd door de tot haar behorende terms, het getal een classe heet, en de nulclasse dus de classe zou zijn die geen termen heeft, is deze een fictie; wel zijn er nul-classe-begrippen. ⁵⁾ Na de classe behandelt hij de oordeelsfuncties, ⁶⁾ en de variabele ⁷⁾, aangaande welke niets bijzonders, en de relaties ⁸⁾ waaromtrent na het voorafgaande niets nieuws is op te merken.

Dit naieve realisme, dat ook der ontkenning iets reëls moet supposeeren, stuit op onoverkomelijke contradicties. R u s s e l l merkt het zelf op en sluit, nog al eerlijk, daarmee zijn eerste deel af. Als *x* een praedicaat is, dan kan het al of niet praediceerbaar zijn van zich zelf. Nu onderstelle men, dat „niet-praediceerbaar van zichzelf” een praedicaat is, en substitueere

¹⁾ a.w., § 58/63.

²⁾ a.w., § 65.

³⁾ a.w., § 67.

⁴⁾ a.w., § 71 en 72.

⁵⁾ a.w., § 75.

⁶⁾ a.w., § 80/85.

⁷⁾ a.w., § 86/93.

⁸⁾ a.w., § 94/99.

men dit praedicaat voor x - dan krijgt men : „Niet praediceerbaar van zichzelf kan een praedicaat zijn van zichzelf” (contradictie) of „... kan niet een praedicaat zijn van zichzelf” (eveneens contradictie) enz. ¹⁾ Hij tracht zichzelf nu uit de moeilijkheid te redden door het axioma, eerst aangenomen, dat nl. de classe als één is te vinden wanneer er een classe als veelheid is, te laten vallen. Tegen die oplossing bestaat geen enkel bezwaar ; had hij ze in verband met zijn onderscheiding van extensional en intensional class maar beter in het oog gehouden ! Maar lichter nog schijnt deze antinomie te weerleggen door het intuitionisme : heel de negatie is iets onreëls. ²⁾

Het *tweede* deel handelt, gelijk gezegd, over het getal. Daarin moet nu bewezen, zal het vorige deel niet, daargelaten de goede momenten, in zijn strekking zijn beteekenis verliezen, dat getal en getallen beide definieerbaar zijn. We staan dáárom reeds tegenover heel dit pogen vrij sceptisch, wijl we reeds verkapt het getal zagen invoeren bij de relatie van een individu tot zijn classe. Maar wijl R u s s e l l zich nog tracht te redden, zullen we hem ook thans nog volgen. Hij onderscheidt in het eerste hoofdstuk over de definitie van cardinale getallen de mathematische van de philosophische definitie ; de laatste, de analyse van een idee in zijn elementen, schakelt hij uit en geeft van de eerste de volgende omschrijving : „Given any set of notions, a term is definable by means of these notions, when, and only when, it is the only term having to certain of these notions a certain relation which itself is one of the said notions.” ³⁾ Nu wordt het wezen van het getal

¹⁾ a.w., § 101.

²⁾ SIGWART, a.w., I, pg. 158/175.

³⁾ RUSSELL, a.w., § 108.

gedefinieerd als eigenschap van klassen.¹⁾ Wanneer hebben nu twee klassen hetzelfde getal? Indien er een antwoord op deze vraag mogelijk is, zal indirect de definitie van het getal kunnen gewonnen worden. Maar, de logistiek toont haar onmacht terstond door de volgende cirkeldefinitie: Klassen hebben hetzelfde getal „when their terms can be correlated one to one, so that any one term of either correspond to one and only one term of the other”.²⁾ Eén-éénduidige correspondentie moet dienen om het getal, dus ook de eenheid te omschrijven, maar de eenheid is hier voorondersteld! Deze critiek wordt niet weerlegd door een zijdelingschen stoot in de richting van het passieve empirisme, als hij zegt, dat men de definitie van correspondentie niet kan offeren omdat men eenvoudig wel de beide klassen afzonderlijk kan tellen.³⁾ Zeker is dit al te naief, en Russell is in zijn recht, dat bij het tellen als psychologisch feit de correspondentie wordt ondersteld, maar de constructie van het zuivere getal zonder correspondentie is daarmee niet terzijde gedrongen, en de definitio per idem toont duidelijk, dat zeker niet aan de correspondentie de logische prioriteit ten opzichte van het getal toekomt. Onjuist is dan ook, dat een getal niets is dan een classe van gelijke klassen⁴⁾ en, wijl onjuist, laat deze definitie dus *niet* toe de deductie van al de gewone eigenschappen van getallen, eindig of oneindig; en indien het waar is, dat ze is „the only one which is possible in terms of the fundamental concepts of general logic” dan is daarmee tevens toegegeven, dat het getal noch uit de correspondentie, noch uit de classe, noch uit eenig ander

¹⁾ a.w., § 109, pg. 113.

²⁾ a.w., § 109., pg. 113.

³⁾ a.w., § 109, pg. 114.

⁴⁾ a.w., § 111.

fundamenteel begrip der algemeene logica is af te leiden. Er blijft slechts één uitweg over: 't getal als onafhankelijke op te nemen onder de grondbegrippen, maar daarmee is de mathesis los gemaakt van de logica en hare zelfstandigheid geponeerd. Maar dan is er ook onderscheid tusschen logische en arithmetische optelling en valt de tweede niet onder de eerste, zooals Russell wil.¹⁾

Daar 't getal dus blijkbaar geen classe is, is er geen reden om te onderscheiden tusschen eindige en oneindige klassen,²⁾ en daar het begrip oneindig getal tot contradicties voert, ontzinkt aan heel zijn oneindigheidsleer de bodem. Russell zelf bespeurt er wel iets van en bespreekt onder het opschrift „addition of terms and addition of classes” de vraag, of „één” inderdaad wordt ondersteld bij de één-éénduidige correspondentie, of een classe met één lid of Gegenstand wel mag onderscheiden worden van de eene „term” en of klassen niet ontstaan door optelling van individuen en dus de logische optelling niet, zooals hij meende, de eerste maar de tweede zou zijn.

Uit de eerste impasse vermag hij zich niet te redden. Wel heet het, met beroep op het eerste deel, „that the notion of term or individual is the fundamental one, from which that of *one* is derived,”³⁾ maar reeds vroeger⁴⁾ wraakten we dit gevoelen als logisch onhoudbaar. Wat de één-éénduidige relaties betreft durft hij neer te schrijven: „they are defined by means of identity, without any mention of one,”⁵⁾ klaarblijkelijk zonder in te zien, dat identiteit toch zeker eenheid

¹⁾ a.w., § 113.

²⁾ Zie a.w., § 118.

³⁾ a.w., § 125.

⁴⁾ Zie boven, pg. 292.

⁵⁾ a.w., § 125.

onderstelt. Wat het *tweede* punt betreft, we betwisten niet, dat men niet logisch een classe met één lid van dat ééne lid kan en moet onderscheiden,¹⁾ maar wel, dat deze distinctie hier eenig belang zou hebben, daar immers cardinale getallen geen classen zijn. En *ten derde*, dat de optelling van A en B niet 2, maar $A + B$ geeft, bewijst niet, dat 't getal een classe is van een classe²⁾, m.a.w. dat de mathesis afhankelijk is van de logica, maar, gelet op de oorspronkelijkheid van 't getal, veeleer, dat de arithmetische optelling geheel iets anders is dan de logische. Een nieuwe onderscheiding, — Russell is daarmee zeer kwistig — tusschen het onbepaalde lidwoord „een”³⁾ en het telwoord „één”³⁾ baat ook al niet, want, al geven we gaarne toe, dat het eerste een „very shadowy sense” heeft in vergelijking met het tweede, ook de schaduw vertoont iets van den vorm van het geprojecteerde, dat, hier als elders, met behulp van de identiteit wordt gedefinieerd.

Aan de bespreking van „Whole and part” ontleenen we slechts de volgende definities: Wat niet een classe is is een „eenheid”, een eenheid heet „enkelvoudig” of „saamgesteld”, deze laatste noemt men ook wel „geheel”⁴⁾ of „aggregaat”.⁵⁾ Reeds vroeger⁶⁾ onderscheidde hij tusschen „class as many” en „class as one”; de eerste „are only many and are not also one. The class as one may be identified with the whole composed of the terms of the class, *i.e.* in the case of men, the class as one will be the human race”. Daaruit volgt nu, dat „classes

¹⁾ a.w., § 126.

²⁾ a.w., § 131.

³⁾ a.w., § 128.

⁴⁾ a.w., § 133.

⁵⁾ a.w., § 135.

⁶⁾ a.w., § 74.

as one'', behalve wanneer ze één of geen term bevatten en in een bijkomstig geval, mogen worden opgevat als aggregaten. Voegt men daarbij nog de onderscheiding van drieërlei beteekenis van het begrip „deel'' en wel als term of ondeelbaar deel, als deel zonder meer en als „constituante'' van 't geheel, zoodat het eerste tweetal beteekenissen alleen bij aggregaten, de derde alleen bij eenheden voor kan komen, dan begrijpt men eerst de vraagstelling van het volgende hoofdstuk:

1e. Zijn er oneindige geheel en ?

2e. Indien ja, moet dan een oneindig geheel dat deelen zonder meer bevat een aggregaat zijn van termen ? ¹⁾

Hij vraagt nu eerst: zijn er oneindige *aggregaten* ? Terecht merkt hij op, dat, indien men de realiteit van de ruimte toegeeft men zich niet tot eindige ruimten kan beperken. Daar „science and common sense'' in dezen overeenstemmen in openbare vijandschap met de wijsbegeerte, en er geen argument apriori tegen oneindige aggregaten kan worden ingebracht, neemt hij ruimte en tijd, natuurlijke getallen, breuken tusschen 0 en 1, de totale som van alle kleuren enz. als bewijzen aan voor 't bestaan van zulke aggregaten en meent, dat de onderscheiding van „ieder'' getal en „alle getallen'' slechts voert tot sinds C a n t o r niet-noodzakelijke paradoxen. De vraag, of er oneindige *eenheden* zijn, herleidt hij, op naief-realistisch standpunt terecht, tot die andere of oordeelen van oneindige saamgesteldheid mogelijk zijn en beantwoordt haar met een „non liquet''. ²⁾

Daarna behandelt hij het tweede probleem, en erkent, dat men door feitelijke deeling niet tot 't bewijs kan komen, dat

¹⁾ a.w., § 140.

²⁾ a.w., § 141.

er een oneindig geheel bestaat dat een aggregaat is, wijl de deeling nooit is afgelopen. Er is echter, naar het schijnt, nog een andere weg : indien er eens een contradictie werd gevonden in de verbinding van geheel en deel met logische prioriteit ! Het meer enkelvoudige is altijd in het meer saamgestelde geïnvolveerd, en daarom kan niets waarheid zijn ten opzichte van het laatste of het moet waarheid zijn ten opzichte van het eerste. Zoo handelen we, als we bezig zijn met oneindige aggregaten, over wezens die niet zouden bestaan indien hun constituerende deelen niet bestonden : „It seems to follow that infinite wholes would not have Being at all, unless there were innumerable simple Beings whose Being is presupposed in that of the infinite wholes”. ¹⁾

Het staat er lettelijk zoo, en we danken Russell voor zijn duidelijk betoog. Op het allesbeslissend moment van het debat heeft hij slechts één argument : het geheel bestaat niet zonder deelen. Daarmede is echter het verschil uit het oog verloren tusschen bepaalde en onbepaald blijvende inferiora. Maar de paradox van deze consequentie bewijst, dat de grondslag onhoudbaar is. Russell zegt, dat er geen apriorische bezwaren het bestaan van oneindige aggregaten drukken, maar hij kon in vroegere artikelen van eigen hand lezen, dat de voltooide oneindigheid een contradictie is en toekenning van limitatief karakter aan absolute ruimte en tijd en de plaatsing van deze als aanschouwingsvormen in de kenleer er aan kan doen ontkomen. En als hij daartegen aanvoert, dat hij dit wel weet, maar „science and common sense join in the opposite view”, dan moge hij bedenken, dat beide slechts vertrouwen verdienen zoolang ze geen antinomieën

¹⁾ a.w., § 143.

vereischen, en de wijsbegeerte juist tracht een sluitend systeem te bouwen door elimineering van deze en dergelijke moeilijkheden. Met de in Engeland naturalistisch opgevatte science is de wetenschap niet klaar; integendeel, ze stelt overal meer problemen dan ze oplossingen geeft. Strict genomen neemt de „science” zonder wijsgeerige bezinning niet de realiteit der ruimte, en zeker niet hare oneindigheid aan, althans ze *mag*, positivistisch op eigen terrein blijvend, dat niet doen; aanvaardt ze de oneindigheid dan scheidt ze deze niet zelf, maar ontvangt haar van de wijsbegeerte, en mist dan ook het recht terstond bij de verbinding van oneindigheid en reële ruimte te blijven staan; indien er een antinomie zich voordoet moet dan of de realiteit of de oneindigheid worden opgeofferd, echter zóódanig dat het probleem niet worde „opgelost” door schrapping van een van beide termen die het stelden: wijsbegeerte en wetenschap.

Het *derde* deel handelt over quantiteit, maar dit is een concessie aan de traditie, daar quantiteit geen logisch begrip is en dus volgens hem niet in de zuivere mathesis thuis hoort: immers de arithmetiseering der geometrie bracht, (bij hare monistische verklaring) aan het licht, dat, indien irrationeele getallen moeten gebezigd worden als maat van quantitatieve breuken (waaronder *Russell* relaties tusschen aggregaten verstaat), ¹⁾ ze moeten gedefinieerd zonder verband met de quantiteit, zoodat *Cantor's* en *Dedekind's* definitie beter heeten te voorzien. Daardoor verdwijnen continuïteit en irrationeel getal, die oude vestingen van het intuitionisme. ²⁾ Na zoo geconstateerd te hebben *waarom* de quantiteit voor

¹⁾ a.w., § 144.

²⁾ a.w., § 149, pg. 158.

hem niet mathematisch is, houden we ons bij dit deel, volgens eigen zeggen niet integreerend, niet langer op; ook het *vierde* deel, dat over *orde* handelt, biedt, hoe belangrijk op zichzelf, na de bespreking van het desbetreffend artikel ¹⁾ niet veel nieuws, daar 't slechts de inleiding geeft op het *vijfde*: „Infinity and continuity”.

De theorie die oneindigheid en continuïteit in verband bracht met de infinitesimaalrekening is verouderd: de infinitesimaalrekening heeft niet met de oneindigheid te maken en het continuïteitsprobleem volgt niet meer als bij Kant op de filosofie van ruimte en tijd. De arithmetisering der geometrie liet zien, dat al de problemen door ruimte en tijd gesteld, reeds in de zuivere arithmetiek aanwezig zijn. ²⁾ De theorie van 't oneindige heeft twee vormen, de cardinale en de ordinale; de eerste is een gevolg van de logische getallentheorie; de andere, evenals die der continuïteit zuiver ordinaal, lost de problemen ook van ruimte en tijd op. De moeilijkheid schuilt, gelijk we vroeger reeds zagen, in den *cardinalen* vorm. De hoofdvraag luidt: is de ontkenning van het principie van volkomen inductie in de mathesis een contradictie of niet? ³⁾ Het debat wordt weer van te voren vruchteloos gemaakt, ondanks allerlei onderscheidingen, door de stelling, dat een irrationeel getal „actually is a segment of rationals which does not have a limit”, ⁴⁾ daar de limiet niet behoort tot de verzameling der getallen die aan haar voorafgaan. In deze definitie is te prijzen, dat de verwarring van D e d e -

¹⁾ Zie boven, pg. 279.

²⁾ a.w., § 249.

³⁾ a.w., § 250.

⁴⁾ a.w., § 270.

kind die de limiet beschouwt als behoorende tot de classe van getallen die voorafgaan,¹⁾ hier wordt vermeden,²⁾ maar bij de subsumeering van 't getal onder classen werd vergeten, dat de classe, hier aangeduid, niet is maar groeit en nooit *af* is; de groep van getallen die een limiet naderen sluiten deze limiet wel niet in als getal (Dedekind), maar wel, en dit vergeet Russell, als wet van *oneindige* ontwikkeling. De eenige contradictie die hij dan ook tegen de infinitesimaalrekening inbrengt, is Cantor's argument, dat zulke grootten niet kunnen worden ingevoerd tenzij we reden hebben te denken, dat er zulke grootten *zijn*; ³⁾ ook dit kunnen we toegeven, mits het bestaan als *ding* dan maar van dat der *wet* wordt onderscheiden. 't Begrip der oneindigheid is een *mogelijkheids*-, geen *werkelijkheids*begrip. Daar hij dit vergeet zou hij de juistheid van Zeno's argumenten moeten toegeven; aangaande de „dichotomie” merkt hij nl. op, dat de regressus ad infinitum hier niet valt te laken, maar redt zich dan door 't zuiver intuitionistisch argument, dat de classe alleen „intensional” is gedefinieerd! ⁴⁾ De „vliegende pijl” herleidt hij tot een speciaal geval van den regel: iedere mogelijke waarde van een variabele is een constante. ⁵⁾ Indien ze nl. een variabele is die alle waarden van 0 tot 1 kan aannemen, zijn alle waarden die ze kan hebben bepaalde getallen, b.v. $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{3}$, die absolute constanten zijn. We betwisten dit niet, maar wel de mogelijkheid in zulke dis-

¹⁾ Zie boven, § 9, pg. 196.

²⁾ RUSSELL, a.w., § 265/268.

³⁾ a.w., § 313.

⁴⁾ a.w., § 331.

⁵⁾ a.w., § 332.

crete getallen de verschillende momenten der beweging te splitsen. En toch moet Russell daartoe komen, want de infinitesimaalrekening als *behulpzel* wijst hij af,¹⁾ wijl ze een poging insluit de veranderlijkheid van de variabele uit te breiden tot de bepaalde waarde van een variabele, wat op grond van bovengeciteerden regel volgens hem niet mag. Maar daaruit blijkt juist, dat heel de benadering niet onder 't begrip variabele valt zooals *hij* dit in de arithmetiek, logisch opgevat, vindt. Dit alles eindigt in de loochening òf van de realiteit der beweging òf van hare continuïteit. Maar daarmee is toch niet verklaard, hoe we de beweging continu opvatten; indien iets pleit vóór de gedachte, dat de continuïteit een eigenschap der aanschouwingsvormen is, dan wel deze argumentatie tegen haar.

In het zesde deel onderstreepten we allereerst, dat ook hier, als gevolg van het rooven van alle (logisch) mathematische beteekenis aan de quantiteit, de orde alles moet doen; ²⁾ zij heet aanwezig, zonder quantiteit, in de projectieve en descriptieve geometrie, maar dan moet men ook den afstand het ruimtelijk moment ontzeggen. Daarmee is ook de ontdekking van von Staudt weer „logisch” verwerkt, gelijk we opmerkten ³⁾ alleen krachtens het geloof in de actualiteit van 't oneindige. Het belangrijkste hoofdstuk, getiteld: „Logical arguments against points”,⁴⁾ is hoofdzakelijk een herdruk van het reeds besproken artikel „Is position in time and space absolute or relative?” Om te wijzen op de onwijsgeerige wegdoezeling der proble-

¹⁾ a.w., § 333.

²⁾ a.w., § 405.

³⁾ Zie hierboven, § 9, pg. 199.

⁴⁾ a.w., RUSSELL, § 423/431.

men, volsta dit citaat uit een critiek op „Kant's theory of space”: „mathematics is throughout indifferent to the question whether its entities exist.” Het object raakt hier zoek achter de *methode*.

In het *zevende* deel wacht hem de hopelooze taak de physica te verzoenen met de loochening van snelheid en versnelling, zooals die volgt uit 't Zenonisch standpunt.¹⁾ Hij moet daartoe beginnen steun te zoeken bij de positivisten: Kirchhoff, Mach en Pearson zijn de autoriteiten; de physica is alleen beschrijvend: 't begrip kracht behoeft niet onder de beginselen der dynamica opgenomen, en hiermee is niet maar bedoeld een herleiding tot de causaliteit: want een versnelling is alleen een mathematische functie, een getal, geen fysisch feit; en een component als versnelling is een dubbele fictie, want ze is, evenals de component van elke andere vectorensom, niet deel van de resultante voor welke zich alleen een bestaan zou laten vermoeden. „Hence a force if it be a cause, is the cause of an effect which never takes place.”²⁾ En daar ook de realiteit van de successie natuurlijk door 't monisme wordt verworpen,³⁾ is een streng statisch pantheïsme met projecteering van de kentheoretische limiet der absolute ruimte in de werkelijkheid⁴⁾ de eenige toevlucht.⁵⁾ Maar als heel de wereld zoo is *opgelost* en niet eens *weergegeven* in een logisch saamhangende groep van mathematische tautologieën, vragen we ons weer af, wat dit alles

¹⁾ a.w., § 447.

²⁾ a.w., § 448.

³⁾ a.w., § 449.

⁴⁾ a.w., § 450/2.

⁵⁾ a.w., § 463/469.

beteekent: want „mathematics is throughout indifferent to the question whether its entities exist.”

Na deze uitvoerige genetische beschrijving van Russell's systeem en de breede analyse die we van zijn hoofdwerk gaven, kunnen we nu kort zijn, daar zijn standpunt zich na 1903 in hoofdzaken niet meer heeft gewijzigd. In 1904 voelt hij behoefte zijn standpunt tegenover Meinong te bepalen, wiens Gegenstandstheorie we hem in de Principles formeel gebruiken zagen. Dat in principiis een groote afstand hen scheidt, blijkt uit de karakteriseering van vijf kennistheorieën.

Bij de *eerste* vallen kennis en objecten samen (idealisme);

bij de *tweede* onderscheidt men kennis en object; 't object blijft immanent;

volgens de *derde* acht men bij een „valsch” oordeel het object immanent, bij een „waar” transcendent;

de *vierde* meent, dat een „valsch” oordeel geen object heeft, een waar oordeel een transcendent object bezit ('t standpunt van common sense);

de aanhangers der *viijfde* noemen 't object ook van valsche oordeelen steeds transcendent.¹⁾

Meinong behoort, ook volgens Russell, in de leer van 't oordeel tot de tweede, wat de voorstellingen aangaat tot de derde school; zichzelven rekent hij met Frege en Moore tot de vijfde, welke de conclusie aandurft: „True propositions express *fact*, while false ones do not... What is truth and what is falsehood, we must merely apprehend, for both seem incapable of analysis....” De

¹⁾ Meinong's theory, pg. 512.

ethische grondstelling is : „'t Is goed ware en verkeerd valsche onderstellingen aan te nemen,” maar van deze stelling zelve geldt 't sceptische : „This proposition, it is to be hoped, is true ; but if not, there is no reason to think that we do ill in believing it.” ¹⁾

Het verschil tusschen beide richtingen gaat dus over het bestaan der Gegenstände in valsche oordeelen. Meinong acht hier slechts den inhoud der voorstelling gegeven in den gedachten inhoud, de Gegenstand is immanent. Russell's parallelistisch naief-realistische kenleer moet wel bij iedere negatie een transcendent object aannemen. De Gegenstand „de tegenwoordige koning van Frankrijk” heeft volgens Meinong geen objectief bestaan ; daarentegen leert Russell „that denoting phrases never have any meaning in themselves, but that every proposition in whose verbal expression they occur has a meaning.” ²⁾

In een iets vroeger verschenen discussie met Hugh Mac Coll, een der Engelsche logici van Meinong's richting, onderscheidt hij dan, natuurlijk terecht, tweeërlei beteekenis van „exist” ; de wijsgeerige, tevens alledaagsche, vindt men b.v. in 't oordeel : „God bestaat, Hamlet bestond niet” ; in de tweede beteekenis vindt men „exist” in de symbolische logica : „A bestaat” = „A is een classe die minstens één lid heeft.” „In this sense, the class of numbers (e.g.) exists, because 1, 2, 3, etc. are members of it ; but in (philosophical) sense, the class and its members alike do not exist.” ³⁾ „De tegenwoordige koning van Frankrijk” is een saamgesteld begrip, „denoting nothing.” Mac

¹⁾ a.art., pg. 522/524.

²⁾ On denoting, pg. 482.

³⁾ The existential import of propositions, pg. 398.

Coll trekt de juiste conclusie: Daar de nulklasse, die bij Russell c.s. niet de classe is die *onreële* leden, maar die *geen* leden heeft,¹⁾ begrepen is in *iedere* classe, reëel of onreëel, moet Russell de juistheid toegeven van de volgende syllogisme: Een rond vierkant behoort tot de 0 klasse. De 0 klasse is ingesloten in de klasse „driehoek,” dus een rond vierkant is een driehoek. Daarentegen is volgens Meinong de onmogelijke Gegenstand niet ingesloten in iedere classe maar uitgesloten buiten elke reële classe en vermijdt hij dus deze en soortgelijke paradoxen.²⁾ In 1906 verschijnt Mac Coll's „Symbolic Logic and its applications” dat niet meer van classen noch, als Russell, van oordeelsrekeningen, maar van oordeelen uitgaat en daarom een principieele breuk beteekent met de in de logistiek gebruikelijke subsumptielogica. Ook in de bespreking van dit werk keert 't debat tot de nul-classe terug.³⁾ Russell duidt hem euvel, dat hij de leer van 't transfiniete etc. heeft genegeerd, maar schijnt wel een moment door de moeilijkheden hier aargestipt geschokt in de overtuiging van juistheid der eigen methode.⁴⁾

Toch blijft hij haar voorloopig trouw: zoo in de recensie van „La science et l'hypothèse” van Poincaré, waarin hij in 't principieel der volkomen inductie niet een synthetische intuïtie apriori, noch een eigenschap van den geest, noch een saamvatting van een oneindig aantal syllogismen ziet, maar „merely the *definition of a finite number.*”⁵⁾

¹⁾ Vrgl. On denoting, pg. 491.

²⁾ MAC COLL, a.art., pg. 401.

³⁾ RUSSELL, Mind, XV, 1906, pg. 257/258.

⁴⁾ a.art., pg. 260.

⁵⁾ a.art., pg. 414.

Ook hier treft weer de psychologistische verklaring van wat transcendentiaal bedoeld is en moet zijn: „The notion that a principle is rendered certain by expressing a property of the mind is also curious. „The mind” must be somebody’s mind; all minds are part of nature; minds differ from time to time and from person to person; and psychology is not usually considered more certain than arithmetic.” ¹⁾ Zijn critiek op P o i n c a r é’s conventionalisme ²⁾ deelen we geheel; ³⁾ ze behoeft ons daarom niet op te houden.

In hetzelfde jaar (1905) leverde P. B o u t r o u x zijn geciteerd artikel over mathematische correspondentie, dat echter zeker niet een der schitterendste pleidooien voor ’t intuitionisme is: R u s s e l l kan hem bewijzen, dat verschillende gedeelten van de „Principles” niet goed gelezen werden ⁴⁾; maar toch schijnt hij het hoofdbezwaar te ontwijken: immers de definieering door *opsomming* van de individuen is nog iets anders dan de definieering naar den *omvang*, maar de grief van ’t intuitionisme tegen de logistiek is dan ook niet, dat ze geen opsommingsdefinitie geeft, maar wel, dat ze een omvangsdefinitie tracht te bieden van reeksen die krachtens haar aard geen vasten omvang hebben. ⁵⁾ Deze definitie luidt dan b.v.: een inductief getal is een geheel dat deel uitmaakt van alle récurrente classen, d.w.z. zulke classen waarin ’t principe der récurrentie of volkomen inductie geldt: impliciet is daarmee dan

¹⁾ ibidem.

²⁾ a.art., pg. 415/418; Vrgl. echter de correspondentie Mind, XV, 1906, pg. 141/143.

³⁾ Zie hieronder, § 14, pg. 373/377.

⁴⁾ La relation des mathématiques à la logistique, pg. 906/909.

⁵⁾ BOUTROUX, a.art., pg. 632.

't transfiniet getal gehandhaafd als deel van zulke klassen waarin dit principieel *niet* geldt. Poincaré bewees nu in z'n artikelen „Les Mathématiques et la Logique,”¹⁾ dat deze definitie een vicieusen cirkel inhoudt, wijl ze spreekt van alle recurrente klassen, terwijl de omvang van dit „alle” niet te bepalen en principieel nooit af is, en daarom contradicties niet kunnen uitblijven. Terstond daarna beantwoordt Russell, blijkbaar deze contradicties eindelijk ook zelf niet langer houdbaar achtend, hem in „On some difficulties” en in aansluiting daaraan in „Les paradoxes de la logistique.” Reeds de laatste titel zegt, dat hem de paradoxen meer logisch dan arithmetisch dunken en dat dus hun oplossing moet gevonden in een wijziging der gangbare (niet-logistische) stellingen. Ze hebben betrekking op klassen van klassen die niet leden zijn van zichzelf en zijn alle onder te brengen onder deze formule: Elke definitie die *alle* insluit moet zichzelf uitsluiten en dus moet een definitie van al die definities zichzelf insluiten maar ook zichzelf uitsluiten, wat een contradictie bevat.²⁾ Om deze te vermijden moet men wel aannemen, dat althans eenige van die definities (propositioneele functies) geen klassen bepalen wanneer men onderstelt, dat klassen entiteiten zijn, die kunnen worden gebruikt in elke functie die entiteiten vereischt; deze niet-*praedicatieve* definities bepalen niet een ledige klasse en ook willen ze niet uitdrukken, dat er geen enkele waarde van X is die aan de definitie voldoet, zoodat er geen elementen der klasse zouden zijn. De elementen bestaan, maar ze hebben niet 't recht

¹⁾ Revue de mét. et de mor., XIII, 1905, pg. 816/835 en XIV, 1906, pg. 17/37 en 294/317.

²⁾ On some difficulties, pg. 33. Zie ook Principles, § 103.

van vereeniging-en-vergadering, ze kunnen zich niet tot classen verbinden.¹⁾ Dit is althans iets: indien 't getal een functie is en 't formalisme gelijk heeft, moet de arithmetisch ongelukkige classe-idee vervallen en de getalfunctie direct uit de begripsfunctie worden afgeleid.²⁾ Maar men vergete geen oogenblik, dat Russell ook hier niet consequent het Marburger standpunt inneemt: het is slechts ingevoerd bij wijze van hypothese ad hoc, om contradicties te vermijden. En 't intuitionisme is hier in 't geheel niet bevredigd: de niet-praedicatieve definities worden niet principieel uitgesloten.

De vraag rijst nu: waar ligt de grens tusschen wel- en niet-toelaatbare classen? Daartoe ontwierp „On some difficulties” drie theorieën: de „zig-zag”theorie; de theorie van de „soort-begrenzing” en de „no-class”-theorie. De *eerste* houdt in, dat de definities een classe bepalen wanneer deze zeer eenvoudig zijn, en dat ze 't niet meer doen wanneer deze samengesteld en duister zijn.³⁾ Maar deze criteria zijn relatief en rusten tenslotte in 't principieel, dat contradictie afwezig moet zijn. De *tweede* theorie bepaalt, dat de definitie geen classe mag aanduiden die al te uitgebreid is misschien nog wel oneindig, maar niet *te*.⁴⁾ Ook hier is geen criterium voor de maat. Deze beide theorieën hebben dan ook in „Les paradoxes” alleen nog maar waarde als aanduiding van een vroeger ontwikkelingsstadium in zijn denken en als prikkel voor anderen tot beter formulering.⁵⁾

¹⁾ a.art., pg. 635.

²⁾ Gelijk we boven, § 11, pg. 228, betoogden.

³⁾ RUSSELL, On some difficulties, pg. 38.

⁴⁾ a.art., pg. 43.

⁵⁾ Les paradoxes, pg. 636.

De „no-class theory” zal dus de oplossing moeten brengen. Daar de hypothese, dat de classen saamvatting waren van *alle* leden tot contradictie voerde, is 't „naturel de supposer que les classes sont simplement des abrévations linguistiques ou symboliques.” ¹⁾ Dit is zuiver nominalisme: getal en dingbegrip staan op één lijn; dit gaf eerst aanleiding tot de substantiveering der getallen in de classentheorie, en nu tot de nominalistische opvatting van *elke* classe. Maar voor de *getallen op zichzelf* brengt deze wijziging daarom toch verbetering, daar ze inderdaad geen dingen zijn, en hij slaagt er dan ook in, thans *hier* de contradicties te vermijden, die natuurlijk elders zich weer voordoen. „Want wanneer 'k b.v. zeg,” zoo vangt hij aan, „dat er geen oordeelen bestaan, dan is deze uitspraak of zinloos of ze zondert zichzelf uit, en de inhoud, die dus tegen zichzelf strijdt, sluit cirkelredeneering in.” ²⁾ Door deze zelfgarantie van de waarheid is dus toegegeven, dat er minstens één oordeel bestaat. Maar nu is 't gevolg van zijn parallelisme tusschen denken en zijn, dat hij toch den eisch van logistische afleiding moet handhaven ook in de wiskunde, wat voor elk getal dus een afzonderlijke definitie vergt. Maar dat kan alleen bij invoering van een primitief existentieaxioma: „wanneer een of ander oordeel *p* is gegeven, is er minstens één entiteit, *u*, die niet expliciet is vermeld in 't oordeel *p*; er bestaan dus twee entiteiten”; ³⁾ maar ook van 't oordeel $a = u$ geldt dit axioma, er zijn dus drie entiteiten, enz. ⁴⁾

¹⁾ ibidem; vrgl. ook pg. 642.

²⁾ a.art., pg. 638/639, noot.

³⁾ a.art., pg. 638.

⁴⁾ a.art., pg. 639.

Om contradicties te vermijden aanvaardt hij hier dus een existentieaxioma. Dit is een belangrijke concessie aan het intuitionisme, dat in zijn principie van volkomen inductie de kern van dit existentieaxioma erkent, maar daarin zich gunstig van deze nieuwe logistiek onderscheidt, dat 't niet de stelling behoeft te verdedigen, dat 't axioma entiteiten *schept*!

Contradicties worden vermeden door de aanvaarding van het „principie van den viciösen cirkel” (venia sit verbo!): Al wat *alle* insluit kan niet zijn één van deze *alle*. Natuurlijk is dit een oplossing ad hoc en mag dit niet zoo blijven. De logistiek kan zich niet ontwikkelen als vroeger, om dan bij de ontdekking van bepaalde contradicties zich op dit principie als een deus ex machina te beroepen. Men moet een andere theorie ontwikkelen aangaande de schijnbare variabelen, die als *consequentie* 't principie van den viciösen cirkel biedt.¹⁾

Maar als dan X niet meer een *classe* van variabelen kan aanduiden in een *generaal* oordeel, moet ook de *propositie*, 't object, daarbij vervallen. En zoo komt hij er toe, terwijl hij tegenover *Meinong* handhaaft, dat er een transcendent object is ook bij valsche oordeelen, dit te loochenen bij een *generaal* oordeel: zijn theorie wordt steeds meer nominalistisch; zelfs het pas gevonden principie kan hem niet redden: want het principium exclusi tertii, dat zegt, dat *elk* oordeel waar of valsch is, maar *zelf* een oordeel is en dus of waar of valsch is, sluit natuurlijk op dit standpunt zelf een viciösen cirkel in, of is slechts ver-

¹⁾ a.art., pg. 641.

kregen door abstractie uit feitelijke oordeelen en heeft dan dus slechts verbale of symbolische beteekenis.¹⁾

Natuurlijk is ook dit stellingnemen ons antipathiek, maar toch hebben we hier rijke winst te boeken: het psychologisme komt beter uit: Poincaré had de logistiek verweten: een fout is voor u doodelijk, want de logica is onfeilbaar; dus indien ge, bij doorvoering van de hypothese, dat de wiskunde logisch is, op contradicties stuit, dan blijkt uw hypothese onhoudbaar.²⁾ Hij had echter de logistiek voor een *dilemma* moeten stellen en wel dit: dan is of uw hypothese onhoudbaar of de logica feilbaar. Het laatste alternatief aanvaardt Russell: de logica is niet normatief, maar psychologisch en dus empirisch opgevat: de methode van de logistiek is in wezen dezelfde als die van elke andere wetenschap. Zij kent dezelfde feilbaarheid en onzekerheid, hetzelfde mengsel van inductie en deductie en dezelfde noodzakelijkheid een beroep te doen op de algemeene overeenstemming van de berekende resultaten met de waarneming om haar principia te bevestigen.³⁾ We ontkennen dit niet geheel, maar de *laatste* grondslag der wetenschap kan niet empirisch zijn, maar moet normatief wezen. En deze normen der logica moeten zuiver formeel blijven wil men niet weer vervallen tot de leer der aangeboren begrippen etc.. En *hierom* is 't het ware intuitionisme te doen; anders baat alle erkenning van de intuïtie niet: of de intuïtieve gegevens dan twintig indefiniablen zijn dan

¹⁾ a.art., pg. 648/649.

²⁾ Vrgl. hieronder, § 15, pg. 364.

³⁾ a.art., pg. 630.

wel de beginselen der logistiek toch wat ingewikkelder uitvallen ¹⁾ doet er minder toe.

Alleen constateeren we, dat 't debat toch ook voor Russell niet met de Principles gesloten schijnt. De hoofdfout der logistiek ontgaat hem nog steeds. Want wel heeft hij thans den grond (?) aangewezen van de contradicties, en zijn vroegere theorie een restrictie opgelegd in 't principie van den viciösen cirkel, maar ook thans wil hij 't transfiniete getal handhaven en daarom slechts aan de *definitie*: „een inductief getal is een getal dat deel uitmaakt van alle recurrente classen” de genoemde restrictie toevoegen; maar deze restrictie is een nieuw axioma en daarom moet het, zal het 't principie van volkomen inductie kunnen vervangen, meer evident zijn dan dit. Buitendien is deze verbetering slechts noodig voor de logistiek die de *definitie* van 't getal heeft geëischt en opgesteld, maar niet voor 't intuitionisme, dat dit niet heeft gedaan, maar 't principie van volkomen inductie: „Elk eindig getal is inductief” als onbewijsbaar oeraxioma heeft aanvaard. Immers de contradictie in *alle* ontstaat slechts wanneer dit woord in een *definitie* voorkomt van *definities*; dit is echter bij 't getal alleen op formalistisch standpunt het geval. ²⁾

De universalia zijn dus abstracta, en 't is deze onhoudbare opvatting die het tweede deel van „The nature of truth” biedt in zijn verdediging der universalia tegenover het pragmatisme. Onze critiek behoeft dan ook na 't voorafgaande alleen betrekking te hebben op de eerste twee van deze zes pagina's. H. J o a c h i m had in zijn werk, van denzelfden

¹⁾ a.art., pg. 649.

²⁾ POINCARÉ, A propos de la logistique, Revue de mét. et de mor., XIV, 1906, pg. 866/868.

naam als Russell's critiek, beweerd, dat, indien A onafhankelijk is van B, A niet in relatie kan worden gebracht tot B, en dat dus, indien de feiten onafhankelijk zijn van de ervaring, ze niet kunnen worden ervaren, en niets dus gekend kan worden. Mits men „ervaring” goed versta is hier niets tegen in te brengen ; maar al zijn de feiten als grondslagen van mijn wetenschappelijk systeem niet onafhankelijk van de ervaring, daarom kunnen ze als feiten toch wel bestaan — ook als men feit opvat als „gebeuren” — zonder mijn waarneming. Dat „alles in alles” werkt is voor de natuurwetenschap juist, maar al zal dan ook de aanwezigheid van elke kracht in de wereld ongetwijfeld invloed uitoefenen op mijn bestaan, daarom behoef 'k er nog geen weet van te hebben ; en zelfs werkt 't spreken van onbewuste invloeden hier verwarrend, wijl de term onbewust ook op het subject kan slaan, dat die invloeden uitoefent ; men kan hier beter spreken van *niet geweten* factoren. Deze theorie is vanzelf slechts houdbaar op dualistisch standpunt, waarop zijn en denken worden onderscheiden. J o a c h i m verwacht ze klaarblijkelijk en R u s s e l l toont zich niet in staat zijn sophisme te ontdekken : voor hem is zijn en denken nog niet gelijk, maar wel overeenstemmend ; daarom moet hij om de relativistische logica te bestrijden ook het relativisme in de physica loochenen ; ¹⁾ maar of nu alles, ook 't „bestaan” van kleuren absoluut, dan wel alles, ook 't bestaan van alle extramentaliteit, relatief heet, blijft gelijk : beide theorieën loopten uit op pantheïsme ; 't verschil is alleen dat tusschen H e r a c l i t u s en P a r m e n i d e s.

Dit komt ook duidelijk uit in een artikel „The nature of

¹⁾ a.art., pg. 529.

truth'' dat in de Proceedings of the Aristotelian Society 1906/'07 verscheen, en drie deelen bevat, welke alle werden herdrukt in „Philosophical Essays'', de eerste twee onder 't opschrift „The monistic theory of truth," ¹⁾ het derde als „On the nature of truth and falsehood," ²⁾ naar welken herdruk we hier citeeren. Het eerste artikel bevat in 't eerste deel een reductio ad absurdum van de monistische waarheidstheorie, in het tweede een uiteenzetting van eigen relatietheorie. Het eerste geeft vier argumenten :

1e. Indien de waarheid één is, zijn bepaalde oordeelen slechts ten deele waar. Daar nu de monistische wijsbegeerte op zulke bepaalde oordeelen steunt is ook zij niet bevoegd zich voor de waarheid uit te geven. ³⁾

2e. Als elk oordeel slechts gedeeltelijk waar is, geldt dat ook van het oordeel „A is een deel van B''. Is B nu reëel, dan is „A is een reëel deel van B'' slechts gedeeltelijk waar, maar dan is B niet werkelijk een geheel van deelen, en dus niet werkelijk een geheel. ⁴⁾

3e. Daar elk oordeel betrekkelijk waar en betrekkelijk valsch heet, is deze theorie niet in staat duidelijk te maken in welken zin een oordeel waar en in welken het valsch genoemd kan worden, daar ook de oordeelen die dit moeten duidelijk maken aan hetzelfde euvel mank gaan. ⁵⁾

4e. Ervaring kan 't monisme niet helpen, want deze steunt zelf op een waarheidsbegrip dat hier echter ontbreekt. ⁶⁾

¹⁾ a.w., pg. 150/169.

²⁾ a.w., pg. 170/185.

³⁾ a.w., pg. 150/153.

⁴⁾ a.w., pg. 153/154. Bij dingen is dit juist ; daarom is dit argument geldig tegenover 't monisme, dat zijn en denken vereenzelvigt ; *anders niet*.

⁵⁾ a.w., pg. 154/156.

⁶⁾ a.w., pg. 156/159.

Deze argumenten zijn volkomen juist: een monistische logica is absurd, wijl in strijd met een monistische en monadologische metaphysica: is er één substantie, dan is ons bewustzijn een deel van het zelfbewustzijn van het eene, maar dan kunnen we geen systeem van het Al ontwerpen (monisme); is 't bestaan der monade een staan in verhoudingen, dan is alle kennis synthetisch en zijn en denken loopen dus niet parallel, noch vallen ze samen.

Ten opzichte van het tweede deel van 't oorspronkelijke artikel past de critiek, die we leverden op „The philosophy of Leibniz”: hij verwerpt het monadologisch axioom der interne relaties (beter: dat de relaties praedicaten zijn) omdat het in de kenleer niet opgaat, maar toont daarmede niet in te zien, dat voor de monadologie kenleer en metaphysica *niet* parallel zijn; zijn „correctie” gaat zelf uit van deze parallelie en 't bezwaar geldt alleen de bepaalde uitwerking.

Dit voerde hem echter vroeger reeds tot de consequentie, dat, wijl er valsche oordeelen zijn, er ook valsche transcendente objecten zijn. Tegen het bestaan van valsche objectieven heeft hij echter bezwaar, en geeft, om toch maar de parallelie te kunnen handhaven, nu een nieuwe analyse van 't oordeel. „Karel I stierf op 't schavot” is waar; „Karel I stierf op zijn bed” is valsch. Beide oordeelen geven nu niet een relatie weer van mijn geest tot „Karels dood op 't schavot” of „Karels dood op het bed”, daar er geen objectief van 't laatste bestaat, maar tot verschillende objecten, van welke één een relatie is, dus tot de objecten „Karel I”, „bed” en „sterven op”; het oordeel is dan waar wanneer deze relatie, die een der objecten is, „relates the other objects, otherwise it is false”.¹⁾

¹⁾ a.w., pg. 181.

Maar evenzeer als de subject-*praedicaatskenleer* moet verworpen, toont zich de normatieve subject-*praedicaatslogica* onmisbaar, want Russell's analyse, die haar overbodig wil maken, ¹⁾ is makkelijk genoeg, maar ook uit de optelling van deze elementen laat zich geen *synthese (oordeel)* opbouwen. „Karel I 's sterven”, „Karel I 's bed” en „sterven op bed” zijn alle ware „objecten”, maar de verbinding: „Karel I 's sterven op bed” geeft een onwaar objectief, waaruit blijkt, dat 't oordeel als eenheid niet is te verklaren uit de optelling der elementen, en ook niet uit de saamvoeging van hunne relaties, daar er dan weer een relatie moet zijn tusschen „Karel I” en „sterven” (het genetiefverband), tusschen „sterven” en „bed”, enz. ad infinitum. Hier is dus een hoogere eenheid, en wel zulk een, aan welke geen objectief beantwoordt. Zoo moeten we toch terug tot Meinong en Sigwart: 't objectief der valsche oordeelen bestaat niet transcendent. Allerongelukkigst is dan ook Russell's argumentatie, dat hij met zijn analyse de in se onfeilbare gewaarwordingen heeft onderscheiden van de feilbare oordeelen: want de vraag is juist, of de objecten van het oordeel afzonderlijk waarneembaar zijn. Maar juist dat is met één der objecten, nl. de relatie, *nooit* het geval: „liefhebben,” „sterven op,” „links staan van” zijn nooit afzonderlijk waarneembaar: geen relatie zonder complex: zonde bestaat niet, indien Gods wet en de overtreder niet bestaan.

Zuiver in overeenstemming met onze karakteristiek van 't formalisme ²⁾ heet het in een recensie van het ook in dit werk ³⁾ behandelde geschrift van Meinong „Ueber die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissen-

¹⁾ a.w., pg. 164, v.v.

²⁾ Boven, § 11, pg. 230/231.

³⁾ Boven, § 7, pg. 162 v.v.

schaften", dat de zuivere geometrie apriori is, maar dat in haar niet wordt aangenomen, dat de axioma's waar zijn, maar alleen, dat ze hypothesen zijn, met welke men toetreedt op de werkelijkheid; ¹⁾ ook 't bestaan als Gegenstand en als ding zijn voor hem niet duidelijk onderscheiden. ²⁾

Den logischen oorsprong der mathesis verdedigt ook „The study of mathematics”, gepubliceerd in „New Quarterly”, November 1907, herdrukt in „Philosophical essays”. ³⁾ Verwijderd van hartstochten en van de natuur hebben de geslachten geleidelijk een geordenden cosmos geschapen, waar het zuivere denken kan dwalen als in eigen huis, om eigen macht te kennen. ⁴⁾ Want het logisch *verband* is 't eenige; de regels zelf zijn als de regels van het spel, noch waar noch vals. ⁵⁾ De wetten der logica zelf zijn echter niet wetten van ons denken alleen, maar, krachtens het naief realisme, ook van het zijn, het mogelijke en het feitelijke zijn. ⁶⁾ Dit panlogistisch parallelisme is 't beste bolwerk tegen alle scepsis. ⁷⁾

„Transatlantic truth” heet een artikel, geplaatst in Albany Review, Januari 1908, eveneens herdrukt in genoemd werk, en wel onder den titel: „William James's conception of truth”. ⁸⁾ Hij onderscheidt daarin de aanhangers van James en die van Schiller, die resp. nut en waarheid identificeren en 't nut als een *criterium* van de waarheid beschouwen, voelt meer voor de laatsten dan voor de anderen, ⁹⁾ maar heeft

¹⁾ RUSSELL, a.art., pg. 438.

²⁾ a.art., pg. 439.

³⁾ a.w., pg. 71/86.

⁴⁾ a.w., pg. 74.

⁵⁾ a.w., pg. 75.

⁶⁾ a.w., pg. 82.

⁷⁾ a.w., pg. 85.

⁸⁾ a.w., pg. 127/149.

⁹⁾ a.w., pg. 137.

toch ook zóó nog bezwaren, daar 't pragmatisme de inductieve methode generaliseert ¹⁾, en zijn standpunt veeleer is : allereerst de deductie te vertrouwen en de inductie alleen krachtens zijn geloof aan de omgekeerde evenwijdigheid van zijn en denken. Uit dit jaar hebben we, daar 't debat met Mac Coll in technische quaesties verloopt ²⁾, slechts nog één uitdrukking te citeeren. In z'n critiek op H e g e l's terminologie van ware en valsche oneindigheid heet het : „I may remark, . . . that if I had the bestowal of the adjectives „true” and „false”, I should interchange them, since I think the „false” infinite logically faultless and the „true” infinite a mere chimaera”. ³⁾ Natuurlijk valt dan alle absolute norm van waar en goed, valsch en slecht ; slechts het Stoïsch ideaal van den wijze kan hem bekoren. ⁴⁾ Maar evenals het pragmatistische is dit standpunt monistisch ; wanneer deugd en kennis saamvallen is de Stoïsche norm slechts : naar de natuur te leven ; maar dit naturalisme miskent de zonde ; 't onderscheidt zich van het pragmatisme alleen doordát zijn rationalistische tendenzen niet stroken met het Amerikaansche empirisme ook in de ethiek ; principieel is de strijd dan ook niet.

Aan de ontdekking van 't principieel van den viciëusen cirkel sluit zich „Mathematical logic as based on the theory of types” aan. De gedachtegang is nl. deze : Wanneer 'k zeg : „ik lieg” kan dit oordeel niet van zichzelf gelden maar alleen van andere oordeelen, tenzij 't een viciëusen cirkel insluit. Dan is 't oordeel „ik lieg” dus van een hooger orde dan de oordeelen welke de

¹⁾ a.w., pg. 144.

²⁾ Zie Mind, XVII, 1908, pg. 151, 300 en 453.

³⁾ Mr. Haldane on infinity, pg. 238.

⁴⁾ Pragmatism, Philosophical essays, pg. 126.

gewraakte leugens inhielden.¹⁾ Zoo bevat 't oordeel: „de functie „X is een man” „is een man” een contradictie, een „pars” pro toto. Men kan dus spreken van oordeelen der eerste orde, die in die der tweede worden ondersteld, etc.; er bestaat een hiërarchie van functies en proposities, welke laatste van die der eerste is af te leiden.²⁾ Tegen heel dit betoog is geen enkele bedenking te opperen. Maar als nu aan 't eind 't „axioom der herleidbaarheid” wordt ingevoerd³⁾ om toch weer niet intensieve, maar extensieve omvatting van *alle* functies mogelijk te maken, dan is 't toch duidelijk, dat dit niet logisch is af te leiden uit het voorafgaande.⁴⁾ Immers van functies en proposities van verschillende orde geldt hetzelfde wat van getallen geldt: men kan zich wel een oneindige hiërarchie in *princiep* gegeven denken, maar nooit af. Russell heeft de classentheorie verworpen,⁵⁾ maar de begeerte het transfinitie getal te redden doet hem haar weer tersluiks toelaten. Dit motief bespeurt men ook bij het pleidooi voor de invoering van dit axioom, dat hij in „La théorie des types logiques” geeft. Hij zegt daar nl. niet gaarne te beweren, dat dit axioma zelfevident is, maar dat behoeft ook niet: de redenen om een axioom of ander oordeel te aanvaarden, zijn altijd grootendeels inductief: „c'est par exemple le fait, qu'on en peut déduire nombre de propositions, qui sont de leur côté à peu près hors de doute; et qu'on ne connaît aucune manière aussi plausible d'expliquer la vérité de ces propositions, si l'axiome était faux. . . . Dans le cas de l'axiome de ré-

¹⁾ a.art., vooral pg. 224.

²⁾ a.art., pg. 236.

³⁾ a.art., pg. 241/244.

⁴⁾ POINCARÉ, La logique de l'infini, Revue de mét. et de mor., XVII, 1909, pg. 461/482; vooral pg. 467/472.

⁵⁾ Zie ook Some explanations, Mind, XIX, 1910, pg. 376.

ductibilité, l'évidence d'induction qui milite en la faveur est très forte, car les raisonnements qu'il permet et les résultats auxquels il conduit apparaissent tous comme légitimes".¹⁾ Maar juist uit 't eerste deel van dit citaat, dat algemeen werd gehouden, ziet men ook, hoe voor 't monisme de eigensoortigheid der mathesis vervalt: axioma = hypothese.

Men kan opmerken, hoe Russell telkens helderder inzicht verkrijgt in eigen theorie en haar steeds niet alleen verbetert, maar ook duidelijker uiteen weet te zetten. Zoo is een enkele opmerking van Bradley voldoende om de volgende uitspraken uit te lokken: „I do not admit that they (the unities) are not composed of their constituents, and what is more to the purpose, I do not admit that their constituents cannot be considered truly unless we remember that they are their constituents.”²⁾ „I do not myself admit necessity and possibility as fundamental notions; it appears to me that fundamentally truths are merely truth in fact.”³⁾ En ook van het classebegrip spreekt hij in dit kleine artikeltje nog even: afgezien van andere contradicties vormt 't feit, dat een classe, indien er zulk een ding is, tegelijk één en veel moet zijn, een moeilijkheid. Buitendien heeft men bij de bewering dat de classen iets meer zijn dan „mere *façon de parler*” zich niet nauwkeurig ervan rekenschap gegeven, wat dit begrip eigenlijk beteekent en dat de arithmetiek daarmede niet in overeenstemming kan worden gebracht.⁴⁾ We geven dit laatste toe; 't classebegrip behoort dan ook niet in de arithmetiek, gelijk Russell vroeger meende, maar zijn onhoudbaarheid in

¹⁾ a.art., pg. 300.

²⁾ Some explanations, pg. 373.

³⁾ a.art., pg. 374.

⁴⁾ a.art., pg. 376.

deze wetenschap zegt niets tegen zijn geldigheid elders. Wat het transcendente object der ontkenning betreft, onderscheidt hij hier de ontkenning van een bepaald geloof als *daad*, die niets eischt als een „disbelief in positive propositions” ¹⁾ Maar als ik zeg : „ik geloof, dat Karel I niet op zijn bed stierf”, dan bestaat zulk een object wel. Ondertusschen acht hij een verzoenende theorie wellicht mogelijk. Zijn hoofdbezwaar blijft de subject-paedicatstheorie.

„l'Importance philosophique de la logique” is een populaire lezing, waarin hij achtereenvolgens bespreekt : de resultaten, de methode en de innerlijke natuur der stellingen in de moderne mathesis. Deze volgorde is allervreemdst, maar de verklaring luidt : „comme tout problème vraiment philosophique” is ook dit analytisch. Bij de feiten gaat hij uit van de correspondentie der oneindige reeksen, b.v. die van de reeks der getallen met die der even, en zegt dan : hier is dus 't deel gelijk aan 't geheel. Zelfs *Leibniz*' bezwaar tegen den term „oneindig getal” deelt hij niet : dat kan alleen geopperd indien men 't principie van volkomen inductie aanvaardt, hetwelk eischt, dat, indien een verzameling 't getal *n* heeft, een deel dezer verzameling niet hetzelfde getal kan hebben. Dit is nu in strijd met wat hij „vond”. Maar „vond” hij inderdaad die getallen ? Men kan er over spreken en ze eenigszins definieeren ; maar dat kan 'k met „spoken” ook. De methode van *Russell* is dus even dwaas als wanneer 'k zeg : over spoken kan 'k spreken ; 'k kan ze definieeren als geesten die *als zoodanig* ruimte innemen ; ze bestaan dus. Nu kan 'k ze kennen door 't axioma te laten varen, dat geest kwalitatief niet ruimtelijk is. Omdat 'k dus spoken „vind” moet dit

¹⁾ a.art., pg. 377.

axioom vervallen. De eerste vraag is niet, of transfiniete getallen niet een *andere* realiteit hebben dan spoken, maar of spoken en transfiniete getallen *bestaan*, ieder op eigen wijze. *Bestaan* wordt nooit geschapen door definitie: dit is alleen mogelijk op naief realistisch standpunt. Dat zegt hij dan ook openlijk: ¹⁾ 't continu is verklaard, daarmee vervalt 't bestaansrecht van 't idealisme. Wij voor ons, die niet aan deze verklaring gelooven, meenen echter, dat 't idealisme, *voor zoover het op idealen* — en niet op dingen — dus o.a. op *absolute ruimte en tijd betrekking heeft* (*verder niet*) zijn bestaansrecht *niet* verloor.

Het functiebegrip is het albeheerschende principieel in de methode van „implication”; de deductie houdt ook hier geen rekening met den inhoud. ²⁾ Dit is wel juist voor de *formeele logica*, maar zelfs deze *onderstelt* een inhoud: de variabele moge voorkomen in een formule van louter logische constanten, ze is zelf niet logisch. Wanneer dit geloofend en aan de empirie de verifieering wordt opgedragen van de algemeene deductiemogelijkheden der mathesis, dan is deze de algemeene hypothesenleer, die tot taak heeft elke hypothese zoo ver mogelijk te generaliseeren en arbeid te besparen door als variabele in zulk een hypothese en hare derivata x te stellen. ³⁾

De conclusie in het derde deel moet nu wel zijn, dat alleen logische constanten worden vereischt. Tegenover het passieve empirisme luidt zijn critiek, dat 't *principieel* van inductie niet zonder viciösen cirkel kan ontleend heeten aan de inductie, wat bovendien is uitgesloten wijl het generaal is. De inductie is slechts deductie van uit 't principieel van inductie. ⁴⁾ Volkomen

¹⁾ a.art., pg. 283.

²⁾ a.art., pg. 284.

³⁾ a.art., pg. 286.

⁴⁾ a.art., pg. 287.

waar, maar wat is dan z'n *rechtsgrond*? 't Schijnt toch, dat men om dezen te vinden òf 't naieve realisme moet aanvaarden, òf de empirie als *ervaring* moet verstaan, in welk begrip reeds een synthese ligt van subjectieve vormen met gegeven objecten en feiten. Maar als men de laatste oplossing eerst weer verpsychologiseert,¹⁾ moet men wel het eerste aanvaarden: we krijgen dan een logica van mogelijke verbindingen en een empirie van feitelijke thesen die ons zegt, welke der mogelijke verbindingen werkelijk zijn; — een anthropomorphiseering van Leibniz' God. Maar terwijl deze dan nog koos door wijze motieven gedreven, en zoo door het metaphysisch optimisme de band gelegd werd tusschen het mogelijke en het werkelijke, blijven deze hier geheel onverzoend: „La logique et la mathématique nous forcent, donc, d'admettre une espèce de réalisme au sens scolastique, c'est à dire, d'admettre qu'il y a une monde des universals et des vérités qui ne portent pas directement sur telle existence particulière.”²⁾ Maar juist daarin lag het zwak en van het oude Platonisme en van de Scholastiek, dat er geen band was tusschen universele en reale. Louter classe kan het eerste niet zijn; ook Russell zag dit in, maar dan moet 't *wet* zijn òf er is geen band. Voor 't laatste kiest Russell als hij nogmaals uitdrukkelijk den „inhoud” als verbindingsschakel tusschen kendaad en object verwerpt.³⁾

Dit brengt hem ook in conflict met Bergson, wien hij in het Monist-artikel verwijt, dat diens intuitionisme bij de herinnering niet genoegzaam onderscheidt tusschen object

¹⁾ Vrgl. a.art.; pg. 289.

²⁾ a.art., pg. 290.

³⁾ Cr. n. on Essays in radical Empirism, pg. 573; vrgl. ook: On the nature of acquaintance, III, t.a.p., pg. 447/452.

en subjectieve voorstellingsdaad ;¹⁾ maar hij vergeet, dat Bergson in dit verband niet spreekt over bewuste *voorstellingen*, maar over de onbewuste, juist: niet-geweten, psychische *synthese*.²⁾ Bij de bewuste herinnering is met *Meinong* de herinnering als *daad*, haar Gegenstand, nl. de voorstelling van een bepaald feit *als* verleden *in* het heden, en haar inhoud, nl. het bepaalde feit als zoodanig, te onderscheiden. Maar het feit moet *thans* worden voorgesteld, dus *thans* nog werken in het zijnde ; dit is echter niet anders dan de psychische synthese, een daad van schepping, terwijl ons verstand slechts 't geschapene analyseert ; deze synthese in het *zijn* wordt door Bergson herinnering genoemd ; maar hoewel deze terminologie allerongelukkigst is, wijl weer verwarring veroorzakend van zijn met denken, had Russell toch het terminologische bezwaar van 't zakelijke moeten scheiden. Voorts merkt hij op, dat Bergson bij de veroordeeling van het analyseerende verstand overal de processen ruimtelijk noemt.³⁾ Maar ook hier heeft de *woordkeus* kwaad gesticht : Bergson bedoelt met „ruimtelijk” elke reeks van *onderscheiden* eenheden in relatie tot elkander ;⁴⁾ in dezen zin zijn grooter en minder „ruimtelijk”, evenals elke Gegenstand die een veelheid inhoudt, de abstracte ideeën en de logica van deel en geheel.

't Verschil zit echter dieper dan een woord : de psychische synthese zoekt men bij Russell tevergeefs en de bedenkelijke consequenties daarvan kan men vinden in „Know-

¹⁾ a.art., pg. 342/346.

²⁾ Vrgl. K. COSTELLOE, An answer to Mr. Bertrand Russell's article on the philosophie of Bergson, *The Monist*, XXIV, 1914, pg. 151.

³⁾ a.art., pg. 334/336 ; vrgl. echter hieronder, § 14, pg. 350.

⁴⁾ Vrgl. COSTELLOE, a.art., pg. 146.

ledge by Acquaintance and knowledge by Description" en in de „Problems of Philosophy." De universalia zijn immers bloot mogelijkheden, maar dan kan men gevoegelijk die, welke dit steeds blijven, laten vallen en heel de metaphysica doen saamschrompelen tot een deductie niet van mogelijke, maar van gegeven empirie. En dan is er geen onderscheid meer tusschen dit pseudo-Platonisme en Berkeley's systeem. In genoemd opstel en in 't eerste deel van 't aangehaald werk, waarin hij de vraag stelt: „Is er een materie?" heet de eerste bewustzijns-realiteit onzer gewaarwording, die teeken is van iets anders, het „fysische object". Kleur en klank zijn verschijnselen daarvan en niet psychisch; de daad van kleurwaarneming (sensation) is te onderscheiden van de kleur als „sense-datum". Deze onderscheidingen kan men nemen in de zin dien Meinong er aan toekent: er moet iets objectiefs ten grondslag liggen aan het verschil in inhoud onzer voorstellingen. Maar daarmee is nog niets bepaald aangaande de metaphysische realiteit dier verschillende „ietsen". Zijn de sense-data te danken aan de relatie tusschen geest en fysisch object? Maar dan moet een relatie van andere en lagere orde bestaan tusschen de psychische sensation en de sense-data, dus een verband en een afhankelijkheid beiderzijds. Volgens deze monadologische constructie is elke kennis een synthese van objectieve en subjectieve factoren, tusschen een bepaald metaphysisch niet-Ik en 't metaphysisch-Ik: de geest is dan zóó geconstrueerd, dat met een zeker aantal trillingen in de fysische reeks een bepaalde kleurgewaardworing correspondeert in de psychische („causa occasionalis"). Maar dan kennen we de *dingen*, zij 't ook door de relaties, wijl kennen zelf een

relatie is. Deze meening deelt Russell schijnbaar, als hij zegt: „different people see the same object as different shapes according to their point of view”.¹⁾ Maar de onmiddellijke consequentie is dan ook, dat de dingen geen sensibele qualiteiten hebben, maar dat ze zóó zijn geconstrueerd, dat een waarnemende menschegeest en 't ding an sich, in bewuste relatie gebracht, de kleur- en andere gewaarwordingen teweeg brengen. Maar dat is Russell's meening niet en de geciteerde uitdrukking schijnt aan een slip of the pen te wijten: Heel z'n critiek op de normatieve subject-predicaats-logica en de interne relatie komt met haar in conflict. Want de realiteit der ruimte-dingen, als gekend door tast- en gezichtsgewaarwordingen (tast- en gezichts- „ruimten”) is toch moeilijk te handhaven: we kennen ze niet door de gewaarwordingen: zelfs Russell geeft dit toe, en als vroeger²⁾ beroept hij zich hier op onze onkunde: „the kind of things which a man born blind could never know about the space of sight, we also cannot know about physical space.” Maar dan zijn of de ruimtedingen geen dingen, — en deze oplossing zocht Kant voor de monadologie, — of ze zijn 't wel, maar dan is de monadologie onhoudbaar: dan zijn de dingen immers niet kenbaar door hun relaties tot een waarnemend Ik, en is de kennis in 't geheel geen synthetische relatie, maar evenwijdigheid, m.a.w. indien de *dingen* niet verschijnen in hun verschijningen, in de relaties tusschen ding en Ik, dan bestaat er geen relatie van tweede orde tusschen ding en verschijning, tusschen fysisch object en sense-data, maar als we dan Russell

¹⁾ a.w., pg. 46.

²⁾ Vrgl. hierboven, pg. 285.

toegeven, dat de eerste bewustzijns-realiteit onze gewaarwording is, kan deze ook niet ontstaan door saamwerking van 't Ik en de sense-data buiten ons, daar dezelfde moeilijkheid hier dan terugkeert: er bestaat evenmin een relatie der tweede orde tusschen subject en relatie der eerste orde als tusschen deze en 't ding. Waar echter geen saamwerking is moet evenwijdigheid of vereenzelviging of schijnverband, beter: de correspondentie de verklaring geven. Dingen bestaan dus niet, maar wel kleuren, klanken enz.; de qualiteiten zijn er vóór ze sense-data worden door de sensation, zooals er vrouwen zijn die vrouw zijn voor ze huisvrouw worden door 't huwelijk.¹⁾ De abstractie van 't naief-realisme voert tot substantiveering der relatie nadat eerst door 't monisme — waarvan 't, gelijk ons historisch overzicht toonde, de keerzij is — de substantie relatie werd. Maar 't Ik als object van een ander Ik is dan ook een som van kleur, klank, vorm, enz.; niet de realiteit verschijnt,²⁾ maar de „appearance”, die hij *voelt* ³⁾: „sense-data is appearance of appearance” ⁴⁾ (natuurlijk ook niet als occasioneele causa te verstaan). Zoo zijn de sense-data één met de algemeene perceptie, die slechts kortheidshalve een verzamelnaam (nominalisme) draagt van „kleur” enz., en niet verklaard kan als soortgelijke relatie van soortgelijke dingen tot andere soortgelijke dingen, of wel: ze zijn één met de individueele gewaarwording (solipsisme, dat echter wegens deze principieele eenheid uit pragmatische overwegingen tot nominalisme kan verzwakken).

¹⁾ Mind, XXII, pg. 77.

²⁾ a.w., pg. 24.

³⁾ a.w., pg. 23.

⁴⁾ a.w., pg. 32.

In het tweede deel van de „Problems” verwacht hij de onderscheiding van innerlijke en uiterlijke waarneming met die van directe en indirecte kennis, acquaintance en description. Bij de eerste is er geen sprake van waar of valsch; de acquaintance is een *feit*.

In deze klasse vormt de acquaintance bij welke sensibele voorstellingen optreden een bevoorrechte groep: „These may perhaps be definid as „presented objects simultaneous with the act of presentation”.”¹⁾ Als de objecten hier tegelijkertijd *bestaan* met de voorstellingsdaad moet men tot de synthetische kenleer terug, maar hij bedoelt, dat de objecten tegelijk worden *voorgesteld* met de voorstellingsdaad; dan zijn z’n universalia uitgesloten, wijl niet in den tijd bestaande, maar ook de herinneringsobjecten, die eerder zijn dan de herinneringsdaden.²⁾ ’t Psychologisch motief is hier duidelijk: de herinneringsobjecten zijn hier feiten die geschied zijn voor ze worden herinnerd; maar, deze feiten kunnen alleen herinneringsobjecten *worden* door ’t herinneren, dat nooit herbeleven wordt. En wijl *beleven* hier ’t ideaal is voor de *kennis*, vallen ze niet onder de bevoorrechte groep. Maar die feiten werden eens *beleeft* en nu is de herinnering mogelijk door psychische synthese, zoodat die feiten thans nog *werken* en tot ’t bewustzijn kunnen worden gebracht door de *herinneringsdaad* (b.v. de dood der ouders als *feit* werkt ook later in op den toestand van den wees en door de *herinneringsdaad* stelt hij zich dit feit bewust voor) en dus is ’t herinneringsobject een in het heden nog werkend feit, dat *als* vroeger

¹⁾ Mind, XXII, 1913, pg. 77.

²⁾ Ibidem.

door de herinneringsdaad in het heden-beleefde wordt voorgesteld, of wel: de psychische synthese is als *feit* niet mogelijk, maar dan is ook het „simultaneous” voorstellen en bestaan onmogelijk, want dan bestaat er geen Ik, dat beleven kan. — De „knowledge” by description is dan de hypothetische kennis der pseudo-universalia; ze berust, als vroeger, op een *veelvuldige* relatie van een object of daad tot de verschillende objecten, op welke het oordeel betrekking heeft. Hier treden waarheid en valsheid op door de verhouding van het oordeel tot de relatie der objecten; deze theorie, besproken in het derde deel der Problems, brengt niets nieuws.

Het vierde deel bevat de conclusies over de grenzen der philosophische kennis en de waarde der wijsbegeerte. Deze is hypothetische theorie der „universalia”, hier als begrips-*omvang* bedoeld, en valt dus geheel met de relatieloga samen. Zoo toont het naieve realisme zich tenslotte naturalisme, en wel agnostisch: want daar de hypothesen slechts thesen worden door de waarneming, maar 't ideaal daarbij het beleven is, kent 't eigenlijk slechts als onmiddellijk gegeven het zintuigelijk waargenomene. Van de sense-data kan 't dan ook bij latere correctie slechts heeten: „But it seems that their existence and nature are to some extent dependent upon the subject, not in the sense that they are illusory, or that they are in the mind (whatever that means), but in the sense that there is no good reason to suppose that they exist when they are not sensated or that a particular sense-datum is ever sensated by more than one subject.” ¹⁾ *Indien* er fysische objecten

¹⁾ a.art., pg. 79.

bestaan dan is de appearance niet ontstaan uit samenwerking van 't Ik en deze, maar dan is ze zelf een correspondentie van 't object; men kan deze correspondentie causaal verband noemen, wijl voor 't monisme causaal verband niets anders is dan parallelie of schijnverandering van het onveranderlijke. Maar dan kan men ook de objecten wel laten vallen; zooals de physische reeks zóó zou verloop en als ze verloopt indien de psychische niet bestond, zóó de psychische ook zonder de physische. Maar dan bestaat ook alleen wat in een *individuele* psychische reeks voorkomt; 't overige is althans slechts gissing zonder grond: het solipsisme is alleen volkomen redelijk, maar niet practisch.

Dat komt uit in „Our Knowledge of the External World.” Daar ziet hij in 't eerste hoofdstuk 't verschil tusschen filosofie en (idealistisch opgevatte) physica niet met „the classical tradition” van Plato en Hegel in het *object* ¹⁾ noch met het evolutionisme van Spencer en Bergson in de *methode*, ²⁾ maar in de meerdere abstractheid der objecten in de eerste, die „must not hope to find an answer to the practical problems of life.” ³⁾ Zoo wordt 't empirisme overal vrij spel gelaten het laatste woord te spreken inzake zijnsvragen, tot zelfs bij die aangaande de onsterfelijkheid der ziel en het bestaan Gods! De metaphysica (= logica) zal alleen de hypothetische implicaties der thesen geven. Het *tweede* hoofdstuk is gewijd aan de uiteenzetting der relatieloga, die zich van de oude subsumptieloga onderscheidt door een grooter aantal oorspronkelijke, logische

¹⁾ On our Knowledge pg. 4—10.

²⁾ a.w., pg. 11—30.

³⁾ a.w., pg. 29.

(= psychologische) vormen en door een vollediger uitwerking der mogelijkheden met behulp van het symbolisch rekenapparaat, waarbij het logisch atomisme, voortbouwend op Frege's analyse van het oordeel, zoover gaat met „sense data” atomistische en met „inferences” moleculaire oordeelen parallel te denken. ¹⁾ Het *derde* en *vierde* behandelen de betrekking tusschen de wereld der sense-data en de wereld der physica en tracht een solipsistische constructie te geven; gelijke bedoeling zit voor in het geciteerde „Scienza”-artikel. ²⁾ Dingen aan te nemen is niet empirisch genoeg, ³⁾ de objecten zijn functies van sense-data. Daar de ruimte der geometrie en physica bestaat uit een oneindig aantal punten, maar niemand ooit zulk een punt heeft gezien of getast, moeten we dus uitgaan van ruimtelijke en gekleurde punten (Berkeley en Hume), die worden afgeleid door enclosure-series, die „will enable us to define „a point” as certain class of spatial objects, namely all those (as it will turn out in the end) which would naturally be said to contain the point”; ⁴⁾ de geometrie geeft alleen de stellingen aan, welke in 't begrip punt geïmpliceerd zijn wanneer men het als zoodanig opvat. ⁵⁾ Maar, als gezegd, het solipsisme is niet practisch, en waar 't begrip substraat tot de prae-historische metaphysica behoort ⁶⁾, balanceert zijn schema tusschen solipsisme en naief realisme; d.w.z. hij neemt, à la Mach, hoogstens ⁷⁾ de mogelijkheid der waarneming als substraat van deze, de sensibilia als die van

¹⁾ a.w., pg. 52—54.

²⁾ a.art., pg. 2; vooral ook pg. 10.

³⁾ Vrgl. de bespreking van Descartes: Our Knowledge, pg. 72, 73.

⁴⁾ a.w., pg. 114.

⁵⁾ a.w., pg. 113/114.

⁶⁾ a.w., pg. 102.

⁷⁾ Vrgl. The ultimate constituents of matter, t.a.p., pg. 401.

de sense-data. Alle ruimten zijn persoonlijke ruimten ; de vraag wordt nu, hoe deze perspectiva worden geordend in één ruimte. Dit geschiedt door de correlatie van verschillende perspectiva met een hypothetisch „sensible.” ¹⁾ We betwisten niet, dat de ruimte-voorstelling of de localisatie zoo ontstaat, ²⁾ maar alleen, dat de ruimte *zelf* zoo wordt verklaard. Want *ruimtemeting* onderstelt ruimte evenzeer als alle wetenschap een subject en object vereischt tusschen welke ze een relatie is. Over 't zoo zijn van subject en object en dat der ruimte is hiermede nog niets beslist. Maar hoe men ooit op R u s s e l l's standpunt, uitgaande van de beleving der sense-data, verzekerd kan zijn van de identiteit in twee psychisch verschillende sense-data is een raadsel. Indien men kleur en klank daartoe verdinglicht valt de beleefbaarheid, want dan is er nog iets dat niet beleefbaar is, nl. de identiteit in de verscheidenheid der gewaarwordingen. En indien men over dit bezwaar heenstapt, blijft de verscheidenheid der gewaarwordingen onverklaarbaar, tenzij men aanneemt, dat kennis toch niet alleen afspiegeling is, maar relatie ; de vraag blijft dan nog slechts : relatie tusschen subject en object, tusschen 't Ik als subject van kennen en 't niet-Ik als object van kennen, tusschen 't Ik en 't Ding an sich, dan wel : tusschen 't Ik en de sense-data. Maar wijl de ervaring telkens leert, dat de laatste niet overeenstemmen, moet men tenslotte toch wel ook achter deze onvermijdelijk een onveranderlijk substraat aanvaarden. Daarom is 't dan ook consequent als R u s s e l l tenslotte dit pogen opgeeft : lichamen zijn slechts „fictions”. ³⁾

Het vijfde tot zevende hoofdstuk der „Problems”, tot welke

¹⁾ Scienza, a.art., pg. 11/15.

²⁾ Vrgl. hieronder, § 17, pg. 424/425.

³⁾ Vrgl. de mededeeling van een gesprek door PRICHARD, Mr. Ber-

we thans terugkeeren, spreekt over continuïteit en oneindigheid op de oude wijze: Russell heeft deze stellingen juist nu noodig: ze brachten hem tot z'n naief realisme, want indien de sensibilia de laatste gegevens zijn, dan moet ook de ruimte als tast- en gezichtsruimte sensibele zijn; maar zoo komt hij natuurlijk niet boven de relatieve ruimtemeting uit: de relativiteitstheorie is, schoon slechts als hypothese der physica, voor dit naturalisme tot methaphysica verheven. Maar zoo blijft de juistheid van wat we reeds vroeger beweerden, toen we zagen, dat Russell zich met hand en tand tegen de relativiteit der ruimte verzette: of men alles absoluut noemt of alles relatief doet niet veel ter zake: van Zeno is hij thans, door rekening te houden met de critische bezinning op 't begrip „waarneming”, teruggegaan op Heraclitus: het blijft echter monisme. En waar de psychische reeks werkelijk is en de physische alleen een begeleidend verschijnsel, kan men deterministisch vasthouden aan den causalen samenhang der psychologie en der physica, dan wel de vrijheid in deze trachten te erkennen, maar dan deze dezelfde rol ook toekennen in de physica. Deze consequentie trekt hij in het *achtste* hoofdstuk van de „Problems”. Het vormt de verzoening tusschen het eerst, gelijk we zagen door misverstand, zoo bestreden pragmatisme, tot hetwelk hij nog één stap nadert in de brochure: „Scientific method in philosophy”. Ook daarin is hij de psychomonistische empirist type - Berkeley en betreurt 't tehulp roepen van religieuze en ethische begrippen in de metaphysica. 't Parallelisme van zijn en denken ¹⁾ brengt

trand Russell on Our Knowledge of the External World, Mind, XXIV, 1915, pg. 145/185, vooral de noot in fine.

¹⁾ Nog in 1915 heet 't: „The present time may be defined as a class of all entities that are now”! (On experience of time, t.a.p., pg. 213.)

't rationalistisch monisme tot de vroeger gewraakte monistische kenleer, hem echter met de empiristische strooming tot het even monistische relativisme in niet „collectively but distributively” opgevatte kenleer. Met de scheiding van zuivere geometrie (die der implicaties) en physische (die der sense-data) valt het Kantiaansch probleem. Maar zoo wordt waarheid slechts logisch hypothetisch gevolg, niet absoluut gebiedende norm; en hij komt, nu eindelijk eerst volkomen consequent, eensdeels in conflict met de vroegere uitspraak tegen het pragmatisme, dat de verschillende opvattingen van waarheid juist de supraïndividuele waarheid onderstellen gelijk de verschillende opvattingen van zoet de supraïndividuele zoetheid,¹⁾ anderdeels in volkomen harmonie. Want supraïndividuele waarheid „bestaat” thans niet meer; ja toch, ze bezit dezelfde realiteit als zoetheid (ze is nl. een abstractie), en wie waarheid laat bestaan als *abstractie* doodt haar werking als *norm*. En waarom Russell nog de hulp van religieuze en ethische begrippen inde metaphysica versmaadt, is niet alleen *ons* een raadsel:²⁾ want indien waarheid hypothetische consequentie is en het vinden van de grondstellingen, uit welke de overige worden gededuceerd, een zaak van empirie, dan is de eisch, dat religie en ethica daarbij uitgezonderd moeten zijn een volkomen onverklaarbare rest van naturalistisch dogmatisme; zoodra ook deze zal versmelten, evenals de suiker die met een waar oordeel werd vergeleken, zal slechts 't pragmatisme overblijven, dat meent te kunnen gelooven wat men *wil*. M.a.w.: ondanks menig verschil in detail is het „nieuwe realisme” in den grond der zaak evenals het pragmatisme antinormatief naturalisme.

¹⁾ Philosophical essays, pg. 128.

²⁾ Vrgl. F. C. S. SCHILLER, Cr. n. on Scientific Method in Philosophy, Mind, XXIV, pg. 402.

Russell en Mannoury behooren tenslotte toch tot één school; alleen behoefde de laatste niet tot zijn dood toe zijn theorie van contradicties te bevrijden, daar hij terstond hare consequenties doorzag. Wellicht is dit te danken aan de ontwikkeling van den geest des tijds: hij begon immers eerst tien jaar later te schrijven dan de Engelsche logico-mathematicus, en juist in denzelfden tijd nadert deze steeds meer het pragmatisme.

Het naieve realisme heeft in de wiskunde der logistiek slechts een omweg gevolgd: maar het is tot zijn uitgangspunt teruggekeerd: zijn en denken liepen parallel voor de Pythagoreeërs; de ontdekking van het irrationeele getal voert dan tot de aanvaarding der actualiteit van het oneindige; de relaties worden gesubstantiveerd of de substantie tot relatie verlaagd.

Zeno en Heraclitus, Spinoza en Hume vertegenwoordigen slechts verschillende gezichtspunten, geen tegenstellingen. En Russell die eerst de Principles schreef ontmoet later in de Problems Mach's functionalisme, het bezinksel van het absoluut illusionisme.

Voor wie, theist van huis uit maar zoekend den weg dien hij op wiskundig terrein heeft in te slaan, als ieder mensch daarbij uitgaat van het naief realisme, is het uitermate leerzaam Russell's ontwikkeling na te gaan. Want dan zal hij bespeuren, dat niet slechts 't empirisme, maar ook het formalisme, niet alleen in den Nietzscheaanschen, maar ook in den logistischen vorm moet verworpen; slechts het intuitionisme, dat in de synthese apriori de eigensoortigheid van het mathematisch object handhaaft en in kennis een relatie ziet, zal hem kunnen bevredigen; alleen maar — ook voor deze richting is *critische* waardeering geboden.

C. HET INTUITIONISME.

§ 15. Het nieuwere intuitionisme.

B. BOLZANO's *Wissenschaftslehre, Versuch einer ausführlichen und gröszentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter*, herausgegeben von mehreren seiner Freunde, mit einer Vorrede des Dr. J. Ch. A. Heinroth, 2 dln, 1837. — *Paradoxien des Unendlichen*², herausgegeben aus dem schriftlichen Nachlasse des Verfassers von Dr. Fr. Prihonsky, 1889. — R. FALCKENBERG, *Die Entwicklung der Lotzeschen Zeitlehre*, *Zeitschr. für Philos. und philos. Kritik*, 105, 1895, pg. 178/210. — R. GEYER, *Darstellung und Kritik der Lotze'schen Lehre von den Localzeichen*, *Philos. Monatshefte*, XXI, 1885, pg. 513/560. — H. HÖFFDING, *La philosophie de Bergson exposé et critiqué, traduit d'après l'édition danoise avec un avant-propos par Jacques de Coussange*, 1916. — H. LOTZE, *De la formation de la notion d'espace. La théorie des signes locaux* (1877), *Kleine Schriften*, III, 1891, pg. 372/396. — *L'Infini actuel est il contradictoire? Réponse à M. Renouvier* (1880), a.w., pg. 492/506. — *Mittheilung an C. Stumpf in Betreff der Lehre von den Localzeichen*, a.w., pg. 511/520. — P. SICKEL, *Das Verhältnis des Pantheismus zum Theismus in Lotzes Lehre vom Absoluten*, *Zeitschr. für Philos. und philos. Kritik*, 130, 1908, pg. 113/141.

Aan het eind van het overzicht dat we vroeger leverden aangaande het intuitionisme tot op Kant merkten we reeds op, dat het in het begin der negentiende eeuw een verre van sterke stelling had te verdedigen. En een kennismaking met de nieuwe feiten en problemen kon dezen indruk slechts bevestigen: de ontwikkeling van de niet-euclidische geometrieën in enger zin scheen der euclidische hare aprioriteit te rooven: verschillende constructies bleken mogelijk, d.w.z. alle waren evenzeer van logische contradictie vrij, wanneer

men slechts achtereenvolgens de onderling onafhankelijke axioma's wegliet of toevoegde. Daardoor scheen men de beslissing over de toepasselijkheid van één bepaalde constructie aan de physica over te moeten laten : het intuitionisme verloor terrein tegenover het empirisme. Maar ook anderzijds kon het de linie niet handhaven : steeds meer legde het psychologisme den nadruk op de eenheid der *methode* ; reeds een gymnasiast valt het op, hoe de stellingen in de stereometrie parallel lopen met die der planimetrie, hoe de logische band die deze in de eerste verbindt als zoodanig overeenstemt met die in de laatste ; en men leidde, daar hetzelfde verschijnsel zich voordeed bij de meerdimensionale en projectieve geometrie, daaruit af, dat dus de logische vorm, wijl telkens terugkerend, hoofdzaak is, — de materie echter bijzaak en willekeurig te bepalen.

Nu kon het intuitionisme op tweeërlei wijze den opgedrongen strijd aanvaarden. Het kon nog trachten het Kantiaansche standpunt in te nemen en de aprioriteit zonder meer te verdedigen van tijd en euclidische driedimensionale ruimte. Maar dan stond het uitermate zwak met eigen leer van de idealiteit en subjectiviteit van ruimte en tijd, daar dan de vraag zich niet liet onderdrukken, of er geen wezens mogelijk waren met andere aanschouwingsvormen, en het dus toch weer de nieuwe feiten in zekeren zin moest erkennen. Om ook deze moeilijkheid te vermijden kon het anderzijds zijn kracht erin zoeken, de leer van de idealiteit van ruimte en tijd zelf te laten vallen, maar bracht zoo doende feitelijk zichzelf om.

De eerste intuitionisten voor de wiskunde van beteekenis na Kant, nl. Bolzano en Lotze, typeeren beide richtingen. Bolzano moet beslist in metaphysicis gerekend tot de monadologische school en tot de normatieve in logicis, gelijk blijkt

op bijna iedere pagina van de beide werken aan het begin dezer paragraaph genoemd. Daarom zou men in de lijn van wat geschiedenis en logische saamhang ons leerden, hem in het ruimte- en tijdsprobleem tot de intuitionisten willen rekenen. Dat hiermede een onjuistheid zou zijn begaan, spreekt hij duidelijk uit in de Paradoxien. Hij keert zich daar niet slechts tegen Newton en Clarke, die de ruimte als sensorium Dei opvatten, evenals tegen Descartes' ontdekking, dat alleen de zgn. materiele substanties zich in de ruimte bevonden, welke leer, bij al te voorbarige toepassing, tot het parallelistisch monisme van Spinoza leidde, maar ook niet minder tegen Kant, die „sogar auf den unglücklichen, von Vielen noch jetzt ihm nachgesprochenen Einfall gerieth, den Raum sowohl als die Zeit gar nicht als etwas Objectieives, sondern als eine bloss (subjective) *Form unserer Anschauung* zu betrachten,”¹⁾ aan welke probleemstelling hij het dan ook wijt, dat de vraag werd opgeworpen, of andere wezens niet een andere ruimte kunnen hebben, en dat Herbart's leer van vaste en continue ruimte en tijd kon opkomen. Dit *verwijft*²⁾ toont aan, hoe de karakteristiek van Bolzano's oplossing moet zijn gelijk we die gaven: de leer der idealiteit en subjectiviteit van ruimte en tijd laat inderdaad de mogelijkheid open tot de vraag, of andere wezens met andere aanschouwingsvormen kunnen worden gedacht, en moet dus de nieuwe feiten in zekeren zin erkennen; maar juist om aan deze erkenning te ontkomen wil Bolzano een leer, die aanleiding geeft tot zulke moeilijkheden, laten varen: „Mir ist nämlich der Raum, ähnlicher Weise wie die Zeit, *keine Be-*

¹⁾ a.w., pg. 79.

²⁾ ibidem.

schaffenheit der Substanzen, sondern nur eine *Bestimmung* an denselben, so zwar, dass ich diejenigen Bestimmungen an den geschaffenen Substanzen, welche den Grund angeben, warum sie bei dem Besitze ihrer Beschaffenheiten in einer gewissen Zeit gerade diese Veränderungen in einander hervorbringen, die *Orte*, an welchen sie sich befinden; den Inbegriff aller Orte aber den *Raum*, den ganzen Raum nenne".¹⁾ De ruimte is dus geen substantie en geen praedicaat; maar daaruit volgt voor den monadoloog, dat ze niet bestaat in 't „gegevene", en dus slechts in de kenleer behoort. Is de „plaats" echter de *grond* van veranderingen, dan zijn deze veranderingen evenmin *physisch* reëel als de „plaats", wijl een *grond* niet *physisch* is, of 't psychomonisme staat voor de deur: het intuitionisme graaft dan eigen graf. Hoogstens kan bedoeld zijn, dat de plaats de *oorzaak* is van de verandering, maar als de *oorzaak* van den grond verschilt door de toekenning van werkelijkheid die, ook volgens Bolzano, slechts aan substanties en krachten toekomt,²⁾ dan mag de „plaats", wijl aan haar slechts waarde toe te kennen valt voor de ordening der waarneming, niet „werkelijk" genoemd worden. Zoo kunnen we in Bolzano's „Ort" als „grond" slechts een woord zien, dat de moeilijkheid aanduidt die zich op Kantiaansch-intuitionistisch standpunt bij confrontatie met de werkelijkheid voordoet, dus een probleemstelling, niet een oplossing inhoudt, en dan wel een onoplosbare, wijl met eigen stellingen contradictoire, probleemstelling. De grond van zijn bezwaar is blijkbaar gelegen in een misverstand: de aanschouwingsvorm heet „louter subjectief" en Bolzano vreest hier willekeur.

¹⁾ a.w., pg. 80.

²⁾ a.w., pg. 76 v.

Maar dit „subjectief” duidt voor den monadologischen denker niet aan, dat de ruimte iets individueels is, daar de ontheffing aan dit individueele juist het kenmerk is van zijn streven naar supraindividueele en normatieve waarheid. „Subjectief” wil slechts zeggen: in de kenleer te veronderstellen relatie tusschen subject en object; daarom is met vermindering van alle idealisme de term „aanschouwing” slechts een aanduiding van dit verband tusschen subject van kennen en object; 't subjectieve element moet dus erkend, maar *evenzeer de objectieve orde*. De laatste verdedigt Bolzano geheel terecht en in den strijd tegen het conventionalisme is hij een krachtig bondgenoot; alleen moet het hem betwist, dat deze orde zelf ruimtelijk is. Ook zoo blijft hier een probleemstelling, maar 't is in ieder geval niet eene die reeds van te voren in contradictie verkeert met de monadologische praemissen van het intuitionisme.

Van de andere groep denkers die Kant's leer van de aprioriteit van tijd en euclidische driedimensionale ruimte verdedigen, echter, in onderscheiding van Bolzano c.s., met handhaving van beider subjectiviteit, hebben we vooral op Lotze te letten. Zijn argumenten voor de aprioriteit der driedimensionale euclidische geometrie schenen ons reeds vroeger niet voldoende. ¹⁾ Wel echter blijkt uit een reeds daar aangehaald citaat, ²⁾ dat hij in zekeren zin de nieuwe feiten erkent en de mogelijkheid van wezens met andere aanschouwingsvormen toegeeft. Het eerste is een reden te meer om zijn gezag, evenals elk ander menscheijk, niet onvoorwaardelijk te vertrouwen; het andere om nog meer dan hij ernst met den factischen toestand der wetenschap te maken.

¹⁾ Zie boven, § 13, pg. 250/257.

²⁾ Zie boven, § 13, pg. 252, noot 3.

Dat we in hem allerminst den theistischen denker zonder meer kunnen zien, merkten we eveneens reeds elders op; ¹⁾ thans moeten we de stelling, dat hij langen tijd monist was, nog met andere argumenten staven dan met de reeds aangevoerde, nl. dat in de logica de behandeling van het begrip aan die van het oordeel voorafgaat en het principium identitatis als een wet voor de *oordeelen* geldt, wat met het synthetisch karakter van alle kennis, het shibboleth der monadologie, in flagranten tegenspraak is. Ook in de *methode* van het zoeken der normen is hij niet beslist; nu eens vindt men de psychologistische empirische, dan weer de transcendentiaal deductieve aangewend, wat HUSSERL terecht wijt aan de verwarring van Platonische (abstracte) en normatieve idealiteit. ²⁾

Wanneer we desniettemin meenen, dat het intuïtisme bijzonder veel aan Lotze heeft te danken, is dit alleen te verklaren uit een wijziging van standpunt, die we in overeenstemming met het geciteerde artikel van FALCKENBERG meenen te kunnen aantonen. Deze wijziging merken we op in de beschouwing der *successie*. In de „Kleine Metaphysik” (1841) wordt de subjectiviteit van ruimte en tijd geleerd, die van den laatste uitdrukkelijk met insluiting van die der successie: „In dem wahren Geschehen, dem, welches noch nicht erscheinendes Objekt für irgend ein Bewusstsein ist, befindet sich *keinerlei Sukzession* und Gruppierung, noch die Rastlosigkeit der Bewegung, wohl aber ist es von der Natur, dass, wenn überhaupt, es nur in

¹⁾ Zie boven, § 7, pg. 161.

²⁾ E. HUSSERL, *Logische Untersuchungen*, I, *Prolegomena zur reinen Logik*, 1900, pg. 219; zijn uitspraak op zichzelf is o.i. juist, zijn waardeering van abstractie boven norm deelen we niet.

bestimmten Weisen des Scheines in jenem subjektiven Elemente auftritt." ¹⁾ Van uit dit gegeven moet ook de uitdrukking, dat de zelfhandhaving van het reale als varieerbare daad moet worden opgevat ²⁾ verstaan, nl. als *voor ons* bewustzijn varieerbaar. Ook de Mikrokosmos, welks eerste druk 1856/64 verscheen, leert de subjectiviteit van de successie, evenals de Vorlesungen über Metaphysik, 1865 en 1875, waarin zelfs de eenzijdige afhankelijkheidsbetrekking in het causaliteitsverband slechts aan de aanschouwing te danken en op zichzelf tijdloos heet. ³⁾ In de Logik, eerste druk, 1874, die, monistisch, de *oordeelen* aan het principium identitatis bleek te onderwerpen, heet o.a. het begrip van oorzaak en werking „angeborene Äusserungsweise des Geistes," ⁴⁾ en niet *bestaanswijze*. Maar in de Metaphysik van 1879 beslist hij na een zorgvuldige uiteenzetting (pg. 268—297): „Hiernach müssen wir uns endlich entscheiden: die Zeit, als Ganzes, ist ohne Zweifel nur ein Erzeugnisz unseres Vorstellens, und sie besteht weder noch verläuft sie; sie ist nur das wunderliche Bild, das wir für unsere Anschauung zu entwerfen mehr suchen als wirklich vermögen, wenn wir uns den zeitlichen Verlauf auf alle die Beziehungspunkte ausgedehnt denken, die er ins Unendliche zulässt und zugleich von dem Inhalte dieser Beziehungspunkte abstrahiren. Den zeitlichen Verlauf selbst aber bringen wir nicht aus der Wirklichkeit hinweg und halten es für ein völlig hoffnungsloses Unternehmen, auch seine Vorstellung als eine apriorische bloß subjective Auffassungsform anzusehen, die im Innern einer zeitlosen Realität in dem Bewusstsein geistiger

¹⁾ a.w., pg. 310, geciteerd bij FALCKENBERG, a.art., pg. 199.

²⁾ LOTZE, Kleine Schriften, I, pg. 130.

³⁾ a.w., § 52, geciteerd bij FALCKENBERG, a.art., pg. 203.

⁴⁾ a.w., pg. 523.

Wesen, sich entwickele" ¹⁾ . . . Hij onderscheidt hier dus den eindeloozen tijd als subjectieven opvattingvorm van de successie van het werken zelf, welke dit in-reeks-zetten mogelijk maakt, en van welke geldt dat ze „die eigenste Natur" van het werkelijke is. ²⁾ Deze onderscheiding schijnt ons nu voor het theïsme, en daarmee voor het ware intuitionisme, van het hoogste belang. Want wanneer het wezen der dingen wet is, en hun relaties kracht zijn, spreekt het vanzelf, dat ruimte een aanschouwingsvorm is en ook de ruimtelijk geconstrueerde absolute tijd; maar wanneer nu ook de successie een subjectieve vorm is, zooals L o t z e vóór 1878 meent, dan is het wezen der dingen geestelijk en eeuwig: het onderscheid tusschen het bestaan in Gods Raad en in de werkelijkheid vervalt en daarmee de schepping, die slechts de naam is voor den overgang van het een in het ander. Maar wordt daarentegen de realiteit der successie erkend, zooals bij L o t z e na 1878, dan hebben de geschapen dingen een eigen, successief zich ontwikkelend bestaan, van dat van God genoegzaam onderscheiden; dit bestaan is niet meer een modificatie van de eene substantie en God moet nog andere eigenschappen hebben dan persoonlijkheid en eenheid. Hij bezit ook de niet-mededeelbare van de eeuwigheid. We kunnen dan ook met SICKEL concludeeren, ³⁾ dat pantheïsme en theïsme bij L o t z e met elkander onverzoend zijn gebleven, maar we stellen beider onderscheid niet in verstand- en gemoedbevredigende tendenzen, ⁴⁾ maar we vatten, in afwijking van hem, de tegenstelling meer historisch: in de eerste periode overweegt het

¹⁾ a.w., pg. 297/298.

²⁾ a.w., pg. 300.

³⁾ a.art., pg. 131/141.

⁴⁾ a.art., pg. 113/114 en 122/129.

monisme, in de tweede, zeer korte, verkrijgen theistische tendenzen, die nooit geheel ontbraken, een belangrijke versterking door de erkenning van de realiteit der successie, welker consequente doorvoering hem in conflict zou hebben gebracht met heele gedeelten van zijn vroegere werken.¹⁾ Lotze's philosophie als ondeelbare eenheid beschouwend, te zeggen, dat zijn stelsel tot steun van de theistische wereldbeschouwing van zeer groot belang is schijnt ons dan ook historisch gewaagd en stelt bloot aan het gevaar, monistische citaten voor theistische aan te zien. In tegenstelling daarmee willen wij, ons allerminst zijn leerlingen noemend, ook hier het goede uit het snoode uittrekken : de leer van de realiteit der successie is voor de wiskunde van albeheerschende beteekenis, hoewel Lotze zelf dit niet schijnt te hebben ingezien.

Zoo zagen we, dat het intuitionisme zich in allerlei moeilijkheden verwarde zoolang het Kant's standpunt ongewijzigd handhaafde. Immers : liet het de gedeeltelijke afhankelijkheid der ruimte van het subject en het limitatieve van absolute ruimte en tijd vallen, dan bleef de oude tegenstelling van ratio en empirie onverzoend ; bleef het zich bewust hier niet te mogen wijken, daar het aan de verzoening van deze twee in de synthese apriori z'n ontstaans- en bestaansrecht heeft te danken, dan kon 't ook moeilijk het euclidisch-driedimensionale karakter der ruimte en de grondslagen der arithmetiek in gelijken zin aprioristisch blijven noemen. Op gelijken voet staan limitatieve absolute ruimte en tijd, waaraan in

¹⁾ Te onderzoeken, of Lotze in zijn latere werken inderdaad met de erkenning dezer realiteit zijn overige gedachten heeft willen of kunnen harmonieeren, dan wel, of ze een concessie is aan het theïsme die onverzoend bleef staan te midden van meer monistische stellingen, blijve hier onbeslist ; we kunnen slechts het *wiskundig*-belangrijke hier behandelen.

't naar volkomen kennis strevend Ik beantwoorden de ordeningspogingen om gewaarwordingen in deze absolute ruimte ¹⁾ en processen in dezen absoluten tijd ²⁾ te rangschikken. Maar de verhouding van arithmetiek en tijd loopt niet parallel met die van geometrie en ruimte; geometrie en kinematica zijn de wetenschappen resp. van ruimte en tijd. Daarentegen is de arithmetiek de wetenschap van de *successie*. Zoo wees L o t z e door de realiteit der successie te postuleeren voor de metaphysica, over zichzelf heen: het nauw verband van successie en arithmetiek en de consequenties daarvan voor de mathesis schijnen hem persoonlijk te zijn ontgaan.

Maar niet minder dan door het in dit opzicht verouderde Kantianisme werd en wordt de ontwikkeling van het intuitionisme gehinderd door het pragmatiseerend intuitionisme, dat in de lijn Pascal, Rousseau, Jacobi, Herder, Hamann, Maine de Biran, Ravaisson, Lachelier en Boutroux zich wist te handhaven en opnieuw z'n élan vital toonde bij Bergson. We wijzen juist op hem, omdat in zijn stelsel, indien men daarvan bij hem althans mag spreken, vele punten van overeenkomst met de in deze studie voorgestane opvatting zijn te vinden. Zijn verdienste in menig opzicht willen we dan ook gaarne erkennen; wie de *Introduction à la Métaphysique* bestudeerde zal, wellicht consequenter dan de schrijver, het nominalisme onherroepelijk verwerpen; niemand heeft meer dan hij de realiteit der successie verdedigd; zijn argumentatie tegen Z e n o's bewijzen behoort tot de beste weerleggingen van het statisch pantheïsme ³⁾ en z'n opmerkingen over psychologie

¹⁾ Vrgl. KOPPELMANN, a.w., I, pg. 98/137.

²⁾ Idem, a.w., I, pg. 137/173.

³⁾ Vrgl. boven, § 3, pg. 41.

bieden welgeslepen wapentuig in den strijd tegen associatietheorie en atomisme op dit gebied. Maar dit alles verhindert niet, dat tegen z'n intuïtieeler zelf ernstige bezwaren rijzen. We beperken ons juist hiertoe, daar die theorie het centrum is van zijn filosofie, tevens de kernvragen van deze studie raakt, en ook in de volgende paragrafen de critiek hierop daarom van belang is.

We onderscheiden met HÖFFDING ¹⁾ een viertal beteekenissen van intuïtie, waarmede we reeds in onze historische overzichten kennis maakten.

De *eerste* kan men *concrete* intuïtie noemen, daar ze zich op 't bijzondere, niet op het algemeene richt; daaronder rangschikken we b.v. een *bepaalde* gewaarwording, een herinnering aan een *bepaalde* gebeurtenis of een *bepaalde* voorstelling. Deze vallen onder de intuïtie niet naar hun *inhoud*, maar *als* Gegenstand. *Dat* ik iets gewaar word, me iets herinner en me iets voorstel is me *onmiddellijk bewust*. Bergson kent aan dit soort intuïtie groote waarde toe, en wij met hem, daar het zelfbewustzijn, te onderscheiden van de zelfkennis, hierop steunt.

De *tweede* is de *practische* intuïtie; ze ziet op het „vanzelfsprekende”; voor 't *leven* van groote waarde — men denke aan Dr. Kuypers' waardeering van „ons instinctieve leven” voor de staatkunde — wordt ze in de *wetenschap* geprotégeerd door alle naief-realistische en min of meer pragmatisch gestemde geesten. Terecht zegt HÖFFDING aangaande Bergson: „En réalité, son „intuition” se rapproche beaucoup de celle ci”.

Nu scheide men deze richtingen niet te veel. Naief kan men noemen het stadium van het nog onverwonderd denken; in dien zin is ieder mensch vaak en niemand volslagen naief

¹⁾ a.w., pg. 53/63.

realist ; maar ook kan deze term het bezinksel van het absoluut idealisme aanduiden en zóó opgevat verwacht het naief realisme gaarne nut en norm, wijl empiristisch, en gaat zoo in pragmatisme over. Normatieve wijsbegeerte staat tegenover *dit* naief realisme en pragmatisme zeer sceptisch en kan daarom aan deze practische intuïtie, van hoeveel belang voor het leven ze ook is, niet meer waarde toekennen dan probleemstellende (naief-realistisch in den eersten zin van 't woord). Daarentegen valt het pragmatisme onder de volgende critiek :

uit 't oogpunt van kencritiek : de biologie die het pragmatisme in de laatste jaren zoo versterkte, onderstelt zelf de logica en kan dus niet de eenige noch de voor de logica toonaangevende wetenschap zijn ;

uit metaphysisch oogpunt : zijn en behooren verschillen.

Juist deze twee argumenten zullen op bepaalde punten in onze critische beschouwingen over Poincaré en Brouwer onze houding bepalen.

De *derde* intuïtie is de *analytische*, die onmiddellijk de gelijkheid of 't verschil van twee concreet-intuïtieve gegevens grijpt. Ze kan slechts gehandhaafd door het dualisme met z'n activistische psychologie, daar een zetten in betrekkingen een betrekkend subject onderstelt. Zoo alleen ook is het getal voor het ware intuitionisme te verklaren ; aanvaardt men dit dualisme nu niet uitdrukkelijk, dan zal 't gevolg zijn een verwarren van de analytische intuïtie met de concrete ; getal en qualiteitsverschil, (ruimtelijk geprojecteerde) intensiteitsgraden en logische onderscheiding vallen samen : Bergson noemt de logica visueel. En hoewel we Russell formeel in 't ongelijk moesten stellen met zijn critiek, ¹⁾ moeten

¹⁾ Vrgl. boven § 13, pg. 327.

we dit spraakgebruik toch laken. Bergson negeert dit soort intuïtie, in onderscheiding van Poincaré en Brouwer, en vandaar dat bij hem ook de schakel tusschen concrete en *metaphysische* intuïtie verviel.

Want de laatstgenoemde, de *vierde* intuïtie is 't onmiddellijk inzicht van identiteit bij *verschil* van ruimtelijke en tijdelijke localisatie, zoowel bij de continuïteit der beweging (reële successie in continue ruimte en tijdsaanschouwing) als bij de soortideeën in de onderscheiding der individuen. Ook in dezen zin gebruiken Bergson zoowel als Poincaré de intuïtie, en wel pluralistisch, Brouwer monistisch.

Het ware intuitionisme zal dus de tweede, de practische, naïef-realistisch opgevat, slechts aanvaarden om problemen te stellen, de concrete en metaphysische daarentegen in de analytische verbinden; ontbreekt deze verbinding, dan zullen de eerste en vierde zonder verband bestaan en dus zelfbewustzijn en wereldkennis, welke zonder soortbegrippen onmogelijk is, onverbonden blijven, tenzij men de tweede als verbinding beschouwt. Onze critiek op Bergson is nu, dat hij de analytische intuïtie negeert; die op Poincaré, dat hij, hoewel haar erkennend, nog te veel steun zoekt bij de practische; terwijl eindelijk Brouwer met Poincaré de derde uitdrukkelijk poneerend, niet slechts evenzeer als Poincaré verzuimt naar haren *rechtsgrond* te vragen, maar zelfs betwijfelt, of hij bestaat en daarom de analytische geheel door de practische intuïtie „verklaart”, zoo in biologisch monisme en in pantheistische mystiek verzinkend.

De volgende paragrafen, aan Poincaré en Brouwer gewijd, willen deze critiek nader toelichten en uitwerken, en zoo ons de laatste bouwstoffen verschaffen voor een *theïstisch-intuitionistische* constructie.

§ 15. Henri Poincaré.

R. BERTHELOT, *Un romantisme utilitaire, II, Un pragmatisme scientifique ; le pragmatisme fragmentaire et mitigé de Poincaré*, pg. 197/228 en 377/413.¹⁾ — E. LEBON, *Savants du jour, Henri Poincaré, biographie, bibliographie analytique des écrits*, 1909. — G. MILHAUD, *La science et l'hypothèse par M. H. Poincaré*, *Revue de mét. et de mor.*, XI, 1903, pg. 773/791. — H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse*, 1902. — *La valeur de la science*, 1905. — *La science et la méthode*, 1909. — *Les sciences et les humanités*, z.j. — *Dernières Pensées*, 1913. — G. RA-GEOT, *La philosophie d'un géomètre*, *La revue de Paris*, XIII, I, févr. 1906, pg. 817/851.

Poincaré heeft er meer dan iemand recht op als vertegenwoordiger van het intuïtionisme in de nieuwere wetkunde op te treden. Niet alsof we ook maar een oogenblik bij hem zouden meenen te vinden een theïstisch systeem ; integendeel : gelijk we zullen opmerken heeft ook hij aan idealisme en pragmatisme den tol betaald, dien het blijkbaar wel van ieder denker in de twintigste eeuw vergt, maar juist daarom vindt het intuïtionisme van deze periode in hem een zijner meest markante typen.

Slechts een klein deel van zijn werken komt hier in aanmerking ; de meeste zijn nl. gewijd aan vakproblemen, zoo wel op 't gebied der wis- als dat der natuurkunde ; buitendien heeft de schrijver zelf van zijn voornaamste artikelen een herdruk gegeven in de bovengenoemde geschriften. Een excerpt van deze te bieden, b.v. in historische volgorde, zooals we bij Russell deden, is onmogelijk en onnoodig, daar Poincaré's meeningen niet veel zijn gewijzigd, wat

¹⁾ De rest van dit werk houdt zich bezig met POINCARÉ's physica, waarom dit deel buiten onze beschouwing valt.

hij ook zelf kon constateeren na de ontdekking van het relativiteitsprincipep. ¹⁾ Dit feit nu geeft vanzelf de methode voor deze paragraaph aan: we zullen nagaan, wat hij over de voornaamste problemen die voor ons onderwerp van belang zijn, dacht, daarbij telkens de veelzijdigheid der onderscheidene werken waardeerend door ter aanvulling uit alle te citeeren. De volgorde der problemen nemen we als in het vorige hoofdstuk.

Ten opzichte van de geometrie ontdekten we, evenals bij heel de mathesis, twee vragen: vanwaar hare zekerheid en vanwaar hare geldigheid voor de werkelijkheid? Wat de eerste vraag betreft, Poincaré meent, dat door de ontdekking der niet-euclidische geometrie als *feit* reeds is bewezen, dat de euclidische geometrie niet-analytische oordeelen bevat. ²⁾

Langduriger staat hij stil bij de verhouding der geometrie tot de physica. De axiomas zijn niet experimenteele waarheden. Want:

1e. Men experimenteert niet op ideële rechte lijnen en omtrekken, maar op materieele voorwerpen. ³⁾

2e. Indien de mathesis empirisch van oorsprong ware, zou ze zich steeds opnieuw aan een revisie moeten onderwerpen. ⁴⁾

3e. Tegen een empirischen oorsprong verzet zich ook de relativiteit van de ruimte. 't Is onmogelijk zich de ledige ruimte voor te stellen: men denkt steeds het Ik *buiten zichzelf* en dan een sfeer daaromheen, die zich niet beweegt. Wie den term „absolute ruimte” bezigt, gebruikt een zin-

¹⁾ Pensées, pg. 35 v.v.

²⁾ l'Hypoth., pg. 5 en 50.

³⁾ a.w., pg. 65.

⁴⁾ a.w., pg. 66.

looze uitdrukking. Sta ik op 't moment op dat ruimtepunt dat 'k Pantheon noem, en kom 'k morgen daar weer terug, dan vertoef 'k niet meer op hetzelfde punt, maar op een geheel ander der „absolute” ruimte. Immers, punt A van gisteren is thans 2.000.000 K.M. verder ten opzichte van de zon, welke zich verplaatste ten opzichte van den melkweg, en deze is weer in beweging, zonder dat we zijn snelheid kennen. Maar niet slechts is een ruimtepunt niet te bepalen, ook een „absolute afstand” heeft geen zin. Als plotseling in één nacht alles in grootte proportioneel toenam, zouden we daarvan den volgende morgen niets bespeuren, en zou de geometrie dezelfde blijven.¹⁾

Toch dringt zich, ondanks de onmogelijkheid van een empirischen en logischen oorsprong, de euclidische driedimensionale geometrie als noodwendig aan ons op. Zijn hare axioma's dan soms synthetische oordeelen a-priori, zooals Kant beweerde? Ook hier moet 't antwoord ontkennend luiden: „Ils s'imposeraient alors à nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni bâtir sur elle un édifice théorique. Il n'y aurait pas de géométrie non euclidienne.”²⁾ En, waarschijnlijk vreezend, dat dit argument nu juist niet overtuigend is, voegt hij er terstond aan toe: „Pour s'en convaincre qu'on prenne un véritable jugement synthétique a priori, par exemple celui-ci, dont nous avons vu au chapitre premier le rôle prépondérant: *si une théorème est vrai pour le nombre 1, si on a démontré qu'il est vrai de $n + 1$, pourvu qu'il le soit de n , il sera vrai de tous les nombres entiers positifs.* Qu'on essaie

¹⁾ Méth., pg. 95/105.

²⁾ l'Hypoth., pg. 64.

ensuite de s'y soustraire et de fonder, en niant cette proposition, une fausse arithmétique analogue à la géométrie non-euclidienne, — on n'y pourra pas parvenir; on serait même tenté au premier abord de regarder ces jugemens comme analytiques." ¹⁾ Hier wordt dus de onmogelijkheid van een andere arithmetiek aangewend ten bewijze daarvoor, dat de geometrie, die wel zulk een nevenbouw toelaat, niet synthetisch-apriori is. Zoo zijn de geometrische axiomas dus noch empirisch, noch synthetisch apriori; het zijn *conventies*, of anders gezegd, slechts verkapte definities. „Ce sont des *conventions* En d'autres termes, les axiomes de la géométrie (je ne parle pas de ceux de l'arithmétique) ne sont que des définitions déguisées." ²⁾

Tegenover deze meening zal men wellicht steun zoeken bij de Kantiaansche opvatting van de ruimte als aanschouwingsvorm. Nu heeft Poincaré tegen deze theorie geen bezwaar; integendeel: hij huldigt haar zelf, maar meent dat ze zeer goed past bij den conventioneelen uitleg der axiomas. Immers, de tegenstrijdigheid ontstaat slechts dan, wanneer men de ruimte der geometrische axiomas verwart met die der voorstelling. De voorstellingsruimte is geen aanschouwingsvorm, maar heeft andere eigenschappen dan de geometrische ruimte. Deze stelling is hem bijzonder veel waard; vandaar dat hij er telkens op terugkomt. Hij geeft nu een analyse van l'espace représentatif in l'espace tactile, ³⁾ visuel ⁴⁾ en moteur, ⁵⁾ waarin hij zich

¹⁾ a.w., pg. 64/65.

²⁾ a.w., pg. 66.

³⁾ *Pensées*, pg. 73 v.v.

⁴⁾ l'Hypoth., pg. 69 v.v.; *Valeur*, pg. 90 v.v.; *Pensées*, pg. 75 v.v.

⁵⁾ l'Hypoth., pg. 73 v.v.; *Valeur*, pg. 82 v.v.

een fijn en scherpzinnig psycholoog betoont. Deze voorstellingsruimten verschillen van de geometrische o.a. door het aantal dimensies, welk begrip hij tracht te definiëren met behulp van het reeds elders ¹⁾ behandelde begrip „sneide” (coupure = Schnitt). Het ruimtebeeld heeft, naar we zagen, ²⁾ één dimensie meer dan de coupure: een vlak deel 'k in tweeën door een lijn, een lichaam door een vlak.

Nu valt met de onderscheiding van voorstellings- en geometrische ruimte die van fysisch en mathematisch continu samen. Immers de kennis van de natuur, voorzoover ze empirisch wordt verkregen, berust op de *voorstelling*, en niet op contact met het wezen der dingen. Mathematisch en fysisch continu onderscheiden zich daardoor, dat in het eerste elk der elementen geheel onderscheiden is van de andere en absoluut ondeelbaar. ³⁾ Beide kenmerken mist het fysisch continu. Neem 'k achtereenvolgens een gewicht van 10, 11 en 12 gram, dan zal de indruk A niet verschillen van den indruk B en deze niet van C. Neem 'k echter eerst een gewicht van 10, dan van 12 gram op, dan is 't verschil wèl merkbaar. Men krijgt dus de volgende vergelijkingen: $A = B$, $B = C$, $A < C$, wat strijdt. Om deze tegenstrijdigheid op te heffen neemt men aan: $A < B < C$, schoon $A < B$ en $B < C$ niet te bemerken viel. Zoo verkrijgt men het fysisch continu 10, 11, 12 . . . door tusschen 10 en 12 nog een nieuwen indruk, beantwoordend aan een gewicht van 11 gram, in te voegen. Gaan we thans met het begrip der dimensie tot de voorstellingsruimten. De

¹⁾ Valeur, pg. 71/76; Pensées, pg. 65/67.

²⁾ Zie boven, § 9, pg. 198.

³⁾ Pensées, pg. 68.

tastruimte vormt een fysisch continu, want twee verschillende indrukken dicht bij elkander zijn niet steeds te onderscheiden op bepaalde plekken der huid en deze plekken zijn zelf weer deelbaar. Psychologisch heeft deze voorstellingsruimte nu een groot aantal dimensies: intensiteit, druk, enz. van de indrukken.¹⁾ Maar indien we daarvan abstraheeren en slechts de trekken overhouden die geometrisch van karakter zijn, dan is deze tastruimte evenals de huid tweedimensionaal. Evenzoo de zuiver visuele ruimte, wijl de retina één oppervlak bezit en dus twee dimensies. Van deze kan men nog weer de binoculaire gezichtsruimte onderscheiden, die door de invoering van de convergentiebewegingen driedimensionaal is, zoolang men althans aanneemt, dat elke convergentiegewaarwording overeenstemt met een bepaalde accommodatiegewaarwording.²⁾ Maar *indien* de ervaring ons leerde, dat dit niet het geval was, dan zouden de laatsten een nieuwe coupure in de gezichtsruimte noodzakelijk gemaakt hebben en zou ze vierdimensionaal zijn geworden.³⁾ Indien men dus tast- en gezichtsruimte bijeen neemt, dan zouden er vijf dimensies zijn, het beste bewijs voor de stelling dat de geometrische ruimte niet op deze wijze is ontstaan, te meer, wijl dit aantal nog groeien zou, indien we andere zintuigen in onzen gezichtskring opnamen.

¹⁾ W. WUNDT, *Grundriss der Psychologie*¹¹, 1913, pg. 131, spreekt hier van een dubbele „versmelting”, nl. 1e. van die, welke plaats heeft tusschen de hulpelementen — door welke de qualiteitsgraden van het naar twee dimensies geordende locaalteekensysteem in hare verhouding onderling naar de intensiteitsgraden der innerlijke tastgewaarwording worden geordend — en ten 2e. van die, door welke de door de uiterlijke prikkels bepaalde uiterlijke tastgewaarwordingen zich verbinden met de producten van de eerste „versmelting.”

²⁾ Zie W. WUNDT, a.w., pg. 169.

³⁾ Valeur, pg. 95.

Zoo heeft b.v. de bewegingsruimte (de psychologische bepaling der ruimterelaties door beweging van ledematen of van het geheele lichaam) zes dimensies. ¹⁾

De conclusie luidt dan ook, dat geen van de zintuigen, op zichzelf genomen, ons de idee der ruimte aan de hand had kunnen doen. „*Nous y sommes amenés seulement en étudiant les lois suivant lesquelles ces sensations se succèdent.*” We nemen veranderingen waar van dingen buiten ons als (mede)oorzaken van indrukken; deze dingen veranderen van toestand of van plaats; de eerste kunnen niet door een verplaatsing van een lichaamsdeel of van ons lichaam in dezelfde ruimtelijke verhouding tot het verplaatste object als vroeger 't oorspronkelijk geheel van indrukken herstellen. Beweging is dus extern of intern, buiten ons toedoen of zelfverplaatsing. ²⁾ Deze zelfbewegingen nu zijn van het hoogste belang voor de geometrie. Immers: „il n'y a pas d' espace absolu, il y a seulement l' espace relatif à une certaine position initiale du corps.” ³⁾ Indien dit nu juist is, dan zou een redelijk wezen, bevestigd in den bodem, wel leven in een relatieve ruimte, maar zich van deze relativiteit niet bewust zijn, omdat de assen, op welke hij de ruimte betrok, niet veranderen zouden (voor *hem*, want *wij* zouden toch de beweging van de aarde etc. in rekening moeten brengen). Bij ons is 't, dank zij de bewegingsmogelijkheid, anders. Ook zoo echter is de ruimte te individueel bepaald, nl. beperkt tot de ruimtepunten die binnen ons bereik liggen. Twee punten zijn identiek als ze van 'uit dezelfde relatieve houding van het

¹⁾ Valeur, pg. 100/102.

²⁾ l'Hypoth., pg. 77.

³⁾ Méth., pg. 111.

lichaam door dezelfde beweging worden bereikt. Tot de meer uitgebreide ruimte, die heel wat punten betreft die 'k niet kan bereiken, b.v. in de sterrenwereld, komen we door de „imagination”. „Je m'imaginerai ce qu'éprouverait un géant qui pourrait atteindre les planètes en quelques pas. . . Mais cet acte d'imagination me serait impossible, si je n' avais préalablement construit mon espace restreint et mon espace étendu pour mon usage personnel.” ¹⁾ Ook zoo zou ze nog discontinu blijven. De ervaring leert slechts, dat de compensatie door eigen beweging *soms* plaats heeft, en wel bij vaste lichamen. Vooral bij deze immers treft men verandering van stand zonder verandering van vorm aan, en de laatste beperking is noodig, zal compensatie mogelijk zijn. Eerst later leert men ook in de vloeibare toestanden door onderscheiding (atomen, enz.) zulke te compenseeren veranderingen zien. Indien er dus geen vaste lichamen waren, zou er geen geometrie zijn. ²⁾ Ze houdt zich bezig met de wetten der externe veranderingen die zich later compenseeren door zelfbewegingen en omgekeerd. Tot deze wetten behoort die der homogeniteit (isotropie). Neemt men dus andere „empirische wetten” aan dan de onze, b.v., dat vaste lichamen zich proportioneel verlengden naar hun temperatuur, dan zou ook de geometrie een anderen vorm hebben aangenomen. Zoo zijn de niet-euclidische geometrieën denkbaar, ³⁾ en eveneens meerdimensionale. ⁴⁾ Object van de geometrie is dus de bestudeering van een bijzondere „groep”, maar 't algemeene begrip „groep”

¹⁾ a.w., pg. 113.

²⁾ l'Hypoth., pg. 80.

³⁾ Valeur, pg. 60/63.

⁴⁾ l'Hypoth., pg. 88.

bestaat minstens als mogelijkheid in onzen geest.¹⁾ Tusschen de mogelijke groepen moet men één kiezen als maatstaf, tot welken we alle natuurverschijnselen zullen herleiden. Zoo wordt 't een quaestie van *gemak*, welke geometrie we zullen hebben. Men kan fantastische werelden beschrijven zonder de taal der euclidische geometrie te laten varen; omgekeerd, wie anders opgevoed was, zou in zulk een fantastischen vorm van geometrie onze verschijnselen uitdrukken. „Nous avons choisi l'espace le plus commode, mais c'est l'expérience qui a guidé notre choix.”²⁾ Zoo eindigt Poincaré in al zijn werken zijn theorie over de geometrie met de term „commodité.”

Hoe moet nu de geometrie *onderwezen* worden? Hier betreden we het terrein der methodiek, maar blijven dus nog op 't grensgebied der psychologie. Men kan doen zien, uit welke axiomas bepaalde geometrieën zijn af te leiden, en dan de axiomas als willekeurige regels geven, op welke een bepaalde logische bewerking is toe te passen. Hij vreest echter op deze wijze den tegenzin der leerlingen gaande te maken: die zullen vragen naar de beteekenis van dat alles; een sceptische geest zal in hen gaan heerschen, indien men antwoordt: „niets”. 't Onderwijs is voor den leerling, niet voor den leeraar.³⁾ Ook definities moeten niet als willekeurige afspraken worden vastgesteld, maar men moet ze voorbereiden en laten zien, hoe ze worden opgebouwd uit zeer eenvoudige begrippen. Men beginne een cirkel te omschrijven als een rond vlak, eerst later zal men

¹⁾ a.w., pg. 90.

²⁾ Méth., pg. 121; l'Hypoth., pg. 91; Valeur, pg. 243; Pensées, pg. 90.

³⁾ Méth., pg. 135.

de mathematische definitie verstaan en waardeeren.¹⁾ De mathesis is evenmin enkel logica, als 't schaakspel enkel regels. En zelfs indien dit het geval was, dan is de *orde* nog niet onverschillig; de synthetische eenheid van het bewijs is meer dan de som van praemissen en conclusies, evenals een olifant meer is dan de som zijner cellen.²⁾ „Il nous faut une faculté qui nous fasse voir le but de loin, et, cette faculté, c'est l'intuition.”³⁾ Terstond dringt zich hier nu de voor ons onderwerp uiterst belangrijke vraag op, wat hij onder „intuition” verstaat. Hieraan wijdt hij het eerste hoofdstuk van „La Valeur.” Hij tracht de tegenstelling met de logistiek eerst te herleiden tot een psychologische: Méray, Hermite en Weierstrasz waren logische betoogers, Klein, Bertrand en Riemann intuitionisten; de laatsten trachtten steeds een „voorstelling” te hebben,⁴⁾ de eersten bewegen zich in de lijn van het zuivere denken. Beiden zijn noodig voor de wetenschap; de logica voor het bewijs, de intuïtie voor de ontdekking. Dit is echter in zóóverre onjuist als ook aan de genoemde „logiciens” ontdekkingen, en niet onbelangrijke, zijn te danken. Dit brengt hem tot een onderscheiding in de intuïtie: „imagination” heet 't aanwenden der „voorstelling” bij een mathematisch bewijs, „intuition” in enger zin noemt hij dan „l'intuition du nombre pur,

¹⁾ Méth., pg. 139.

²⁾ Valeur, pg. 26.

³⁾ Valeur, pg. 27.

⁴⁾ Aangaande deze zuiver psychologische intuïtie, die met de vier bovengenoemde intuïties minstens 't synthetische karakter gemeen heeft, en met de tweede al in zeer nauw verband staat, geeft hij enkele interessante gegevens uit eigen ervaring, nl. over zijn ontdekking van de fonctions fuchsiennes, Méth., pg. 50/55.

celle d'ou peut sortir l'induction mathématique rigoureuse", ¹⁾ en deze intuïtie vindt men bij *allen*.

Deze omschrijving kan hij slechts bezigen op grond van zijn overtuiging, dat de geometrie rust op de aritmetiek. Inderdaad is „l'intuition du nombre pur” dan ook bij hem de grondstelling der aritmetiek en daarmee van geheel de mathesis. ²⁾ Dit „principe de récurrence” gaven we elders weer als principe van volkomen of successieve inductie; zijn formuleering luidt: „Si une théorème est vrai pour le nombre 1, si on a démontré qu'il est vrai de $n + 1$, pourvu qu'il le soit de n , il sera vrai de tous les nombres entiers positifs.” ³⁾ Indien Poincaré hier intuïtionist wordt genoemd is 't dáárom, dat hij tegenover de logistiek de onbewijsbaarheid en 't intuïtief-gegeven zijn van dit theoreem uitdrukkelijk heeft gehandhaafd. Hiermede komen we vanzelf tot zijn strijd tegen de logistiek en 't infini actuel.

1. We zagen, hoe 't empirisme meende, dat een definitie een bestaansaxioma insloot, en dus een verkapt axioma zou zijn, — hoe daarentegen het formalisme in elk axioma niet meer zag dan een verkapte definitie. Poincaré meent, dat dit standpunt wel juist is ten opzichte van de driedimensionaliteit en eucliditeit der ruimte, maar acht het onjuist in de aritmetiek. Immers, „les mathématiques sont indépendentes de l'existence des objects matériels (tegenover Mill c.s.); en mathématiques le mot exister ne peut avoir qu'un sens, il signifie exempt de contradiction. Ainsi rectifiée, la pensée de Stuart Mill devient

¹⁾ Valeur, pg. 32.

²⁾ Méth., pg. 135.

³⁾ l'Hypoth., pg. 64/65.

exacte; en définissant un object, on affirme que la définition n'implique pas contradiction." ¹⁾ Dus rust bij ieder axioma de taak op hem die het stelt nog te bewijzen, dat 't geen contradictie in zich sluit, aan welke verplichting de logistiek zich onttrekt.

2. Nu wordt dit niet-contradictoir-zijn vaak bewezen door een voorbeeld, maar dit is niet steeds voldoende en in de mathesis zeker niet, daar de voorbeelden hier niet extra-mentaal voor 't grijpen zijn. Men moet dan een andere methode volgen: de contradictie zal uit 't postulaat uitgesloten zijn indien bewezen wordt dat ze in alle mogelijke oordeelen die daaruit als uit praemisse kunnen worden afgeleid niet aanwezig is. Deze methode is echter slechts te volgen indien men te doen heeft met een eindig aantal oordeelen. Wilt de mathesis echter handelt over postulaten die een oneindig aantal oordeelen laten afleiden, is ook deze „empirische logica” niet mogelijk zonder behulp van 't princip der volkomen inductie. Zal dus de mathesis logisch zijn, dan moet van dit princip bewezen, dat 't een definitie is. ²⁾

3. 't Is echter onmogelijk 't getal te definieeren zonder een definitie per idem te geven. Een definitie eischt een zin (oordeel) en men kan dezen niet uitspreken zonder een getal („een”) of een pluralis te gebruiken. ³⁾ „En résumé: une démonstration est nécessaire. La seule démonstration est la démonstration par récurrence. Elle n'est légitime que si on admet le principe d'induction et si on le regarde, non

¹⁾ Méth., pg. 162.

²⁾ a.w., pg. 163.

³⁾ a.w., pg. 167.

comme une définition, mais comme une jugement synthétique," ¹⁾ nader: synthetisch apriori. ²⁾

4. Het zwaarste verwijt treft echter de logistiek wijl ze tot antinomieën voerde. Niet alsof deze onmogelijk zouden kunnen voorkomen in 't menschelijk denken, maar wel, wijl de logistiek de pretentie voert alles te kunnen bewijzen. Een contradictie is voor 't intuitionisme een probleem, voor de logistiek een testimonium paupertatis. Men kan niet doorgaan met te bewijzen totdat er zich een contradictie voordoet, maar men moet apriori bewijzen dat deze zich niet kán voordoen, want indien men slechts aposteriori verbeteringen aanbrengt waar fouten worden bespeurd, — wie waarborgt ons dan, dat we alle antinomieën reeds hebben opgemerkt en ze ook niet in 't als juist erkende schuilen? ³⁾

5. Zijn deze antinomieën der logistiek wellicht ook problemen die zich noodzakelijk moeten voordoen, of volgen ze uit de praemissen dezer school en kunnen we ze dus als zelfgeschapene aanduiden, waarmede niet heeft te worstelen hij die deze praemissen verwerpt? Deze laatste weg staat alleen dán open, wanneer men kan aantoonen, dat de antinomieën, op welke men in 't eind stuit, reeds in 't begin verborgen lagen. Welnu, dit is mogelijk: want in het infiniti actueel ligt de onjuistheid verscholen, die telkens weer dezelfde problemen doet opduiken. Men vergat nl., dat 't principieel der aanvaarde classificatie niet gewijzigd mag worden, dat b.v. een indeeling naar de kleur niet mag kruisen met eene naar de sexe. In het onderhavige geval deed

¹⁾ a.w., pg. 200; vrgl.: l'Hypoth., pg. 9/22.

²⁾ l'Hypoth., pg. 23.

³⁾ Méth., pg. 200.

men de praedicatieve en niet-praedicatieve classificatie kruisen. Onder „classifications prédictives” verstaat hij dan zulke „qui ne peuvent être bouleversées par l'introduction de nouveaux éléments,” onder de „non-prédictives” die „que l'introduction des éléments nouveaux oblige à remanier sans cesse.” ¹⁾ Dit geldt natuurlijk ook van de definities. ²⁾ Het corrèspontentieprinciep nu, op hetwelk de logistiek haar leer van het cardinaalgetal bouwt, is zelf een praedicatieve wet; het is gedefinieerd door de methode en niet naar den omvang. „Il convient donc de modifier la définition des nombres cardinaux en spécifiant que la loi de correspondance sur laquelle cette définition se fonde doit être prédictive.” ³⁾

6. Principieel komt dus de vraag voor Poincaré al-
 dus te staan: „Est-il possible de raisonner sur des objets qui ne peuvent pas être définis en un nombre fini de mots? — Quant à moi, je n'hésite pas à répondre que ce sont de purs néants.” ⁴⁾ Alle objecten waar we ons ooit mee hebben bezig gehouden, zijn òf gedefinieerd in een begrens'd aantal woorden òf ze zullen slechts onvolledig zijn gedefinieerd en zullen niet te onderscheiden zijn van heel wat andere objecten. Wanneer men een verzameling neemt en de verschillende elementen ervan wil definieeren, zal deze definitie zich vanzelf in tweeën splitsen: 't eerste deel zal 't gemeenschappelijke uitlichten tegenover al wat niet tot die verzameling behoort, 't tweede zal de verschillende elementen der verzameling moeten kunnen onderscheiden.

¹⁾ Pensées, pg. 105.

²⁾ a.w., pg. 108.

³⁾ a.w., pg. 111.

⁴⁾ a.w., pg. 133.

Dit nu is bij oneindige reeksen onmogelijk tenzij elk theoreem aangaande deze slechts een verkorte wijze van spreken is over eindige getallen, ¹⁾ wier reeks oneindig kan worden voortgezet.

7. Zoo is er dan geen actueele oneindigheid. „Il n'y a pas d'infini actuel.” ²⁾ Heel de mathematische oneindigheid is verborgen in 't principe de récurrence. En op de vraag, waarom dit principie zich aan ons opdringt met onweerstaanbare evidentie, antwoordt hij, dat het niet anders is dan de formuleering van de macht van den geest die zich in staat weet zich een denkbeeld te vormen (concevoir) van de onbegrensde herhaling van eenzelfde actie zoodra deze actie eens mogelijk is. De geest heeft van deze macht een onmiddellijke (dus concrete) intuïtie en de ervaring kan voor hem slechts een gelegenheid zijn zich ervan te bedienen en bewust te worden. ³⁾

In aansluiting hiermede is ook zijn meening te bepalen aangaande de arithmetiseering der geometrie. De ruimte heeft haar quantitatief karakter te danken aan de rol die de reeksen der zenuwgewaarwordingen in haar tot-stand-komen spelen. Dit zijn reeksen die zich herhalen kunnen en uit deze herhaling komt het getal voort; wijl ze zich onbegrensd kunnen herhalen is de ruimte oneindig en tevens relatief, wijl afhankelijk van de diathese situation initiale). ⁴⁾ „Ainsi c'est la répétition qui a donné à l'espace des caractères essentiels; or, la répétition suppose le temps, c'est assez dire que le temps est antérieur logiquement à l'espace.” ⁵⁾

¹⁾ a.w., pg. 136.

²⁾ Méth., pg. 212.

³⁾ l'Hypoth., pg. 24.

⁴⁾ Valeur, pg. 118.

⁵⁾ a.w., pg. 133.

Zal nu een groep gewaarwordingen een herinnering zijn geworden, en daarmee vatbaar om geplaatst te worden in het kader van den tijd, dan zijn er etiketten noodig om hare inhouden te karakteriseeren; deze zijn er slechts in een eindig getal en de psychologische tijd is dus discontinu. Daartusschen plaatsen we nu weer andere feiten tot in 't oneindige toe en zoo is de tijd, de oneindige, te verklaren. Hij is gelijk aan ledige kasten; we kunnen die niet kennen aan hun inhoud, dus is de tijd „une forme pré-existant dans notre esprit.”¹⁾

Ook hier dus geen „infini actuel.” Heeft Poincaré zelf voor deze stelling een grond aan te voeren? Deze kan natuurlijk niet liggen op mathematisch terrein, daar hij juist 't ontbreken van een grens aan mathematische reeksen ontzegt. Ook hij zelf zag dit in, en in hoogster instantie beroept hij zich dan ook op een verschil in de metaphysica.

Hij gaat in zijn laatste werk in het laatste opstel aan deze questie gewijd, uit van de stelling, dat een theoreem verifieerbaar moet zijn en, wijl er geen *infini actuel* is, indien 't oneindige in zulk een theoreem voorkomt, 't dan moet zijn in het niet te verifieeren deel.²⁾ Hen, die mèt hem van deze meening zijn, noemt hij *pragmatisten*, — maar voegt er voorzichtigheidshalve aan toe „puisque'il faut bien leur donner un nom”,³⁾ — de anderen *Cantorianen*. Hun legt hij de vraag in den mond: moeten we, omdat een mensch, hoe een praatvaar hij ook zij, nooit meer dan een milliard woorden zal uitspreken, die objecten wier de-

¹⁾ a.w., pg. 36.

²⁾ *Penseés*, pg. 146.

³⁾ a.w., *ibidem*.

finitie een milliard-en-één woorden vereischt, van de wetenschap uitsluiten, en indien niet, waarom dan wel die welke niet zijn te definieeren door een eindig aantal woorden? Daarop antwoorden de pragmatisten, dat al neemt men de milliarden van woorden van alle menschen van alle tijden bijeen, dit nog een bepaald getal zal opleveren, al zou hun werk op de sterren worden voortgezet.¹⁾

2. Den Cantorianen verwijt hij de meening, dat de objecten bestaan in een soort van groot magazijn, onafhankelijk van alle mensch- of godheid die er over zou kunnen spreken of denken. Zoo bestaat de ruimte als welgeordende verzameling die door de arithmetiseering der geometrie daartoe te transformeeren is. Zoo zijn er verzamelingen die één aan één correspondeeren. Maar voor de pragmatisten *bestaan* die verzamelingen niet, maar ze *worden* steeds rijker.²⁾

3. Er is tweeërlei definitie, nl. ten eerste de directe (per genus proximum et differentiam specificam en genetische) welke de logica tot een eeuwige tautologie zou doen, daar slechts substitutie redeneering mogelijk zou maken; de tweede is de definitie door postulaten. Deze heeft geen waarde tenzij men 't bestaan van 't object heeft bewezen, wat voor de mathesis wil zeggen: „que le postulat n'implique pas contradiction”; de Cantorianen erkennen deze noodzakelijkheid niet. Tot dit soort definities behoren ook die, bij welke het postulaat een relatie is tusschen het te definieeren object en *al* de individuen van een soort van welke het object wordt verondersteld zelf deel uit te

¹⁾ a.w., pg. 147.

²⁾ a.w., pg. 145.

maken. De pragmatisten meenen, dat zulk een definitie een cirkelredeneering insluit, wijl ze niet is te formuleeren zonder kennis van *al* de individuen der reeks, maar daartoe dus ook het object zelf reeds moet gekend en dus gedefinieerd zijn. De Cantorianen loochenen ook dit: de verzameling is gegeven en dus heeft zulk een definitie om 't onderscheid der leden van de reeks aan te geven bestaansrecht. De pragmatisten ontkennen echter, dat de verzameling gegeven is; wat gegeven is, is slechts de mogelijkheid der constructie. Zoolang de constructie niet voltrokken is, bestaat de verzameling niet.¹⁾

4. Hij trekt nu vervolgens, en hierop leggen we allen nadruk, de principieele tegenstellingen door. De pragmatisten zijn idealisten, de Cantorianen realisten. Volgens hem zou niet slechts de natuur een realiteit zijn, onafhankelijk van den physicus bestaande, maar ook de physica. „Et pourquoi les Pragmatistes refusent-ils d'admettre des objets qui ne pourraient être définis par un nombre fini de mots? C'est parce qu'ils considèrent qu'un objet n'existe que quand il est pensé et qu'on ne saurait concevoir un objet pensé indépendamment d'un sujet pensant. C'est bien là de l'idealisme. Et comme un sujet pensant c'est un homme, ou quelque chose qui ressemble à l'homme, que c'est par conséquent un être fini, l'infini ne peut avoir d'autre sens que la possibilité de créer autant d'objets finis qu'on le veut”.²⁾

5. De realisten plaatsen zich op een physisch standpunt. De wereld bestaat voor hen vóór de schepping van den

¹⁾ a.w., pg. 154/155.

²⁾ a.w., pg. 158/159.

mensch en zelfs vóór die der levende wezens. De partij-gangers van het physisch realisme zijn in 't algemeen finitisten. De Cantorianen zijn zelfs realist in mathematicis, daardoor worden ze „plus infinitistes que les idéalistes.” ¹⁾

De woorden in de voorlaatste alinea zijn oude beken-den, maar met 't idealisme, dat ze vertolken, staat de theistische wijsbegeerte op gespannen voet. Ons wacht dus thans de taak der critiek.

Echter niet voordat een woord van waardeering is uitgesproken voor den grooten mathematicus, die de talenten van wiskundige in zich vereenigde met zeldzame scherpzinnigheid op het gebied der physica; die daarbij uitnemend paedagoog en psycholoog was, en bij dit alles mensch bleef. Bij hem verdrong geen moment de hoogmoed der exacte studie den hoogen eerbied voor de geesteswetenschappen; zonder classieke opleiding achtte hij 't zelfs niet gewenscht, dat men zich aan wis- en natuurkunde wijdde. ²⁾

Instemmen kunnen we, wanneer we het gegeven résumé op den voet volgen, allereerst met de ontkenning van logischen en empirischen oorsprong van de grondslagen der mathesis, ook wat hare motiveering betreft. Zeer critisch staan we echter tegenover zijn bewering, dat de euclidische axiomas conventies zijn. Hij betoogt nl. 1e. dat ook de Kantiaansche oplossing niet juist is, en gaat 2e er dan

¹⁾ a.w., pg. 160.

²⁾ Men leze slechts de brochure „Les sciences et les humanités”

toe over deze axiomas voor conventies te verklaren. Beide onderdeelen van het bewijs moeten we een oogenblik nader bezien.

1e. De Kantiaansche oplossing is niet juist. Hiermede wordt niet bedoeld de historische *vorm* dien Kant gaf in de Kritik der reinen Vernunft; die is inderdaad bij 't licht der nieuwe ontdekkingen moeilijk te handhaven. Onderscheiden we echter in Kant's theorie twee gedachten, die hij zelf nog bijeenam, nl. de bewering, dat de ruimte een aprioristische aanschouwing is en dat (ook) de (euclidische) axiomas der geometrie synthetisch-aprioristische oordeelen zijn, dan bedoelt Poincaré de *tweede* gedachte te bestrijden, terwijl hij met de eerste instemming betuigt. Tot de bestrijding van de *tweede* gedachte bij Kant bepaalt zich dan ook onze critiek.

Allereerst moeten we dan als geheel onjuist terzijde stellen de gedachte van MILHAUD, die Poincaré verwijt bij arithmetiek en geometrie een verschillend standpunt te hebben ingenomen. Hij zegt o.a. „Imagine-t-on par exemple la surprise que réservait à un disciple de Kant la seule lecture des trois chapitres de ce livre? (nl. l'Hypoth.) Tout d'abord il reconnaîtrait la pensée du maître (Kant) dans celle de M. Poincaré; les vérités arithmétiques doivent leur évidence et leur certitude à ce qu'elles découlent de jugemens synthétiques à *priori*; puis, tout à coup, avec la connaissance géométrique, ce n'est pas seulement la *nécessité* que l'on rejette, mais la question même de la vérité que l'on se refuse à poser. „Eh quoi! dirait notre homme à l'auteur, le principe de contradiction étant impuissant, comme l'expérience, à justifier un principe fondamental de l'arithmétique, vous concluez très justement

que celui ci est synthétique et *à priori*. Les mêmes considérations aux postulats de la géométrie vous font dire que ce sont des conventions. Pourquoi n'est ce pas de part et d'autre une nécessité synthétique et formelle?" ¹⁾ Het moge al waar zijn, dat er onder de Kantianen zijn die zich over deze ongelijkheid van oplossing verwonderen, deze wending zal alleen onverwacht zijn voor zulke aanhangers van den Königsberger die zich niet op de hoogte hielden van de ontwikkeling der mathesis, nader van de arithmetiseering der geometrie. Dit wil echter niet zeggen, schoon de *ongelijkheid* van oplossing *op zichzelf* niet verrassend kan heeten, dat we nu met *deze* oplossing voor de geometrie zoo hoogelijk ingenomen zouden zijn. Integendeel, maar een meer nauwkeurige toetsing van Poincaré's argumenten dan een oppervlakkige vergelijking tusschen de twee hoofdwetenschappen zal, ter staving van gegronde critiek, toch wel geen overbodige weelde wezen.

1e. Het eerste argument, reeds vroeger geciteerd, ²⁾ steunt op de volgende redeneering: Een echt synthetisch-apriorisch oordeel laat niet toe ons een denkbeeld te vormen (*concevoir*) van zijn tegendeel. (Als voorbeeld wordt hier dan verwezen naar den grondslag der arithmetiek). Nu laat zich wel een denkbeeld vormen van niet-euclidische geometrieën. Dus is de grondslag der euclidische geometrie niet synthetisch apriori. Over den minor zal zich wel geen verschil voordoen, mits men denkbaarheid vooral onderscheide van voorstellingsmogelijkheid. Ook tegen den

¹⁾ MILHAUD, a.art., pg. 783.

²⁾ Zie boven, pg. 354, noot 1 en 2.

syllogismus quatalis is niets te zeggen. De vraag is dus nu: is de major juist? Daar ze nominale definitie is laat zich ook tegen haar niets inbrengen. Om alle dubbelzinnigheid te ontgaan kunnen we echter als voorzorgsmaatregel het voorbeeld ook in de conclusie opnemen; deze wordt dan: de grondslag der niet-euclidische geometrie is niet synthetisch apriori *in dien zin in welken de arithmetiek dit is. Meer is echter niet bewezen.*

2e. Bezien we nu de „conventie”. Aan zijn betoog op dit punt ligt de stelling ten grondslag: Wat niet analytisch, empirisch of synthetisch apriori is in den zin der arithmetiek is conventie. Beschouwen we dit oordeel als major, en als minor de conclusie van het vorig bewijs: De grondslag der niet euclidische geometrie is niet synthetisch apriori in den zin van die der arithmetiek, noch, — zoo voegen we daaraan, als vroeger bewezen, toe — empirisch noch logisch, dan moeten we concludeeren: Dus is die grondslag een conventie. Zoo komt dan alles neer op de vraag: Is deze tweede major juist? Hier is 't niet meer een quaestie van definitie, maar van *volledigheid*. Want deze major is een disjunctief oordeel en daarbij moet steeds de vraag gesteld: zijn de leden alle genoemd? Conventie nu is geen kenbron, maar louter definitie en afspraak. Dit oordeel wil dus zeggen: wat niet uit kenbronnen is afgeleid is afspraak. Maar dan kunnen we de vraag naar de volledigheid aldus specificeren: Zijn er nog andere kenbronnen dan de analyse, de empirie en de synthese apriori in arithmetischen zin? Zoo neen, dan heeft Poincaré gelijk, zoo ja, dan is 't niet zeker dat hij ongelijk, maar ook niet dat hij gelijk heeft, wijl dan eerst nog het (de) vergeten lid (leden) der disjunctie moet(en) nagegaan.

Als er b.v. een synthese apriori van den tweeden rang bestond, zou de grondslag der geometrie dan niet daaronder kunnen ressorteeren? En geeft Poincaré's conventiebegrip niet zelf aanleiding tot een splitsing van dat eene begrip in meerdere?

Op deze laatste vraag moet het antwoord bevestigend luiden. Nemen we het volgend citaat: „Seulement, parmi tous les groupes possibles, il faut choisir celui qui sera pour ainsi dire *l'étalon* auquel nous rapporterons les phénomènes naturels,”¹⁾ en vragen we nu, in hoeverre de „*étalon*” als eenheidsmaat een conventie is, dan onderscheiden we duidelijk tweeërlei. De eerste conventie is nl., dat de *meter* als eenheidsmaat wordt aanvaard, in tegenstelling b.v. met den Engelsch-Amerikaanschen lengtestandaard, de *yard*. Dit is zuiver willekeurig, evenals b.v. het tientallig stelsel, en de verkeers-bepaling „rechtshouden”, in andere landen „links”, etc. Kenmerk van dit louter conventioneele is, dat zuivere willekeur het stelde en daarom ook elk oogenblik veranderend kan ingrijpen. Maar er is bij 't voorbeeld van de *étalon* ook een andere conventie: men heeft hem zooveel mogelijk bevrijd van al de nadeelige invloeden die vroeger op hem werkten, maar ook zóó blijft 't bij vergelijking noodig optische apparaten te gebruiken.²⁾ Deze zijn natuurlijk gesteld op menschelijke oogen, maar dat deze zóó zijn ingericht als ze zijn ingericht, is, op Poincaré's standpunt, een gevolg van de evolutie en den strijd om 't bestaan. Men kan dit ook een „conventie” noemen, als men dan maar zich voor verwarring hoedt.

¹⁾ l'Hypoth., pg. 90.

²⁾ L. POINCARÉ, *La physique moderne, son évolution*, 1916, pg. 28.

Deze tweede conventie, die we de biologische noemen, is niet elk oogenblik willekeurig te veranderen, hoewel het verschil slechts, althans volgens P o i n c a r é, gradueel is, wijl indertijd de thans ingewortelde biologische conventies ook louter *willekeurig* waren of, beter wellicht, *toevallig*, wijl de natuur ze onbewust en ondoelmatig zou hebben vastgesteld.

Tot welke groep der conventies behoort nu de eucliditeit en driedimensionaliteit der ruimte? Niemand, ook P o i n c a r é niet, kan antwoorden: „tot de eerste.” Onze keuze uit de verschillende groepen werd geleid door de ervaring; is 't mogelijk zich voor te stellen, dat de bedoelde ervaringen verschillend zouden zijn geweest van die, welke we thans hebben, dan zouden we er toe zijn gebracht aan de ruimte vier dimensies toe te kennen. Toegegeven, maar welke zijn die ervaringen? 't Zijn physiologische en psychologische gegevens; zoo b.v., dat een convergentiegewaarwording met een bepaalde accomodatiegewaarwording gepaard gaat en dat de tast-zintuigen niet werken op een afstand en het oog wel,¹⁾ m.a.w.: deze „ervaring” is niet zoo heel veel anders dan de psycho-physische organisatie van den mensch. Deze is nu zóó gevormd als ze is, door den strijd om het bestaan. Een parallel kan dit leeren. Ook in de astronomie is 't mogelijk zich de sterren te denken in de vierdimensionale ruimte, mits men dan de afstanden slechts weergeve door andere functies der coördinaten, maar de aldus verkregen vergelijkingen zouden minder eenvoudig zijn dan de gebruikelijke. Daarop vraagt P o i n c a r é dan: „Y a t'il une raison générale pour qu'il en soit ainsi, pour

¹⁾ Valeur, pg. 128.

que dans toutes les parties de la Physique ce soit l'hypothèse des trois dimensions qui donne aux équations leur forme la plus simple? Cette raison a-t-elle quelque rapport avec celle qui a été développée dans la première partie de ce travail et qui obligeait impérieusement les êtres vivants à croire aux trois dimensions ou à faire comme s'ils y croyaient sous peine d'infériorité dans la lutte pour la vie?" ¹⁾

Uit dit citaat blijkt overtuigend, hoe bij Poincaré de voorkeur voor de driedimensionaliteit aan *biologische* motieven is te danken. Dat is geheel iets anders dan Poincaré elders beweert. „Commodité” kan *motief* zijn tot bevoorrechting van de eene groep boven de andere, maar daarmee zijn de groepen zelf nog niet conventies. Maar zelfs zoo kan, evenals tegenover heel het Darwinistisch utilitarisme, tegen zijn meening worden aanvoerd: 't *nut* *onderstelt* een doel, en wat kan 't *nut* ervan zijn de ruimte driedimensionaal op te vatten, indien deze opvatting dan niet steun vindt in de extramentale werkelijkheid? Zoo zou hier dan toch weer een experimenteele basis voor de driedimensionaliteit geëischt worden.

Resumeerende vonden we, dat Poincaré met conventie in de geometrie slechts *negatief* uitsluit een *zuivere* synthetische aprioriteit als die der arithmetiek, dat hij óók uitsluit de gedachte aan een elk oogenblik aan wijziging onderhevige afspraak, evenals die van experimenteele bewijsvoering; en *positief* er mee aanduidt een psychofysiologische aprioriteit, die hij ontstaan acht langs biologischen weg, in den strijd om 't bestaan. Wie deze ver-

¹⁾ Pensées, pg. 89/90.

klarende toegift niet hooger aanslaat dan ze waard is, houdt dus slechts de psycho-physiologische aprioriteit over. Deze is echter zeker niet analytisch, maar synthetisch. Als psycho-physiologische onderscheidt ze zich van de psychologische als de middellijke van de onmiddellijke. Men vermijde hier dus alle pragmatisme en nominalisme en spreke van een synthetisch-apriori van den tweeden rang.

Zoo wonnen we in onze critiek een resultaat van verstrekkende beteekenis. Immers, nu is directe aansluiting aan de Gegenstandstheorie mogelijk, die hier Kant's methode van de teleologische transcendente deductie der categorieën op de ruimte toepast. De vraag luidt dan: welken dienst praesteert de ruimte voor onze kennis der werkelijkheid? Deze dienst bestaat wel allereerst in de „Aufzeigung”, 't aanwijzen van een „hier” als onderscheidingskenmerk. Dit kenmerk nu is niet zelf een Gegenstand, maar slechts een kenmerk daarvan zonder zelfstandigen gegenständlichen inhoud en moet zich dus door relaties van den Gegenstand tot andere Gegenstände of door relaties der deelen van den Gegenstand onderling laten bepalen. Wijl nu deze relaties onafhankelijk van iederen bijzonderen karaktertrek der Gegenstände zijn, moet men haar op elke wijze kunnen opvatten, wanneer men instee van materieel bepaalde Gegenstände zulke stelt, van welke niets dan dit formeele kenmerk en de algemeene Gegenständlichkeit wordt verondersteld. Daaruit volgt, dat onze ordeningsvorm door een constructie te beheerschen wordt.¹⁾

COHN laat ons echter in 't onzekere aangaande 't kenmerkende van zijn „Apriorität späterer Ordnung”, terwijl

¹⁾ COHN, a.w., pg. 234/235.

Poincaré terstond ons wijst op het psycho-physiologisch karakter van de aprioriteit der driedimensionaliteit in de geometrie, zij het dan ook dat hij ten onrechte haar als biologische conventie typeert.

De Gegenstandstheorie heeft nu echter nog op geheel andere wijze beteekenis. Indien de ruimte zoo door de psycho-physiologische ervaring in hare constructie wordt beïnvloed en dus niet direct in den geest gegeven is, is het ook duidelijk, dat de geest, zich op den aanschouwingsvorm der ruimte als object richtend, ook dit object kan abstraheeren van de psycho-physiologische bepalingen en dus deze geabstraheerde ruimte als nieuwen Gegenstand kan opvatten, aan welke mogelijkheid de kwalitatieve geometrie, de analysis situs, haar ontstaan te danken heeft; en deze, telkens verbijzonderd door het opnemen van nieuwe axioma's, blijft *denkbaar*, blijft mogelijke Gegenstand; 't algemeen begrip „groep” bestaat als mogelijkheid in onzen geest, — maar ze is niet *voorstelbaar*, daar voorstellen niet meer mogelijk is, zonder dat de aanschouwingsvorm van de ruimte ophoudt enkel object te zijn en in de voor de voorstelling noodzakelijke aanschouwing als een daad van een op bepaalde wijze psychophysisch-geconstrueerd subject optreedt.

Dit resultaat nu kan slechts het theistisch intuitionisme in het gevele komen. Is de successie de oerintuïtie van den geest, in hem aanwezig zonder ervaring en reeds te bespeuren in het gedachte-experiment: het denken van het lichaam weg te abstraheeren, — en is de ruimte, geabstraheerd van hare euclidische bepalingen, een aanschouwingsvorm die in ieder geval extramentale objectivering eischt (in de werkelijkheid of in de phantasie, want er moet iets

zijn om te aanschouwen zal de aanschouwingsvorm gevuld worden), — en is de driedimensionale ruimte daarbij nog psycho-physiologisch apriori gegeven, — en erkent men dan, in afwijking van de biologische conventietheorie, dat er geen evolutie is dan tenzij God nieuwe ideeën schept, dan kunnen we de driedimensionale ruimte als een aprioristisch-synthetische Godsgedachte handhaven, en tevens door deze principieele onderscheiding van intuïtie van den geest in se, en aanschouwingsvorm van den geest in verband met de ervaring en de physiologische constructie van het lichaam, aan alle monisme den pas afsnijden.

Heeft Poincaré zelf oog gehad voor deze oplossing? Heeft hij de successie als oer-intuïtie, als eenheid van zijn en denken durven aanvaarden? We betwijfelen het. Naast de zuiver methodologische intuïtie, die dienst doet in de paedagogie ter waardeering van de oplossing en van de definitie als een stap vooruit in de onderscheiding der problemen, en ter doelstelling voor het bewijs, troffen we een hogere opvatting aan van de intuïtie in de „intuition du nombre pur.” Al heet het bestaanskenmerk in de mathesis: „exempt de contradiction,” blijktens de eigen toevoeging van Poincaré is 't voldoen aan deze voorwaarde slechts te bewijzen met deze intuïtie, en daarom kunnen we voor deze min gelukkige uitdrukking, waarin men wel eens zag een invoeren van logistiek, ¹⁾ gerust als bestaanskenmerk in de mathesis substitueeren: voortvloeiend uit of geschapen door de intuïtie van het zuivere getal. Hiertegen hebben wij ook geen bezwaar: dit principieel als *grondslag* der

¹⁾ L. E. J. BROUWER, Over de grondslagen der wiskunde, 1907, pg. 177.

mathesis, en in enger zin der arithmetiek, is inderdaad een scheppend princip, enkel constructief, en we kunnen dan ook onderschrijven: Zoolang de constructie niet voltrokken is, bestaat de verzameling niet; juist daarom bestaan, wijl niet *geconstrueerd*, de oneindige verzamelingen of getallen niet dan alleen naar de *mogelijkheid* ze te ontwikkelen naar dit princip. *Getallen* zijn niet *dingen*, maar *leden* van een reeks, door 't princip van die reeks te scheppen. Om van deze bewering echter tot die andere te komen dat er *niets* bestaat tenzij dan geschapen door ons intellect als lid van één onzer reeksen, is meer dan één metaphysische en kentheoretische hypothese noodig en hierin gaan theistisch intuitionisme en idealisme uiteen. Het is waar, dat er geen object bestaat zonder subject en geen vaderschap zonder zoonschap, maar even als de vader meer is dan vader en in geheel andere relaties op kan treden, zoo kan ook het object meer zijn dan Gegenstand van mijn denken. En zóóals de vader, wel niet als vader maar als mensch kan voortbestaan zonder zoon, zoo kan het object wel niet als object, maar wel als extramentaal iets blijven voortbestaan al stierven de menschelijke subjecten en al zou het dus nooit meer object van ons weten kunnen worden. Met andere woorden: Poincaré's constructie van het zuivere getal is een onderdeel van *heel* de wetenschap die niet anders is dan constructie en buiten welke niets bestaat vóórdát het geconstrueerd is, terwijl daarentegen het theistisch intuitionisme eerst vraagt: „*is alles* te construeeren?” en daarop antwoordt met een „neen”, wijl het het *gegevene* erkent en onderscheid maakt tusschen dat *gegevene* en wat geschapen kan worden door den mensche-lijken geest. Tot dat laatste rekent ze nu de mathesis

als de wetenschap der zuivere qualiteitlooze Gegenstände. Het idealisme kent in 't geheel geen infini actuel, *wijl* alles in de wetenschap, tot zelfs de godheid, schepping van den mensch is en deze begrensd is, — het theïsme kent geen infini actuel *voorzoover* de schepping van den mensch zich uitstrekt, dus binnen de wetenschap, binnen de „werkelijkheid”, in welke, in onderscheiding van 't gegevene, dit laatste en 't subject reeds tot een synthese werden verbonden. Door mijn ken-daad stel ik me in bepaalde aan kennormen onderworpen relatie tot een object, om door vele van deze kendaden het adaequaat begrip te benaderen, zonder dit aan deze zijde van 't graf ooit te bereiken. Met dit voorwaardelijke „*voorzoover*” strijdt de orthodoxie hier vóór het quatenus tegenover het monistische quia. In de mathesis kan het „Il n'y a pas d'infini actuel” daarom geen kwaad, *omdat* deze slechts met de wordende oneindigheid der aanschouwingsvormen te doen heeft en dus valt onder 't voorwaardelijke „*voorzoover*”. Met Hermite zegt het theïstisch intuitionisme dan ook: „Je suis anticantorien *parce que* je suis réaliste” nl. in de wetenschap der realia, „en,” zoo voegt het er aan toe, „omdat ik idealist ben in de wetenschap der ideëele dingen, d.w.z. *wijl* ik steeds rekening houd met 't verschillend karakter van wat ik behandel.”

Aan de verwarring die heel het monistisch nominalisme kenmerkt is het dan ook te wijten, dat Poincaré niet verder kwam, hoewel hij de gegevens ter beschikking had. Immers hij erkent, dat de *tijd* logisch eerder is dan de ruimte, maar dan heet die *tijd* onderstelling van de herhaling.¹⁾

¹⁾ Valeur, pg. 133.

Dit is juist, waar het hier betreft het denken van de oneindige herhaling. Maar als het dan elders heet, dat we tot de idee der oneindige, wijl geometrische ruimte eerst zijn gekomen, „en étudiant les lois suivant lesquelles ces sensations se succèdent,”¹⁾ dan is de verwarring van oneindigen tijd en successie duidelijk. De absolute tijd is limiet voor de oneindige mogelijkheid de processen, voorzoover ze aanschouwd, d.w.z. in 't systeem verwerkt zijn, telkens vollediger te localiseeren. De localiseeringsdaad als zoodanig kan telkens worden herhaald. Maar deze aanschouwingsvorm is niet de onderstelling van de herhaling zelve, want deze is een bijzonder (zuiver voorkomend?) geval van de reële successie, behoort dus tot het zijn en niet tot het denken. Onderstelling van kennen is echter bestaan en dus gaat het zijn logisch vooraf aan het denken, de successie aan den aanschouwingsvorm. Wat Poincaré hier deed verdwalen was weer het idealisme dat onze verwerking van het gegevene vereenzelvigt met het gegevene, daarom van 't niet in een eindig aantal woorden definieerbare 't bestaan ontkent, maar daarmede de mogelijkheid van alle wetenschappen die met individuen hebben te doen, opheft. Ook hier geldt wat hij zelf zoo terecht de logistiek verwijt: zoodra een oplossing niet meer als oplossing, dus in relatie tot het probleem wordt doorzien, is het geen oplossing meer. Kennis is relatie tusschen het Ik en het gegevene; schrapt men het gegevene dan is kennis geen kennis meer.

Aan dezelfde spraakverwarring is te wijten de ontkenning der absolute ruimte. Niet dat we in haar een ding

¹⁾ l'Hypoth., pg. 76.

zouden zien, maar wel moet ze bestaan buiten ons empirisch *gegeven* denken zal men van relatieve localiseeringen kunnen spreken. Onze opvatting van haar als limiet laat de problemen beter recht wedervaren in de oplossing dan de schrapping van de absolute ruimte als non-sense. Ze wordt niet uit onze metingen gevonden, maar het absolute is immers nooit te bereiken van uit een gezichtspunt.

Daarom kan ook 't continu niet te danken zijn aan de gedachte, dat er vaste lichamen zijn. Want deze vastheid is niet absoluut, getuige de electronentheorie. Maar zou nu indien de physica eens zeer vroegtijdig de variatie der massa had ontdekt, het begrip van 't continu hebben ontbroken? Uit P o i n c a r é's woorden schijnt men te mogen afleiden, dat zijn antwoord op deze vraag bevestigend zou luiden. Maar — heel de physica berust op experimenten die onze waarnemingen onderstellen, en *deze*, zelf discreet, worden elk oogenblik tot een continu verbonden. Indien het continu echter *niet* aan de physica te danken is en zelfs de hedendaagsche wetenschap dezen oorsprong uitdrukkelijk moet verwerpen, dan is men niet gereed met de schrapping van het continu, maar heeft het te zoeken in het limitatieve, als een *onderstelling* der physica. Het limiet-bewustzijn gepaard met de psychische synthese biedt de verklaring van de continuïteit in de aanschouwingsvormen. De stelling: indien er geen vaste lichamen waren, dan ook geen geometrie, is dan ook onhoudbaar, want er bestaan geen absoluut vaste lichamen en toch bestaat er een geometrie! De stelling van P o i n c a r é staat op één hoogte met NEUMANN's hypothese van het lichaam Alpha ter oplossing van het relativiteitsprobleem: indien ze juist ware, is historische aanleiding nog geen *kengrond* en ze onderstelt, dat

de geometrie een *beschrijving* is van de verschijnselen.

En eindelijk : het principie de *réurrence* is inderdaad de grondstelling der arithmetiek, en wel der arithmetiek van eerste orde, van 't wiskundig *bouwen* en niet van 't wiskundig spreken, maar deze wiskunde als daad onderstelt een subject dat *doet* en een norm die uitmaakt wat een *goede kendaad*, d.w.z. een daad die tot kennis voert is. Zoo is de realiteit van het Ik dat zich aan deze norm moet onderwerpen mede grondslag der arithmetiek.

Zoo vonden we naast de intuïtie als „verbeelding” bij hem de *concrete* intuïtie : het bewustzijn van de macht, die de geest bezit Gegenstände te kunnen stellen ; verder de psychologische gegevens voor de *metaphysische* en de *analytische* ; maar daar in deze laatstgenoemde 't *verband* tusschen concrete en metaphysische niet wordt gelegd wegens zijn idealisme, dat te ver gaat door z'n antimetaphysische tendenzen, zoekt hij zoo nu en dan dit verband in de practische. Zonder eenige vergoelijkking hebben we dit bestreden en ook positief een mogelijke oplossing aangegeven ; maar onder deze restrictie kan niet ontkend, dat *Poincaré's* argumenten voor een belangrijk deel theistische elementen bevatten ; zelf heeft hij, onder den invloed van *pragmatisme* en idealisme, de conclusies niet kunnen trekken. En evenzoo is 't dien anderen intuitionist vergaan, die, meer mystiek dan de Fransche mathematicus, het intuitionisme warm heeft verdedigd, maar de wanhopige poging waagde het te verbinden met het solipsisme Gods, d.w.z. *pantheisme*. Aan hem werd de laatste paragraaf van dit hoofdstuk gewijd, daar we aan zijn uiteenzetting, zoowel positief als negatief, door critiek en aansluiting beide, nog enkele bouwstenen voor eigen systeem kunnen ontleenen.

§ 16. L. E. J. Brouwer.

L. E. J. BROUWER, *Leven, kunst en mystiek*, 1905.—
Over de grondslagen der Wiskunde, academ. proefschrift, 1907 (geciteerd als: *Grondslagen*). — *De onbetrouwbaarheid der logische principes*, *Tijdschrift voor Wijsbegeerte*, II, 1908, pg. 152/158. — *Over de grondslagen der Wiskunde*, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, III, 1909, pg. 326/328 (geciteerd als: *Archief*). — *Het wezen der meetkunde*, openbare les, gehouden 12 Oct. 1909. — *Intuitionisme en formalisme*, Rede bij de aanvaarding van het ambt van buitengewoon hoogleeraar in de wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam, 1912.

Bij Brouwer is het intuitionisme, reeds op de eerste pagina van zijn proefschrift openlijk beleden, schijnbaar nog meer dan bij Poincaré zelfbewust geworden, maar wijl hij de intuitionistische tendenz heeft trachten te verzoenen met het monisme zijn we bij hem ook genoodzaakt scherper te onderscheiden.

De „Grondslagen” bevat drie deelen, getiteld: „De opbouw der Wiskunde”, „Wiskunde en Ervaring” en „Wiskunde en Logica”. We volgen hoofdzakelijk de lijn van dit werk, wijl waardeering en critiek op deze wijze het best tot haar recht komen.

Het eerste deel geeft een vrij zuivere constructie van heel de mathesis. Het vangt aan bij het bezit van een rij van klankbeelden en schrijfteekens, (gesproken en geschreven ordinaalgetallen) die volgens een vaste *wet* voortschrijdt. Eerst daarna volgt de hoofdeigenschap der rekenkunde: de één-éénduidige correspondentie; voortzetting van de reeks naar links voert de negatieve, gelijkstelling van $\frac{a}{1}$ met a de gebroken getallen in; de irrationeele bedoelen niets anders dan symbolische weergave van een agglomeraat van reeds ingeweven getallen. Het

geheel der bekende getallen blijft *af telbaar*, d.w.z. in uniforme correspondentie te brengen met de reeks der ordinaalgetallen — en in zich *overal dicht* — d.w.z. tusschen elke twee getallen liggen nog verdere elementen. ¹⁾ Zoo ontstaat een ordetype η ; arithmetiek en meetkunde zijn dus reeds terstond met elkander verbonden: de arithmetiseering der geometrie wekt geen verbazing meer, daar de arithmetiek als wetenschap zelf de geometrie van stonde af aan te hulp roept. In tegenstelling met 't systeem der opgebouwde getallen zien we, dat, wanneer we het continu opvatten als een der in zich overal dichte getallensystemen, er op het continu nog punten zijn die na elk eindig aantal tweedeelingen van (invoering van punten in) alle intervallen, niet bereikt worden: de benaderingsreeks van een bepaald aangewezen punt kunnen we nooit *af* denken: ze blijft dus gedeeltelijk onbekend. ²⁾ Daarmede is de actualiteit van het oneindige voor 't gebied der kenleer van de wiskunde geloofchend. ³⁾ Toch kunnen we de continua, ze als een geheel beschouwend, bezigen om andere continua te meten, waarbij dan gesloten (cirkel) en open continuüm (lijn) zijn te onderscheiden.

De verschuivingstransformatie van punten van deze meetbare continua is eenledig (lineair) continu, uniform (of één-één-duidig) en afgesloten. Bij een willekeurige transformatiegroep met bovengenoemde eigenschappen kunnen de punten bij geen enkele transformatie hun volgorde veranderen noch in een gemeenschappelijk grenspunt overgaan. Stellen we nu de transformatie uit o in $a = +a$, en is b het middelpunt tusschen o en a , dan is $+b = \frac{1}{2}a$; ligt c op het midden tus-

¹⁾ a.w., pg. 3/8.

²⁾ a.w., pg. 10.

³⁾ Zie ook a.w., pg. 62 en 67.

schen o en b dan is $+c = \frac{1}{4}a$, etc.; deze voortgaande reeks is onbegrensd en dringt in elk segment van het meetbaar continuüm in: de bij de transformatiegroep behorende schaal maakt het continu op een nieuwe wijze meetbaar; de groep is commutatief en de groepparameter deelbaar. ¹⁾ Hij voert zoo, arithmetisch, geheel de verdere geometrie potentieel in, nl. de projectieve, Cartesiaansche, Euclidische gelijkvormige en complexe, de niet euclidische en de Liesche groep, ²⁾ op welke we hier, wijl reeds besproken, ³⁾ niet nader ingaan.

Behalve in toekenning van principieelen voorrang aan het ordinaalgetal, waarop we nog terugkomen, ⁴⁾ kunnen we, wat den opbouw der wiskunde betreft, met Brouwer geheel accoord gaan. Het aangeduide bezwaar zal echter blijken van principieele beteekenis te zijn, nu we overgaan tot de bespreking van „Wiskunde en ervaring”.

Zuiver thetisch is de aanvang: niet de critiek, maar de uiteenzetting vraagt het leeuwendeel bij Brouwer, althans in de Grondslagen. Het ervaringsfeit, dat de menschen het vermogen bezitten hun leven wiskundig te bekijken, herhalingen van volgreksen, causale systemen in den tijd waar te nemen, is uitgangspunt. „Het oer-phenomeen is daarbij de tijdsintuïtie zonder meer, waarin herhaling als „ding in den tijd en nog eens ding” mogelijk is”, en op grond waarvan levensmomenten uiteenvallen als volgreksen van kwalitatief verschillende dingen, die vervolgens zich in het intellect concentreren, tot niet *gevoelde*, doch *waargenomen* wiskundige reeksen. ⁵⁾ We vinden hier evenals elders, waar deze oerin-

¹⁾ a.w., pg. 12/20.

²⁾ a.w., pg. 20/62.

³⁾ Zie boven, § 5, pg. 145 en § 9, pg. 193.

⁴⁾ Vrgl. hieronder, § 17, pg. 414/416.

⁵⁾ a.w., pg. 81.

tuitie „het van qualiteit ontdane substraat van alle waarneming van verandering” heet,¹⁾ in het „ding als ding” het minimum der denkvreemdheid terug als kenmerk van de objecten der mathesis. Maar Brouwer vergeet iets: nl. dat verandering slechts kan plaats vinden in het *zelfde*; de tijdsintuïtie, die hier moet worden opgevat als *beleving* van *successie*, als concrete²⁾ intuïtie dus, is niet alleen oer-phae-nomeen, maar moet gepaard gaan met onderstelling van *eenheid*, en daarom is de grondslag der wiskunde niet alleen de tijdsintuïtie maar met en onafscheidelijk van deze ook de eenheid der persoonlijkheid. De concrete intuïtie eischt verbinding met de analytische; ordinaal- en cardinaalgetal zijn correlata bij welke van geen prioriteit sprake kan zijn. De wiskundige volgreeksen worden, het is waar, niet gevoeld maar waargenomen, maar het beleven van de successie der momenten in de reeks van het gebeuren-met-het-eigen-Ik is dan ook eenig, leent zich niet tot herhaling en daarom ook niet tot een opgevat worden als causaal systeem: de causaliteit put zich immers wel niet in de herhaling uit, maar de herhaling is toch een van hare onmisbare praerequisita.

Wat Brouwer's beschrijving van de verhouding der wiskunde tot het leven aangaat — we aanvaarden haar vrijwel, maar juist dit is het verschilpunt: dat we in den mensch nog meer zien dan een stuk van dat leven en daarom is ook de verhouding van de wiskunde tot den mensch als een *subject* een andere dan die tot de natuur. Als *subject*: want als *object* der wiskundige beschouwing kunnen we tellen zoowel menschen als steenen: de bijzonderheid van den mensch vervalst hier. Het bestaan van den mensch als subject van alle kennis is

¹⁾ a.w., pg. 9.

²⁾ Vrgl. a.w., pg. 99.

echter hare onderstelling: zelfs het solipsisme kan dit niet ontkennen, want heel de wetenschap moge een waanvoorstelling zijn, deze moet dan toch *voorgesteld*, zal ze niet zijn een voorstelling die niet alleen niets voorstelt maar ook niet *wordt* voorgesteld.

Dit vooropgesteld, kunnen we toegeven, dat de menschen zooveel mogelijk wiskundige volgreeksen trachten waar te nemen, „om telkens, waar in de werkelijkheid bij een vroeger element van zulk een reeks met meer succes schijnt te kunnen worden ingegrepen, dan bij een later, ook dan, wanneer alleen bij dat latere het instinct wordt aangedaan, het eerste te kiezen als richting voor hun daden”. ¹⁾ Deze „heterogenie der Zwecke” is intellectueel, daardoor practisch, maar geeft dan ook niet instinctive zekerheid. Telkens weer gaat de regel niet „door”, maar in ’t algemeen blijkt deze tactiek doelmatig; ze wordt op uitgebreider gebied dan oorspronkelijk mogelijk scheen, toegepast door de isoleering van systemen: zuivere mathesis en mechanica ontstaan op deze wijze. „Men bedenke hierbij, dat de wiskundige systemen, waarin geen tijdcoördinaat voorkomt bij practische toepassing toch al hun relatie’s tot causale relaties in den tijd zien worden”. ²⁾ Inderdaad, indien men, wat Brouwer ook doet, hier onder „tijd” den aanschouwingsvorm verstaat. Zoo groeit, mede door daadwerkelijk ingrijpen bij experimenten en door de uitbreiding van het werkelijke door inductie tot het mogelijke, de steeds hypothetische natuurwet als vrucht aan den stam der mathematische physica, die door de aanvulling van discrete waarnemingen tot continue functies en het opvatten van deze als differentieerbaar nog meer gedijt. Het krachtbegrip wordt

¹⁾ a.w., pg. 81.

²⁾ a.w., pg. 83.

analoog aan de invloeden van ons eigen lichaam opgesteld, die ook eerst in de tweede differentiaalquotienten iets vermogen, en de massa als nominale afkorting van een ten naaste bij isoleerbaar systeem ingevoerd. De vraag is echter, of een uitwerking van de mechanica tot in het zeer kleine wel vruchtbaar is.

We hebben tegen deze theorie geen bezwaar, dan alleen dit, dat het *substantieprobleem* nominalistisch wordt geduid; op grond van de nieuwe electronentheorie is het principe dat de massa constant is als onjuist te verwerpen, maar al is de massa dan niet = substantie, men mag niet vergeten, dat deze onjuiste gelijkstelling *niet op zichzelf* de oude, toch zeer vruchtbare mechanica heeft geschapen, maar dit alleen heeft kunnen doen in verband met een substantialistische metaphysica, en dat deze nog niet met de ondergeschikte identificatie van massa en substantie behoeft en mag verworpen. Het atomisme ging zeer zeker fout door de bepaling der substantie in de physica te zoeken, die slechts hare werkingen kan verklaren, maar al behoort de substantie niet tot de physische maar tot de metaphysische wereld, ze geeft het aanzijn aan tot haar behoorende verschijnselen, nl. de relaties (de objecten der physica), en zal dus door de wijsbegeerte bij een juiste opvatting der physica niet *in deze* maar *vóór deze* als een harer grondslagen worden behandeld.

En ook het wets- en wetenschapsbegrip wordt hier niet helder genoeg doordacht. Men behoeft nog niet aan „realiteit van hypothesen” ¹⁾ te gelooven om de pragmatistische opvatting der wetenschap onvoldoende te achten. Met onze grondgedachte van metaphysische (geestelijke) substanties wier verschijnselen object der physica zijn, harmonieert volkomen

¹⁾ a.w., pg. 92.

onze opvatting van de waarheid als norm, door God den Heiligen Geest als wetgever aan het streven van het supra-individuele subject der wetenschap gesteld: wetenschap beoefenen is benadering van 't adaequaat begrip als 't ideaal.

Bij de bespreking van de problemen van ruimte en tijd¹⁾ behandelt hij eerst de beteekenis van „objectiviteit” en „aprioriteit”. De *eerste* omschrijft hij als invariabiliteit; dan is echter b.v. de massa der electronen niet objectief dan alleen ten opzichte van een bepaald (vroeger algemeen aanvaard) wiskundig natuurbeeld, dat thans nog slechts „geforceerd” kan worden gehandhaafd. Daarmede zou de objectiviteit willekeurig zijn aan te brengen. Verstaat men onder objectiviteit invariabiliteit bij de eenvoudigste of gebruikelijkste verklaring van *alle* tot nog toe bekende verschijnselen, dan zou deze eigenschap bij de massa verloren zijn en ook elders verliesbaar. Daarom stelt hij met volkomen verwaarloozing van het normatieve element in de „objectiviteit” de beteekenis van deze aldus vast: invariabiliteit bij de eenvoudigste of meest gebruikelijke interpretatie van een „zeer belangrijke groep van verschijnselen”. In dezen zin zijn tijd (wetenschappelijke *tijdmaat*, onderscheiden van *tijdmeting* als feit) en Euclidische ruimte objectief.²⁾

„Aprioriteit” kan tweeërlei beteekenen: neemt men dit begrip in den zin van „onafhankelijk van de ervaring”, dan is heel de wiskunde apriori³⁾ (zonder bevoorrechting van de euclidische groep voegen wij er aan toe). Wie met de saamvatting van onze critiek op het empirisme⁴⁾ instemt, aanvaardt deze korte conclusie zonder voorbehoud.

¹⁾ a.w., pg. 94/121.

²⁾ a.w., pg. 96/97.

³⁾ a.w., pg. 98.

⁴⁾ Zie boven § 2, pg. 27/31, en § 10, pg. 208/210.

De tweede beteekenis, die men aan het begrip „aprioriteit” kan toekennen is volgens Brouwer: „noodzakelijke voorwaarde voor de mogelijkheid der wetenschap”.¹⁾ Is ook in dezen zin de wiskunde apriori? We mogen „daar wetenschappelijke ervaring haar oorsprong vindt in toepassing der intuitieve wiskunde op de werkelijkheid, en er behalve ervaringswetenschap geen andere wetenschap bestaat, dan juist alleen de eigenschappen van die intuitieve wiskunde, niets anders apriori noemen, dan dat eene, wat aan alle wiskunde gemeen is, en dat aan den anderen kant tōereikend is, om alle wiskunde op te bouwen, de intuïtie van veeleëenigheid, de oerintuïtie der wiskunde.”²⁾ Deze intuïtie der twee-eëenigheid schept ten eerste: de getallen 1 en 2; ten tweede: alle eindige ordinaalgetallen (één der elementen der twee-eëenigheid kan immers als een nieuwe tweeëenigheid worden gedacht, enz.); ten derde: het kleinste oneindige ordinaalgetal ω ; ten vierde: het lineaire continuüm, „d.w.z. van het „tusschen,” dat door inschakeling van nieuwe eenheden zich nooit uitput, dus ook nooit als verzameling van eenheden zonder meer kan worden gedacht.”³⁾ „Het eenige aprioristische element in de wetenschap is de tijd. . . . Natuurlijk wordt hier bedoeld de *intuïtieve tijd*, wel te onderscheiden van de *wetenschappelijke tijd*, die, wel zeer aposteriori, eerst door de ervaring blijkt, als met een eenledige groep voorziene eendimensionale coördinaat geschikt te kunnen ingevoerd tot het katalogizeeren der verschijnselen”.⁴⁾

Hier beschrijft hij dus zeer duidelijk de analytische

¹⁾ a.w., pg. 98.

²⁾ ibidem.

³⁾ Intuitionisme, pg. 12.

⁴⁾ Grondslagen, pg. 99, zie ook: Wezen der Meetkunde, pg. 13.

intuïtie, maar niet *als* verband tusschen concrete en metaphysische.

We zouden kunnen opmerken, dat, zóó instinctief opgevat, de wiskunde iets anders is dan men er gewoonlijk onder verstaat, nl. een systeem van stellingen; Brouwer zelf maakt dan ook deze onderscheiding: „een wetenschap, d.w.z. een samenvatting van in den tijd herhaalbare causale volgreeksen, wordt zij eerst in de wiskunde der tweede orde, die het *wiskundig bekijken van de wiskunde* of *van de taal der wiskunde* is: eerst daar bestaat causaal verband in de wijze van opvolging der wiskundige systemen eenerzijds, en der wiskundige teekens, woorden of begrippen anderzijds; maar daar, evenals bij de theoretische logica, hebben we ook weer te doen met een *toepassing der wiskunde*, met een *ervaringswetenschap*”.¹⁾ Bezwaar hebben we hier niet tegen de onderscheiding in wiskunde van eerste en tweede orde, noch tegen het „aposteriori” bij de invoering van ruimte en tijd — daar dit woord hier niet meer kan beteekenen dan „minder diep gefundeerd dan die van de successie” — maar wel tegen de naturalistische definitie van wetenschap als „een samenvatting van in den tijd herhaalbare causale volgreeksen.”²⁾ Voor ons is denken wel een daad, maar deze staat onder de norm van de waarheid; die daad bezit min of meer waarheidswaarde naar de kleinere of grootere benadering van die norm.

De Euclidische ruimte is dus objectief, niet apriori volgens Brouwer. Deze gedachte laat zich wel verbinden met de theorie die we in de vorige paragraaf ontwikkelden aangaande de synthese apriori van den tweeden rang, die we dan tegelijk kunnen aanvullen. De arithmetiek laat zich nl. niet

¹⁾ Grondslagen, pg. 98, noot.

²⁾ Zie ook: Intuitionisme, pg. 5.

optrekken zonder behulp van het continu,¹⁾ en dit onderstelt de mogelijkheid van saamvatting van het „bij-elkaar” tot *hoogere-eenheid*, of juister nog, de eenheid die aan haar in te voeren „deelen” logisch voorafgaat wijl ze niet uit haar componenten is te verklaren; deze mogelijkheid of „groep” (P o i n c a r é) onderstelt nu ’t ideaal der absolute ruimte en deze is dus in denzelfden zin apriori (volgens B r o u w e r aposteriori) als de absolute tijd. Het verband met de metaphysische intuïtie en het weten van ’t beleven der successie springt hier onmiddellijk in het oog: de tijdsintuïtie wordt als successie van momenten beleefd, maar kan dit alleen wanneer er een eenheid aan ten grondslag ligt (metaphysische intuïtie). Dit laatste, het principie van de eenheid der persoonlijkheid, is dus noodzakelijk voor de schepping van het continu: de aanschouwingsvorm vereischt een aanschouwer; dit biedt dan weer door de herinnering de mogelijkheid der kennis van het „bij elkaar” als hoogere eenheid en deze weer de mogelijkheid der arithmetiek. Onmiddellijk wordt alleen de successie beleefd; de eenheid van het Ik moet als onderstelde worden aanvaard om de wiskunde, arithmetiek en geometrie, en waarlijk niet alleen *deze* wetenschappen, mogelijk te maken. Men kan nu de beleving der successie en ’t aanvaarden van deze onderstelling van het Ik te samen vereenzelvigen met wat B r o u w e r de wiskunde als *daad* noemt, en de wiskundige wetenschappen, d.i. de differentiatie der wiskunde als wetenschap, met diens wiskunde van tweede orde. De synthese apriori van den tweeden rang die we voor de euclidische ruimte meenden te moeten handhaven is natuurlijk *niet* een der gronden van deze wiskunde van tweede orde, ge-

¹⁾ Zie boven, § 9, pg. 197/199.

woonlijk „de wiskunde” genoemd, daar dit tot het Kantiaansche standpunt zou terugvoeren, dat ons reeds meermalen onhoudbaar bleek, maar de grond van *een der onderdeelen* dezer wiskunde van tweede orde, nl. van de euclidische geometrie.

Maar hoewel dus Brouwer's stelling: de Euclidische ruimte is objectief, niet apriori (van den eersten rang en ook niet grond voor de wiskunde van tweede orde) *niet strijdt* met onze stelling, die deze ruimte aprioriteit van den tweeden rang toekent, zoodat we, op de aangegeven wijze meenen deze beide te kunnen vereenigen, — daarmede is natuurlijk niet beweerd, dat Brouwer zelf deze verbinding gaf of zelfs wenschelijk zou vinden. Integendeel: in twee hoofdpunten wijkt hij zeer beslist van ons standpunt af: 1e. in de leer van het Ik, die hij geheel verwerpt, en 2e. in de loochening van de tweederangs-aprioriteit der euclidische geometrie.

Wat het eerste punt betreft: hij heeft waarheid nooit dualistisch als norm gezien: ter staving van deze stelling kan een beroep op „Leven, kunst en mystiek” dienen: „Wat dat „zelf” is, daarvan zult ge niet veel kunnen zeggen en ge zult er ook niet wel over kunnen denken, want ge voelt wel, dat alle nadenken en alle spreken is in een attentie op grooten afstand van het zelf; het zelf is ook niet te benaderen in denken of woorden, maar alleen in dat „tot zichzelf inkeeren”, als het u wordt gegeven. Verder: dat inkeeren tot uzelf geeft een gevoel van moeite te kosten; het schijnt, alsof ge daarbij traagheid hadt te overwinnen, dat uw attentie groote neiging toont, om te blijven hangen, waar ze is, en dat de weerstand bij beweging naar het zelf toe, aanmerkelijk grooter is, dan bij beweging er van af. Wordt het u niettemin gegeven, alle traagheid te overwinnen, en voort te gaan, dan gaan de harts-

tochten zwijgen, ge voelt u afsterven van de oude aanschou-
wingswereld, van tijd en ruimte en alle andere veelheid, en
de niet langer gebonden oogen eener blijde stilte gaan open",
en dan volgt een reeks citaten van E c k h a r t en B ö h m e,
o.a. dit : „Wann du stille schweigest, so bist du das, was Gott
vor Natur und Kreatur war, daraus Er deine Natur und
Kreatur schaffete ; so hörest und siehest du es mit dem, damit
Gott in dir sahe und hörete, ehe dein eigen Wollen, Sehen und
Hören anfang." ¹⁾ (B ö h m e). Er is maar één Zelf, waaruit we
weggedreven worden in de zelf-uiting Gods. „Wat is een God,
die niet tot vleesch wordt in een droeve wereld?" ²⁾ Van heel
deze weeë, ascetische, de cultuur bestrijdende mystiek is dit
boekje vol ; dat een en ander niet slechts een voorbijgaande
phase van B r o u w e r's denken kenmerkt, blijkt uit zijn
schrijven van 4 Februari 1918 aan Dr. MARTIN BUBER te
Heppenheim, die een bezwaar opperde tegen het eerste punt
in het program van actie van het Internationaal Instituut
voor Wijsbegeerte te Amsterdam. Dit punt was aldus gefor-
muleerd : „Woorden van spiritueele waarde te creëren voor
de talen der Westersche volken, en aldus aan die spiritueele
waarden een plaats te geven in de onderlinge verstandhouding
der Westerlingen (dus een „déclaration des valeurs spirituelles
de la vie humaine")." Daartegen had BUBER opgemerkt, dat
„woorden scheppen" toch geen maakwerk kan zijn. Daarop
geeft B r o u w e r ten antwoord, dat 't toekomstig optreden
van het eerste woord met uitsluitend psychische waarde te
danken zal zijn aan 't uit- en in-ademen van den wereldgeest,
en gepaard zal gaan met 't inzicht in de onhoudbaarheid van

¹⁾ Leven, kunst en mystiek, pg. 13/14.

²⁾ a.w., pg. 32.

den strijd om 't bestaan en zoo terstond een wettige regeling van de menschelijke voortplanting zal meebrengen; ¹⁾ zoo is ook hier het intellect de booze daemon, de intuïtie de zelf-inkeer: ze is hier metaphysisch, maar bloot feitelijk, niet normatief; monistisch en dus zelfcontradictoir is hier het waarheidsbegrip; daarmee vervalt de behoefte aan onderscheiding tusschen een subject dat normen kan nastreven en overtreden eener- en 't materiele anderzijds, tusschen ratio, en empirie, maar daarmee valt ook de intuïtie zelf, wijl ze, zal ze bestaansrecht hebben, *twee-eenheid* moet zijn.

Het tweede punt is vollediger in „Het wezen der meetkunde” dan in de „Grondslagen” uitgewerkt. Na de Kantiaansche gedachte te hebben verworpen, ²⁾ wijst hij ook terecht de physische aprioriteit, door Russell verdedigd, af, ³⁾ maar vervolgt dan: „uit die tijdsintuïtie zijn onafhankelijk van de ervaring alle wiskundige systemen, ruimten met hun geometrieën inclus, opgebouwd, en sommige dier wiskundige systemen worden *daarna* gekozen, om er de verschillende ervaringsverschijnselen in te catalogiseeren, waarbij moet worden opgemerkt, dat ter catalogiseering der steeds eindige reeksen van ervaringsverschijnselen bijna altijd deze reeksen door inductie uitbreidende oneindige wiskundige systemen worden gebruikt. *Welke* wiskundige systemen overigens hiertoe worden gekozen, is geenszins apriori bepaald, doch een kwestie van gemak, smaak en gewoonte.” ⁴⁾ Natuurlijk valt op dit pragmatisme dezelfde critiek te leveren als bij

¹⁾ Mededeelingen van het Internationaal Instituut voor Wijsbegeerte te Amsterdam, No. 1, Maart 1918, pg. 29/30.

²⁾ Wezen der meetkunde, pg. 5/8.

³⁾ a.w., pg. 9/12 en Grondslagen, pg. 99/113.

⁴⁾ Wezen der meetkunde, pg. 13.

Poincaré: zal 't *gewettigd* zijn dezen noodsprong, — de bepaling van een belangrijken factor in de wetenschap tot een quaestie van smaak te verlagen, — te doen, dan moet eerst de stelling bewezen worden: naast het apriori van den eersten is er geen van den tweeden rang. Vandaar dat we de ontkenning van deze laatste hier impliciet meenen aan te treffen.¹⁾ En *waarom* is dan de euclidische geometrie gemakkelijker? *Waarom* bevredigt ze onzen smaak? En *waarom* hebben we ons juist aan haar gewend? Zouden ook hier geen bepalingen van 't object van invloed zijn geweest?

Staan deze twee verschillen nu op zichzelf? Wie doordenkt, zal onmiddellijk het verband tusschen beide vinden in het monisme. Wien zulk een mystiek troost, kent geen pluralistische substantieeler, wat „ding” heet is verschijning van het hoogste Zelf: de successie wordt in de wordende godheid overgedragen en is zelf verschijning van het eeuwig gelijkblijvende; ²⁾ het ruimtelijke en materiele is dan schijn van schijn, te danken aan de verlokking der zintuigen en al verdere secessie uit het Al-eene: uit principieel logisch-gelijke methoden bruikbaar om deze materiele wereld te meten, doet de mensch in zijn godgelijkheid een willekeurige keuze en wendt daarbij, niet hooger hebbend dan zichzelf, slechts zuiver subjectieve maatstaven aan, als gemak, smaak en gewoonte.

Het noodzakelijk gevolg van de verbinding dezer twee afwijkingen van de door ons geschetste verzoening tusschen de theistische wijsbegeerte en het intuitionisme in de mathesis is, dat de geometrie als zoodanig eigenlijk geen wetenschap

¹⁾ Overigens wijzen we op het comische feit, dat *gemak* en *gewoonte* hier motieven heeten die er toe leidden eindige reeksen door oneindige systemen weer te geven!

²⁾ Leven, pg. 65.

meer kan heeten. Voor het naieve realisme is haar rechtstittel gegeven in een substantieele ruimte, voor het Kantianisme in de aprioriteit der euclidische ruimte, voor het theïsme grootendeels in de tweederangsaprioriteit van de driedimensionaliteit en in den logischen bouw der door analyse harer grondstellingen verkregen complexen, maar Brouwer heeft geen enkelen grond om den specialen naam nog te rechtvaardigen. Hij voelt de moeilijkheid en tracht zulk een grond te vinden in „een zuiver wiskundige afgrenzing,” ¹⁾ terwijl volgens hem als zoodanig dan alleen de volgende definitie in aanmerking schijnt te kunnen komen : „Meetkunde houdt zich bezig met de eigenschappen van ruimten van een of meer dimensies. In het bijzonder onderzoekt en classificeert zij de in die ruimten mogelijke puntverzamelingen, transformaties en transformatiegroepen.” ²⁾ Maar ten eerste is deze *afgrenzing* zelve zeker niet zuiver wiskundig wijl het begrip „ruimte” er het object in aanduidt en de geometrie, evenmin als welke andere wetenschap ook, haar object toch niet zelf schept, maar van elders moet ontvangen ; en ten tweede, afgezien hiervan, is de ruimte dan schijn van schijn ! O.i. biedt het theïsme hier heel wat steviger basis aan de geometrie als het in de ruimte ziet een verschijnings- en aanschouwingsvorm, die God niet zelf bezit, wijl Hij het *wezen* der dingen bepaalt, maar den schepselen heeft geschonken om daarin zekere op bepaalde wijze verschijnende *objecten* te kennen. ³⁾

„Wiskunde en logica” begint met de paradoxale uitspraak : „We willen toonen, dat de wiskunde onafhankelijk is van de

¹⁾ Wezen der meetkunde, pg. 13.

²⁾ a.w., pg. 14.

³⁾ Vrgl. hieronder, § 17, pg. 410.

zoogenaamde *logische* wetten (wetten van redeneering of van menschelijk denken).” ¹⁾ Toch kan ze wel iets van het mysterieuse verliezen, als we ons maar herinneren de onderscheiding tusschen wiskunde van eerste en tweede orde, die we reeds vroeger aantreffen. ²⁾

Dat de laatste niet van de logica afhankelijk zou zijn betoogt B r o u w e r aldus : als antwoord op het zeggen van den logicus, dat het wiskundig systeem (dus de wiskunde van tweede orde) vrij moet zijn van contradicties en dus gehoorzamen moet aan het principium contradictionis, legt hij den intuitionistischen mathematicus in den mond : „De woorden van uw wiskundig betoog zijn slechts de begeleiding van een woordeloos wiskundig *bouwen*, en waar gij de strijdigheid uitspreekt merk ik eenvoudig, dat het bouwen niet verder *gaat*, dat er geen plaats is te vinden in het gegeven grondgebouw voor het opgegeven gebouw. En waar ik dat merk, denk ik aan geen principium contradictionis.” ³⁾ Hier vindt men een zuiver psychologische opvatting van de wetenschap als daad, die eenigen tijd mogelijk is en dan niet meer *gaat*. Maar dat het niet gaat berust op de relaties tusschen de inhouden der Gegenstände, en dat twee Gegenstände, wier inhoud strijdt niet tegelijk in hetzelfde systeem mogen geplaatst, is niet een natuurwet van physieken noch van psychischen aard, maar een schendbare norm, die zich alleen van andere normen daardoor onderscheidt, dat ze, althans in abstracto, ⁴⁾ algemeen wordt erkend.

¹⁾ Grondslagen, pg. 125.

²⁾ Zie boven, pg. 393.

³⁾ Grondslagen, pg. 127.

⁴⁾ Vrgl. wat J. P. N. Land, Inleiding tot de Wijsbegeerte², 1900, pg. 140—144 over „onbestuurde gedachtengang” zegt.

Maar de wiskunde van eerste orde, „het woordloos wiskundig bouwen”, zou men kunnen zeggen, is den logischen normen niet onderworpen: ¹⁾ de beleving der successie gaat nog niet gepaard met de poneering der afzonderlijke momenten. Nu is toe te geven, dat het principium contradictionis in de arithmetiek van eerste orde nog niet optreedt, maar anders is het met de norm van het principium identitatis. Onze beoefening van de wetenschap begint met de reflectie van deze momenten in een minimalen tijdsafstand, door het Ik als subject van kennen, niet als object van de verandering, en dit Ik heeft zich terstond onder de logische normen van het principium identitatis te voegen. Het is volkomen zinloos te twisten over de vraag, of de relatie: „opvolger zijn van”, die het redeneeren in de eigenlijke wiskunde beheerscht, *nog niet of niet meer expliciet* geldt in de wiskunde van het logisch redeneeren over de relaties van geheel en deel; want dat de Gegenstand A opvolger is van den Gegenstand B kan niet worden opgemerkt indien A en B niet *als* Gegenstände, dus logisch, zijn vastgesteld: zonder identiteitsnorm geen weet van de beleving van successie. Maar ook het omgekeerde is waar: zonder successie heeft de norm geen berekenis en wordt een ijdele tautologie.

Brouwer gaat steeds verder voort op 't naturalistisch pad: beide, de theoretische logica die de taal der logische redeneeringen en de logistiek die de wiskundige taal in het algemeen wiskundig bekijkt, zijn voor hem „*empirische wetenschappen en toepassingen* der wiskunde, die omtrent de organisatie van het menschelijk intellect nooit iets zullen kunnen leeren, en nog eerder tot de *ethnographie*, dan tot de *psychologie*

¹⁾ Onbetrouwbaarheid, pg. 153.

moeten worden gerekend". ¹⁾ Voor het theïsme is de eerste een normatieve wetenschap, de tweede een die tracht vast te stellen de formeele zijde der wiskunde, die, indien ze niet overdrijft, dus der wiskunde den maatstaf der normatieve logica aanlegt, en dus in zooverre normatief kan heeten, maar eigenlijk niet een afzonderlijke plaats naast de logica verdient, terwijl ze bij overdrijving gedoemd is steeds de formule voor den inhoud, den vorm voor het wezen te houden en daardoor de eigensoortigheid der wiskundige objecten nooit te doorzien.

Maar even gevaarlijk voor de wiskunde is dit vitalistisch intuitionisme, dat slechts spreekt van een worden en een intuitieven bouw der wiskunde, terwijl de eenheid *die wordt*, werd vergeten en de wiskunde zelf van haar toekomst wordt beroofd met het ophouden der successie in de religieuze waarheid en wijsheid, die immers de splitsing opheft in subject en iets anders. ²⁾ Het monisme deels als formalisme, deels als doorziekte mystiek, heft in beide richtingen de wiskunde als wiskunde op.

¹⁾ Grondslagen, pg. 130.

²⁾ Onbetrouwbaarheid, pg. 154.

HOOFDSTUK V.

HET THETISCH DEEL.

§ 17. Conclusies.

Bij den aanvang stelden we ons *probleem* aldus : welke is op theistisch standpunt de verhouding tusschen wiskunde eener- en logica en natuurwetenschap anderzijds ? Daaruit construeerden we reeds van te voren twee hoofdrichtingen in welke de oplossing kon worden gezocht : het *monisme* loochent de eigensoortigheid der mathematische kennis en brengt haar onder hetzij bij de natuurwetenschap, hetzij bij de logica ; het *dualisme* streeft ook wel naar eenheid, maar acht de tegenstelling ratio-empirie te scherp om de een tot de ander te herleiden en moet dus de eenheid in een gemeenschappelijken wortel zoeken : in de synthese apriori, dezen term dan genomen in den ruimsten zin. Onze critiek bedoelde niet alleen de onhoudbaarheid van het monisme aan te toonen, maar ook het intuitionisme, in *wezen* dualistisch, te scheiden van de onzuivere relativistische en pragmatistische tendenzen, die ter kwader ure zijn voornaamste verdedigers op zijpaden lokten, zoodat deze toch weer, ondanks het theistische princip, pantheistische elementen in hun systeem opnamen.

Om het betoog niet noodeloos ingewikkeld te doen zijn, bepaalden we ons in het *critisch* deel tot dezen gedachtengang : de mathematische „objecten” kunnen aan de synthese aposte-

riori noch aan de logica zijn te danken en moeten dus een eigen oorsprong hebben. Trachten we thans *positief* den opbouw der wiskunde uit *theistische* principia af te leiden, dan zal dit het best kunnen geschieden door nauwe aansluiting aan de resultaten hier en daar reeds in de critiek gewonnen.

Naast elkander stelden we ratio en empirie, maar we *vonden* deze niet afzonderlijk, maar steeds en overal in de synthese. En dat kon ook moeilijk anders. Want de wijsbegeerte heeft uit te gaan van het zelfbewustzijn, maar bij nader toezien is dit niet anders dan de concrete intuïtie van 't beleven der verschillende relaties van het Ik tot het gegevene. Dat gegevene onderstellen we, daar we, deze concrete intuïtie belevende in de reële successie, en de *ongelijktijdigheid* in gewaarwordingen, voorstellingen en herinnerings*inhoud*, die met gelijktijdigheid van gewaarwording, voorstelling en herinnering als *daad* gepaard gaat, uit die successie verklarend, toch tegenover alle monisme erkennen moeten, dat ook 't verschil in *inhoud* van onze gewaarwordings-, voorstellings- en herinnerings-Gegenstände niet uit 't handelend subject kan worden afgeleid, maar alleen te danken kan zijn aan iets dat van ons onafhankelijk is, aan 't gegevene. Deze onderscheiding tusschen kendaad en inhoud is reeds analytische intuïtie en zoo postuleert de verwerking van de concrete door de analytische intuïtie de metaphysische. In den inhoud der Gegenstände onderscheiden we nu objecten en objectieven, en daar ook deze onderscheiding niet aan 't handelend subject en z'n *als daden identische* handelingen kan te danken zijn, eischt de analyse van dit onderscheid in de concrete intuïtie ook een daarmee corresponderende onderscheiding in het gegevene. Het metaphysisch intuitionisme erkent dus, dat gegeven zijn, onafhankelijk van ons kennen : *dingen en relaties tusschen deze*.

Zoo voeren we dan het door *allen* erkende principieel in, dat elke werking een subject van werking vereischt ; de vraag is slechts, in hoeverre verschillende werkingen aan één subject kunnen worden toegeschreven, m.a.w. hoeveel subjecten van werkingen er zijn. Natuurlijk komt het de wijsbegeerte niet toe dialectisch dit getal te bepalen, maar wel kan ze twee negatieve limitaties invoeren : *dit aantal subjecten moet kleiner zijn dan 't aantal relaties en grooter dan één*. Deze beperkingen richten zich respectievelijk tegen het naief realisme en het monisme.

Tegen het *eerste* standpunt is aan te voeren, dat het alle relaties als dingen beschouwt. Nu kan men hier onderscheiden de aequatieve en de causale richting. Het aequatief naief realisme moet zeggen : relatie = ding, maar deze stelling is niet te bestrijden, wijl 't geen stelling is maar on-zin ; twee verschillende begrippen moeten iets verschillends uitdrukken. Nu kan 't naief realisme dezen regel verwaarloozen, maar dan vervalt 't tot scepticisme, dáárom zoo onmogelijk omdat ook dit uitgaat van de zelfgarantie van de logische norm ('t principium identitatis). Wil 't dus niet eindigen met deze innerlijke tegenstrijdigheid, dan moet het in causaal naief realisme overgaan : relatie en ding loopen parallel. Denkt het deze correspondentie één-éénduidig, dan kan men haar verwaarloozen en heeft men aan de relaties alleen genoeg, maar de relaties houden dan op relaties te zijn, en worden weer dingen (het zelfcontradictoire aequatief naief realisme). Daarom moet het, wil het zich daarvan onderscheiden, deze correspondentie wel parallel maar niet één-éénduidig denken. Denk 'k me de verhouding van ding en relaties als parallele *lijnen*, dan is 't ding een begeleidend verschijnsel van de relatie of omgekeerd : metaphysica dekt als aesthetische wereldbeschouwing parallel

de physica als wetenschap (naturalisme). Denk 'k me de verhouding van dingen en relaties echter als die van een rond vlak en een oneindig dunne opgerolde spiraal die daarop ligt, dan zijn die twee vlakken wel parallel, maar de punten staan niet in één-éénduidige correspondentie : op 't ronde vlak laat een punt A zich bepalen als in de onmiddellijke nabijheid van B, terwijl het punt a, dat, op den spiraal gelegen, het punt A bedekt, den omtrek van een spiraalboog van het met B in de spiraal corresponderend punt b verwijderd ligt : de reeks der dingen is dus niet één-éénduidig bepaald door de reeks der relaties ¹⁾. Eén-éénduidige correspondentie is dus niet een verband, maar een term om gebrek aan verband weer te geven, en parallelie zonder één-éénduidige correspondentie eischt een nieuwe relatie die de verhouding der parallele reeksen regelt, in casu een primaire relatie tusschen dingreeks en relatiereeks : dus is 't aantal der relaties minstens één grooter dan het aantal der dingen ; dit te erkennen is echter breken met het naief realisme.

Tegen het monisme, dat slechts één subject erkent, dat in schijn-subjecten verschijnt, is het mogelijk te bewijzen, dat het aantal reële subjecten grooter moet zijn dan één. Want een relatie onderstelt twee termini, het a quo en ad quem, de referens en het relatum. Is er dus één subject, dan is er geen relatie mogelijk (pantheïsme) of men moet de relatie toch weer parallel denken met het subject, maar ook indien men dan genoeg neemt met één relatie, herneemt onmiddellijk de critiek op 't naief realisme haar recht.

¹⁾ Dit beeld deed Prof. PH. KOHNSTAMM me aan de hand in een gesprek over het *metaphysisch* parallelisme ; het gaat echter ook voor het *kentheoretisch* parallelisme op, juist wijl volgens 't parallelisme denken en zijn parallel loopen.

Men kan aan deze limitaties willen ontkomen, door aan 't principie volgens hetwelk de analytische intuïtie uit de concrete tot de metaphysische besluit, de geldigheid te onzeggen. Alleen maar, daarmee ontkent men de analytische intuïtie zelf, het betrekken en vergelijken door 't verstand, de onderscheiding van kendaad en keninhoud : de veelheid van dien inhoud blijft onverklaard in het „de eenheid = veelheid”, wat weer on-zin is of pantheïsme onderstelt.

Zoo is dus 't pluralisme zeker niet uit de logische normen *af te leiden*, evenmin als welk ander systeem ook ; want willen we niet terstond door monistische identificaties de begrippen hopeloos verwarren, dan moeten we de logica wel zuiver *formeel* blijven opvatten ; dus kan ze nooit een inhoud bieden, noch aan een „analytisch” noch aan een „synthetisch” oordeel ; want zonder een te verwerken inhoud kan uit de logische normen nooit ook maar één oordeel gededuceerd. Zelfs het principium identitatis onderstelt Gegenstände, en de principia contradictionis en exclusi tertiï eischen oordeelen voor welke ze gelden : zonder zedelijk-redelijke onderdanen geen wetten, zonder gedachten geen denknorm : de logica kan dus slechts de juistheid van alle oordeelen *be*-oordeelen naar normen, d.z. (syn)thesen Gods. De inhoud zelf kan niet analytisch zijn, daar analyse steeds een object ter analyseering als gegeven onderstelt : zuiver analytische oordeelen zijn er niet. De logica verhoudt zich tot de wiskunde als de wet tegenover hare onderdanen : ze schept die als *wezens* niet, maar aanvaardt hun bestaan en eischt slechts onderwerping bij elke handeling, op straffe van niet-geldigverklaring. Zoo is de wiskunde niet logisch in wezen, maar onderwerpt zich aan het gezag van de logica, juist : aan dat der denknormen, die God vaststelde, op straffe van bij overtreding niet-geldige

kennis te zijn. Waarom juist *deze* en niet andere normen zijn gesteld — daarop moet het dualisme onder verwijzing naar Gods wil het antwoord schuldig blijven; het deelt echter deze moeilijkheid met het monisme dat ook geen antwoord heeft op het „waarom zóó?“, niet aan den *normen* maar aan den *wetten* gesteld. En het schijnt ons nog heel wat minder pover slot, ook hier te eindigen in den raad van een God, Die voor alles wijze redenen heeft, dan in een noodlot. De laatste grond der dingen, we willen het gaarne toegeven, is *redelijk* en niet blind, maar het gevaar van deze stelling schuilt in de gelijkstelling van menschelijke en Goddelijke rede, waarbij de laatste dan nog eenzijdig als uitsluitend analyseerend werd opgevat.

Maar wel viel te bewijzen, dat 't pluralisme 't eenige stelsel is dat *niet* met de logische normen *in strijd* is, en wijl een stelsel op oordeelen berust die 't principium contradictionis onderstellen, is elk niet-pluralistisch stelsel zelfcontradictoir. Men moet dus òf de logische normen verwerpen, maar kan dan geen enkel oordeel meer uitspreken, òf ze erkennen, maar dan ook breken met naief realisme en monisme (materialisme en psychomonisme) en 't intuitionisme aanvaarden.

Dan moet echter in de analytische intuïtie de verbinding van concrete en metaphysische intuïtie gezocht. Maar daar de metaphysische intuïtie op het van ons onafhankelijk gegevene betrekking heeft, is het onmogelijk te weten, of de wetten der Gegenstände ook in dit gegevene gelden. M.a.w. 't probleem dringt zich op: hoe komt het, dat de logische verwerking van onze concreet-intuïtieve Gegenstände in het gegevene, dat onafhankelijk van ons bestaat, uitkomt? Ken-critiek en scholastiek, intuitionisme en naief realisme gaan hier uiteen. Een beroep op Gods macht is hier volkomen

gewettigd, en zelfs noodzakelijk; maar we moeten toch analyseeren, *wat* Zijn macht dan bewerkt. En dan is men niet *gereed* met te aanvaarden, dat er een logische orde van ons denken is, die, wijl afkomstig van denzelfden Logos, harmonieert met de orde in het onafhankelijk van het denken gegevene. We betwisten dit niet, integendeel: deze stelling is niet een afgeleide maar onmiddellijk in de bijzondere openbaring te vinden; maar men denke niet hiermede *gereed* te zijn. Want hoe denkt men zich dit verband? Is het parallel? Dan keert men onherroepelijk tot het naief realisme, d.w.z. tot het kentheoretisch parallelisme terug: men redt immers slechts schijnbaar de universalia en moet ook de consequenties aandurven: aan elken Gegenstand kan een extramentaal zijn beantwoorden: houten ijzers kunnen in 't gegevene bestaan. En wil men nog verder gaan in 't ontologisme: het hoogste maar ook ledigste begrip wordt het hoogste zijn; en of men nu dat zijn als ding of als wet opvat, of Spinoza dan wel Lotze (in z'n eerste periode) de leidsman is, doet er niet toe — het pantheïsme met z'n zelfcontradicties is niet te vermijden.

Daarom mogen we concludeeren, dat dit verband van Gegenstand en gegevene door God niet één-éénduidig kan zijn gelegd. Parallelisme is ook hier een ontkenning van 't verband, een *naast* elkander stellen van ratio en empirie. Maar wil men zelfcontradictie van 't systeem vermijden, dan moet men dit verband zoeken in een *verbinding* dien naam waard. Ook mag de goddelijke Logos niet als een *onbekende derde*, waartoe ratio en empirie in *dezelfde* één-éénduidige relatie zouden staan, in de kentheorie ingevoegd, want ook dit baat niet, zoolang de correspondentie één-éénduidig blijft; maar uitgaande van 't *oordeel* zien we daarin de synthese door

saamwerking van norm, ratio en empirie voltrokken en kunnen dus normatieve, rationeele en empirische elementen slechts door analyse vinden. Daar wordt dus *gewerkt*, min of meer in gehoorzaamheid aan de normen, er is verband, een wisselwerking tusschen ratio en empirie. De Logos is dus niet een onbekende derde, maar in Hem berust eenerzijds de dispositie van twee onderscheiden dingen om resp. als subject en object van kennis in een synthese in te gaan; anderzijds stelt en handhaaft de Geest de normen en idealen waaraan de verwerkelijking van deze dispositie onzerzijds zich moet onderwerpen, op straffe anders resp. ongeldige of niet-volkomengeldige kennis op te leveren.

Maar dit verband wordt in een bepaald oordeel altijd gelegd door een op allerlei wijze door z'n omgeving gedetermineerd Ik. Wie z'n denken niet oefende, zal een wetenschappelijk betoog niet kunnen volgen en wie een gebrek heeft aan de oogen zal moeilijk experimenteeren. Daarmee is reeds toegegeven, dat *idealen* ons bij het gebruik van verstand en zintuigen hebben te leiden. Kennen is dus niet een overeenstemming van zijn en denken, maar een verwerking van 't gegevene door 't Ik in z'n psychophysische organisatie in onderwerping aan den voor 't menschelijk kennen gestelde normen en idealen.

Maar zal nu 't gegevene zich leenen voor deze verwerking? Indien zijn en denken parallel loopen nooit. Want dan is nooit één enkel oordeel te verklaren, dat immers niet een tautologie is, maar een synthese bevat van 't gegevene en 't denken. Daarom moet, naast de orde van 't zijn en naast die van 't denken, een *bepaald* niet-één-éénduidig corresponderend verband bestaan van zijn en denken, tusschen 't gegevene en de Gegenstände. De logische norm voor Gegen-

stānde, nl. 't principium identitatis, geldt dan ook niet voor 't gegevene, noch voor 't oordeel; — immers: dit zou weer voeren tot 't monisme — het laatste eischt de principia contradictionis en exclusi tertii. Verstaat men nu onder adaequaat begrip de volkomen uitdrukking van de dingwet, dan heeft dit limitatieve waarde. Maar wel gaat 't gegevene, dus de archetype van 't slechts limitatief bestaand begrip, in in een synthese met de Gegenstände; die synthese vindt men in het oordeel, in 't welk een begripsrepresentant subject is van 'n praedicaat, en in de combinatie van begripsrepresentanten, b.v. „de tegenwoordige koning van Frankrijk”.

Nu zijn niet alleen begrip en begripsrepresentanten voortdurend door het naief realisme verward, maar zelfs COHN, die deze beide goed onderscheidt, spreekt met M e i n o n g van „onmogelijke Gegenstände”, en haalt zoo Gegenstand en begripsrepresentant dooreen. Want „onmogelijke Gegenstände” zijn er niet; van een houten ijzer kan ik zeggen (wjl Gegenstand), dat 't zwaar is, als werktuig kan gebruikt, enz.; wat hier bedoeld werd is, dat aan deze Gegenstände geen gegeven iets beantwoordt. Maar hoe weet men dat? Alleen volgens de principia contradictionis en exclusi tertii; maar deze gelden niet voor Gegenstände, noch voor 't gegevene, doch slechts voor oordeelen en saamgestelde begrippen. Een „onmogelijke Gegenstand” is dus een *mogelijke* Gegenstand, die echter onmogelijk is als saamgesteld begrip, m.a.w. een Gegenstände-combinatie die men wel kan tot stand brengen zoolang men zich in z'n denken slechts onderwerpt aan de norm der identiteit, maar niet meer zoodra men ook de principia contradictionis en exclusi tertii mede als maatstaf aanwendt.

Nader is dus de vraag: Welke is de verhouding tusschen Gegenstände, oordeelen en 't gegevene? De eerste en 't laatste

kunnen niet parallel lopen of men moet, naief realistisch, de mogelijkheid erkennen van „houten ijzers” in het gegevene ! Deze monistische logica heeft genoeg aan 't principium identitatis, maar kan nooit verklaren, hoe we komen aan de zekerheid dat we *nooit* „houten ijzers” *zullen* ontmoeten.

Maar 't intuitionisme ziet juist in den begripsrepresentant en 't oordeel de synthese van ratio en empirie, van Gegenstand en 't gegevene. 't Gegevene zelf wordt immers gekend door de relatie, maar een relatie is bepaald door twee leden. Zoo is nu ook kennis een relatie tusschen een redelijk wezen en een gegeven iets, dus afhankelijk van subject en object beide. Maar geen relatie zonder complex, zonder orde in referens en relatum en zonder niet-parallel verband tusschen die orden. Daarom is de *hoofdvraag* niet : welk is 't verband tusschen begripsrepresentant en 't gegevene ? maar wel : welk verband bestaat er tusschen Gegenstand en 't gegevene ? Op één hoogte staan dan de latere vragen : welk verband is er tusschen Gegenstand en begripsrepresentant eener- en tusschen den laatsten en het gegevene anderzijds. De eerste twee verhouden zich nu zoo, dat slechts die *enkelvoudige* Gegenstände begripsrepresentanten worden welke een *variatie* toelaten van verschillende kenmerken (algemeen begrip) dus een functioneele reeks vormen, niet naar den omvang, maar naar 'n reeks-princiep ; van de *gecombineerde* Gegenstände worden slechts die saamgestelde begripsrepresentanten (resp. : van de Gegenstände in 't algemeen gaan slechts die in ware oordeelen in) die niet zondigen tegen het principium contradictionis. De relatie van den begripsrepresentant tot 't gegevene blijft echter grootendeels in 't duister ; we weten slechts, dat ze niet parallel kan zijn, wijl we dan weer vervallen tot de zelfcontradictie van 't naief realisme, en wijl we de relatie van denken tot zijn

kunnen beleven, maar nooit de relatie van een begripsrepresentant tot 't gegeven kan worden beleefd.

Wetenschap, dat is 't streven van den mensch z'n omgeving in den ruimsten zin te kennen, is echter onmogelijk indien er niet herinneringsinhouden bestaan, en deze kan men niet in de herinneringsdaad *thans* voorstellen *als* vroegere momenten, tenzij er een psychische synthese besta, een groei van 't bewustzijn zóó, dat het 't vorige bewaart en in 't verdere ontwikkelingsproces in zich opneemt met behoud van de eigensoortigheid der componenten; daartoe is noodig niet ontwikkeling in den zin van uitwikkeling van 't reeds in praeformatie aanwezige, maar *opwikkeling*, realiteit van successie.

Maar nu is ook duidelijk, waarom intuitionistische wijsbegeerte der wiskunde allereerst loochent de actualiteit van 't oneindige, ten tweede de realiteit der successie als een der grondslagen der arithmetiek postuleert, en eindelijk de arithmetiek in geheel anderen zin aprioristisch noemt dan geometrie en kinematica.

1e. „Voltooide oneindigheid” is nl. een mogelijke Gegenstand; dat er in 't gegeven geen voltooide oneindigheid bestaat kunnen we niet zeggen, maar wel kunnen we zeggen, dat deze combinatie van Gegenstände niet saamgestelde begripsrepresentant kan worden, daar dit zou strijden met de norm van 't principium contradictionis. Voor de arithmetiek rest op dit standpunt dus nog slechts de oneindige reeks der eindige getallen.

2e. We onderscheiden verder wiskunde van tweede en eerste orde en passen dit toe in de arithmetiek. Die der tweede orde is de wetenschap der getallen, de leer van hun eigenschappen, enz. Die der eerste is geen wetenschap, maar het gegeven in die der tweede, nl. de daad van 't tellen.

Tellen nu is niet verklaard door „laten correspondeeren één aan één”, daar dit reeds de eenheid en 't getal onderstelt als psychisch bestaande; het is slechts te verklaren door onderscheiding en vergelijking. Tellen geschiedt dus door de analytische intuïtie; dat we tellen *weten* we door de concrete intuïtie die dit *bezit* van de analyseerende intuïtie ons tot bewustzijn brengt. Ook de zekerheid, dat deze onderscheiding telkens weer kan worden herhaald door elke tweeheid als eenheid op te vatten (Brouwer) en dat deze *mogelijkheid* oneindig is, hebben we door 't bewustzijn van den menscheijken geest aangaande de macht die hij hierin bezit (Poincaré), dus krachtens concrete intuïtie. Voor elke onderscheiding — terecht zei Plato, dat de eenheid geen getal was — is echter herinnering noodig, al is 't slechts voor één moment, dus ook reële successie.

Mag men daaruit nu afleiden, dat de empiristische theorie, die aan het rangtelwoord logische prioriteit toekent boven het hoofdtelwoord in 't gelijk is te stellen (Kronecker en Helmholtz)? We meenen reeds daarom van niet, omdat psychologisch-genetische verklaring nog niet *logische prioriteit* waarborgt. De laatste zou alleen dan boven allen twijfel verheven zijn, indien 't hoofdtelwoord zonder toevoeging van nieuwe *onderstellingen* uit 't rangtelwoord zou zijn af te leiden. COHN gaf nu een logische analyse van beide, om op dit punt tot klaarheid te komen. Van de reeks der ordinaalgetallen geeft hij de volgende logische *kenmerken*: ieder lid heeft in haar een bepaalde plaats (welgeordendheid); de reeks heeft wel een begin maar is eind-loos. De logische onderstellingen van zulk een reeks zijn dus: 1e. dat men zooveel Gegenstände kan vormen als men wil; 2e. dat elk van deze afzonderlijk identisch kan worden vastgehouden en van

andere onderscheiden, en 3e. dat er een afzonderlijke geordende reeks van teekens (nominalistisch: getal = teeken) bestaat die door toe-ordering op de eerste wordt overgedragen.¹⁾

De beide eerste kenmerken gelden ook van het hoofdtelwoord, terwijl als derde daarbij komt de saamvatting van een willekeurig aantal Gegenstände tot een nieuwen Gegenstand. Nu beweert COHN terecht, dat bij de afleiding van K r o n e c k e r en H e l m h o l t z dit derde constitutieve element van 't begrip hoofdtelwoord of nieuw moet worden ingevoerd of in 't begrip „rangtelwoord” reeds noodeloos wordt opgenomen om later het hoofdtelwoord te kunnen afleiden, waardoor heel de afleiding schijn wordt.²⁾

Maar COHN zelf vervalt in de andere eenzijdigheid als hij het ordinaalgetal uit het hoofdtelwoord wil afleiden. Eigenlijk geeft hij dit zelf toe: Na attent gemaakt te hebben op het derde constitutieve element van het eerst gemeente, de ordervormende relatie, gaat hij voort: „Es wird später gezeigt werden, dasz die Ordnung aus der Kardinalzahl abgeleitet werden kann. Freilich musz dabei der Begriff der Zuordnung vorausgesetzt werden”.³⁾ Maar dan wordt noodeloos de correspondentie (= „Zuordnung”) in het begrip hoofdtelwoord opgenomen om later het rangtelwoord te kunnen afleiden, waardoor ook zijn afleiding slechts schijn wordt.

De tegenstelling tegenover 't empirisme bracht COHN in dit onderdeel van zijn werk te veel in de nabijheid van het rationalisme: want, al verwerpt hij de formalistische suppoënering van het hoofdtelwoord onder het classebegrip, toch

¹⁾ a.w., pg. 162.

²⁾ a.w., pg. 163.

³⁾ ibidem.

heeft hij de toekenning van logische voorkeur aan de cardinale reeks met het formalisme gemeen.

Het intuitionisme kan hier niet afleiden 't een uit 't ander, maar moet den transcendentalen grond van beide zoeken in het vergelijkend en betrekkend Ik. Willekeurige ontwikkelingsmogelijkheid en ondergeschiktheid aan 't principium identitatis vindt men bij rang- en hoofdtelwoord beide; 't verschil bestaat slechts in het derde element van elk: bij het eerstgenoemde is dit de correspondentie, bij het laatste de synthese tot een nieuwe eenheid. Maar de correspondentie gaat steeds gepaard met 't synthetisch element van het hoofdtelwoord: elk hoogste getelde getal is gelijk aan 't aantal der getelde Gegenstände. Omgekeerd onderstelt de synthese weer de correspondentie: de *reeks* wordt *als* eenheid opgevat; elke onderscheiding onderstelt herinnering. Rang- en hoofdtelwoord zijn dus *correlatieve* begrippen.

Dit psychisch oergebeuren nu van onderscheiden en saamvatten, van vergelijken en betrekken der Gegenstände staat nu tot de arithmetiek van tweede orde als de natuur tot de physica. Toch is 't niet een *gegeven* in den boven omschreven zin, nl. als van ons denken onafhankelijk bestaande. Ook is 't getal zeker niet een begrip; immers is het niet meer dan de inhoud van het weet hebben van de onderscheiding der analytische intuïtie; die onderscheiding poneert de Gegenstände als Gegenstände, en eerst deze kunnen, mits ze zich onderwerpen aan de norm van de contradictie, begrip worden: 't getal gaat dus aan 't begrip vooraf, 't verwerkt niet allereerst het gegevene maar is de reflex van de analytisch-intuïtieve daden. Deze intuïtieve onderscheiding tusschen Gegenstand en inhoud gaat niet vooraf aan de norm van 't principium identitatis, want geen onderscheiding als kendaad zonder norm

die die daden regelt ; geen onderscheiding is trouwens mogelijk zonder dat de inhoud van wat onderscheiden wordt is gegrepen als met zichzelf identisch iets tegenover dat waarvan men het onderscheidt. De arithmetiek der tweede orde onderstelt echter ook het principium contradictionis, wijl niet meer concrete, individueele en intuitieve kendaad, maar orgaan van 't organisme der wetenschap. De toepassing van de arithmetiek als formeele wetenschap op de geometrie, kinematica, mechanica en physica *onderstelt* de arithmetiek van tweede orde, onderstelt dus reeds de synthese van Gegenstand en gegevene in den begripsrepresentant, en kan dus nooit dienen, zooals men op grond van de arithmetiseering der geometrie wel heeft gedacht, om 't bestaan van de parallelie tusschen ratio en empirie, met volledige of onvolledige dekking der corresponderende lijnpunten te bewijzen.

3e. Wijl berustend op de analytische intuïtie, die werkzaam is om de momenten der reële successie in 't zieleleven te onderscheiden afgezien van eenige ervaring, dus ook afgezien van eenige verbinding met absolute ruimte en tijd, is de aprioriteit der arithmetiek van hooger graad dan die der geometrie en kinematica; we kunnen ze onderscheiden als intuïtie en aanschouwingsvorm.

We kunnen nu opnieuw zien, waarin de fout ligt van alle monisme en naief realisme : absolute ruimte en tijd stelt men terecht op één hoogte, maar men onderscheidt niet in den tijd tusschen den absoluten en dus limitatieven vorm en de reële successie ; daar zonder deze ons eigen psychisch bestaan onmogelijk wordt, wat niet geldt van absoluten tijd en ruimte, is alleen de successie inhoud der analytische intuïtie en deze laatste is juist die groep van intuitieve gegevens, in welke de geest z'n analyseerende activiteit toont. Wie dus ruimte en

successie b.v. naast elkander plaatst, verwacht zelf- en wereldbewustzijn, en stelt psyche en physis als voor ons denken even onmiddellijk gegeven parallel.

Wat is nu de ruimte, de absolute en de relatieve? Indien er een absolute ruimte bestaat, moet ze, als al het absolute, limitatief zijn. Maar welk zijn komt nu aan de relatieve ruimte toe? Behoort ze tot 't *gegevene*, gedefinieerd als 't van ons kennen onafhankelijke? We onderscheiden in 't *gegevene ding* en *relatie* (eersterangsrelaties, krachten die de dingen op elkander uitoefenen).

1e. Is de ruimte een *ding*? Hier uitsluitend op 't standpunt van louter kentheorie blijvend, houden we ons aan de voorloopige definitie, dat een ding iets is dat, onafhankelijk van ons denken bestaande, zich aan ons openbaart door z'n relaties tot ons. We zeggen: „Ik neem een boek waar” en dat is ook zoo: we nemen niet onze relaties tot dat boek waar, maar dat boek; waarnemen zelf echter is een relatie: we kunnen dat boek slechts benaderen door 't beleven van relaties tot dat ding. Kan 'k nu zoo ook de ruimte waarnemen, m.a.w. *beleef* 'k relaties tot de ruimte, zooals 'k de drukkingsgewaarwording beleef? Niet licht zal men op deze vraag bevestigend antwoorden. Maar gesteld van wel — welke zijn dan de relaties waardoor we de ruimte kennen? We zagen ergens ¹⁾ 't naief realisme toevlucht zoeken bij de visuele en tactische „ruimten”. Maar geheel ten onrechte: Want als 'k aan iemand, nog niet geheel door positivistisch vooroordeel verblind, vraag: „hebt ge wel gewichtsdruk gevoeld?” dan zal iedereen zeggen: „ja”. Maar als Ik nu denzelfden „man van de straat” vroeg: „Hebt ge wel eens een gezichtsruimte gezien?” dan zal hij m'n woorden niet eens begrijpen.

¹⁾ Zie boven, § 14, pg. 329.

2e. Maar kan de ruimte dan niet een gegeven *relatie* tusschen dingen zijn ? Staan b.v. gewichtsdruk (thans niet op *mij* maar op een ander ding en dus niet te beleven), en ruimte niet op één hoogte ? Neen ; want als 'k gewicht of zwaartekracht meet, dan meet ik niet relaties *van* relaties maar relaties van dingen ('t gewogene en de aarde) door de relaties van standsveranderingen bij instrumenten (meting). Maar meten we nu de ruimte door relaties van standsverandering bij instrumenten, zoodat grootere ruimte zich laat aflezen als grootere kracht, voor welke de standsverandering van een instrument intreedt ? Dat strijdt met heel de physica, die tot nog toe geen enkele kracht der ruimte ontdekte ; de krachten werken *in* de ruimte en kunnen dus niet zelf ruimte zijn.

De vraag rijst nu op, of 't gegevene niet nog iets meer bevat dan dingen en krachten in de ruimte. We meenen van wel : ook zielen bestaan. Maar ook de psyche is toch slechts te kennen door hare relaties of krachten en van zulke zelf-openbaringen der psychische ruimte durft niemand spreken.

Zoo behoort dus de ruimte niet tot 't gegevene als 't *onafhankelijk* van ons denken bestaande. Toch *is* de ruimte er en geen wijsbegeerte heeft het recht dit te ontkennen. Ten eerste is er een relatieve en ten tweede een absolute ruimte. De relatieve ruimte moet dus bestaan *afhankelijk* zoowel van ons denken als van het gegevene : de geometrie onderstelt zelf het verband tusschen denken en zijn : *we kunnen eerst van ruimte spreken als kennende menschen* ; de vraag : „Zijn dus, wanneer men alle menschen wegdenkt, de dingen niet meer in de ruimte ?” moet dientengevolge, krachtens deze stelling met een „neen” beantwoord. Trouwens, ze vergt een onmogelijk experiment, tenminste zoolang men onder „mensch” verstaat een wezen met een psychophysische organisatie. Bedoelt

men dit *niet*, maar noemt men de psyche „mensch” — de *voorstelling* vervalt dan en alleen de herinnering en 't *beleven* der successie blijft — dan doet de ruimte zich niet voor; bedoelt men dit *wèl*, dan kan 'k de voorstelling van het *zelf* (psychofysisch) niet weg-voorstellen.

Bezwaar bestaat er dan ook tegen dit standpunt ten onrechte. Alleen verwarre men hier niet subject en willekeur, wat de naief-realistische, vooral Roomsche bestrijders van het criticisme telkens doen. Het intuitionisme gelooft in 't bestaan van dingen en relaties die correspondeeren met onze begripsrepresentanten van ding en relatie, alleen loochent het principieel de één-éénduidigheid van deze correspondentie, wijl ten slotte kennis een relatie is van ons denken en 't *gegevene* en aan deze relatie buiten deze relatie niet weer iets extramentaals kan en mag beantwoorden omdat anders denken en zijn parallel loopen, wat weer tot pantheïsme voert.

Tot deze relatie behoort nu, blijkens de voorafgaande logische analyse van het *gegevene*, ook de ruimte. Maar men meene nu niet, dat 't aanvaarden van dit resultaat er toe noopt, 't idealisme te aanvaarden. *Mede* door het subject van kennen is de relatieve ruimte bepaald, maar ook *mede door het object*. Het klinkt paradoxaal: geen relatieve ruimte zonder subject van kennen, maar het is de keerzij van de andere these: geen relatieve ruimte zonder ruimtelijk object van kennen: als 'k m'n ook-ruimtelijk lichaam van mijn psyche abstraheer, dan is er geen voorstelling en ook geen relatieve ruimte meer mogelijk. Ook hier is 't monisme eenzijdig: de tweeheid van geest en materie is niet aan onze willekeur te danken; indien alle dingen wetten zijn, wat we gaarne toegeven, dan moet er een grond zijn in de dingen waarom we de verschijning van sommige onder hen ruimtelijk localiseeren;

die van andere niet. Alleen kan die grond of objectieve orde niet *zelf* ruimtelijk zijn, — daar ruimte mede afhangt van het subject — en dus nog minder op bepaalde *wijze* ruimtelijk.

De vragen die dus rijzen zijn : 1e hoe komt de ziel (want ook het lichaam is in de ruimte en wordt door de ziel als zoodanig voorgesteld) er toe verschijnselen die zelf onruimtelijk zijn in de ruimte te ordenen ? 2e. hoe valt bij de subjectiviteit de wetenschappelijkheid van deze ordening te waarborgen ? 3e. hoe is de voorkeur voor de driedimensionale euclidische geometrie te verklaren ? 4e. hoe verhoudt zich de absolute tot deze relatieve ruimte-aanschouwingen ?

1e. Hoe komt de ziel er toe op zichzelf onruimtelijke psychische verschijnselen als een ruimtelijke verzameling op te vatten ? Indien we niet toch weer aan het eind de actualiteit van het oneindige willen inhalen, die we van den beginne aan hebben verworpen, kunnen we hier de genetische verklaring niet aanvaarden : uit onruimtelijke factoren laat zich de ruimte nooit saamstellen : ze is sui generis. Ook een psychische versmelting — daargelaten nog de naturalistische bijsmaak in deze terminologie — kan hier niets baten tenzij reeds de elementen *zelf* ruimtelijk zijn, wijl de psychische synthese zich steeds kenmerkt door volkomen eenheid met behoud van de eigensoortigheid der elementen. Zoo kunnen we slechts zeggen, dat de ziel de eigenaardigheid bezit, dat ze, zoodra extramentale objecten ons zintuigelijke indrukken verschaffen, deze indrukken ruimtelijk ordent : dezelfde objecten zullen, wanneer ze indrukken verschaffen aan anders georganiseerde wezens, ook anders, misschien niet ruimtelijk worden geordend. *Logisch* noodwendig is deze reconstructie niet; evenmin als *metaphysisch*, zooals de postuleering van de continuïteit die aan de waarneming van discrete momenten der successie ten grondslag

wordt gelegd; ze is voor den *mensch qua talis* een gegeven eigenschap — meer kunnen we er niet van zeggen. De ruimte is een oorspronkelijk iets. Dat moet men op ieder standpunt toegeven en kan dus geen bezwaar zijn tegen het onze. Maar 't onze, op hetwelk men de ruimte opvat als ten deele aan een praedicaat der psyche te danken wijl een relatie die ontstaat uit de wisselwerking tusschen haar en de bepaalde dingen, vermijdt de moeilijkheden van het *infini* actuel en kan erkennen de ondeelbaarheid der substantie.

2e. Het antwoord op de *tweede* vraag is van beslissende beteekenis. Daar de wetenschap onderstelt, dat twee menschen, sprekend over ruimte-afstanden en plaatsen, hetzelfde aanduiden, moet deze aldus geformuleerd: Hoe localiseert de ziel de inhouden der gewaarwordingen zóó, dat het beeld der aanschouwing aan het extramentale beantwoordt? Zou dit nl. niet het geval zijn, dan was de ruimtebepaling op ons standpunt onmogelijk en zou dus, wijl de ruimtebepaling empirisch wel mogelijk blijkt, de filosofie, die toch een bepaald systeem optrekt om de empirie te *verklaren*, van deze geen rekenschap geven en niet voldoen. 't Is dan ook deze localiseeringsmogelijkheid die het naieve realisme steeds steun bood. Maar ten onrechte zou men meenen, toch weer dit voor metaphysica en kenleer onhoudbare stelsel te moeten aanvaarden op dezen grond. Want ook voor wie, overigens realist, op dit punt idealistisch denkt, is de localiseeringsmogelijkheid niet onverklaarbaar, indien men slechts zijn toevlucht neemt tot de theorie der *locaalteekens* (of „plaatsmerken” (*LAND*)). Wanneer aan elk punt in ons ruimtebeeld een bepaald psychisch teeken, ¹⁾ een *eigen* indruk, beantwoordt,

¹⁾ Vrgl. Lotze, Mittheilung etc., pg. 518: „Die Localzeichen bilden immer ein an sich ganz unräumliches, ich möchte sagen, arithmetisch-

is men gereed. Dit postulaat nu te realiseeren in empirischen weg is een eerste eisch die aan de Christelijke psychologie voor de toekomst moet worden gesteld.

3e. Hoe dan echter den drang te verklaren dien we in ons hebben de euclidische ruimteconstructie te verkiezen boven andere? Op intuitionistisch standpunt kan men natuurlijk niet zeggen: de ruimte *is* euclidisch; immers we stellen bij onze meting postulaten vast, die, wijl postulaten, nooit door de empirie kunnen worden gelogenstraft. Het empirisme is daarmee afgewezen, maar te bestrijden viel het pragmatisme, dat met het idealisme zoo gaarne alles verklaart uit de willekeur des menschen. Dat het hier voorbarig te werk gaat, toonden we uitvoerig aan in de bespreking van P o i n c a r é,¹⁾ die ons tot het resultaat bracht, dat we hier te doen hebben met een aprioriteit van den tweeden rang.

Hoe moeten we ons die nu denken? We meenen hier althans de *richting* te kunnen aanwijzen in welke men moet zoeken. Ons *Ik* neemt ruimtelijk waar, maar in het *Ik* onderscheiden we ziel en lichaam, en wijl het lichaam zelf in de ruimte is kan het de ruimte, en wijl het in de euclidische driedimensionale ruimte is kan het deze bepaalde ruimteconstructie niet verklaren, zooals de C y o n meende. Toch bestaat er een veel nauwer verband tusschen de psyche en het met haar het Ik vormend lichaam dan tusschen haar en andere lichamen. Dat verschil in verband kan niet aan onze willekeur te danken zijn, maar moet uit een verschil in 't gegevene verklaard. Nemen we nu 't Ik als een hoogere synthese krachtens een *bepaald* verband tusschen één ziel en één lichaam gelegd, dan is 't Ik dus een syn-

qualitatives Reihensystem; dass und warum eine Seele diese qualitativen Differenzen zwischen zwei Gliedern grade in Gestalt eines räumlichen Nebeneinander auffassen müsse, konnte ich nicht deduciren wollen".

¹⁾ Zie boven, § 15, pg. 373/377.

these van twee substanties. Daar nu de euclidische geometrie noch in 't empirische noch in de Gegenstandstheorie eenige voorkeur bezit boven de niet-euclidische, moet ze die voorkeur winnen uit deze synthese, m.a.w.: in onze psychophysische organisatie ligt de oorzaak van 't feit, dat wij alle ruimte-indrukken euclidisch-driedimensionaal ordenen. Maar ook over de wijze waarop deze eigenaardige organisatie werkt is wel eenig licht te verspreiden, voornamelijk door de hypothese van *Helmholtz—Riehl*.

Wanneer we deze vroeger ¹⁾ verwierpen, was dat omdat ze daar in ander verband voorkwam, nl. als een vervanging van den aanschouwingsvorm; bij zulk een uitlegging ²⁾ is de verwarring van „angeboren vermogen” met „transcendentale vorm” duidelijk, en dit psychologistisch monisme moest worden afgewezen als geheel onvoldoende. Anders staat 't echter *hier*, waar 't gaat niet om de *ruimte* als saamvattingmogelijkheid in een groep van het „naast-elkaar”, die men transcendentaal moet postuleeren om de mogelijkheid der ervaring te verklaren, maar om de oorzaak van den feitelijken voorrang, dien we aan de euclidische-driedimensionale geometrie toekennen. En juist wijl we door 't dualisme op de gedachte kwamen aprioriteit van eerste en tweede orde te onderscheiden, en dien feitelijken voorrang wel uit de psychophysische organisatie *moesten* verklaren, is een hypothese die juist op dit gebied haar kracht zoekt, wijsgeerig thans voor ons geen contrabande. En daar we desondanks een op

¹⁾ Zie boven, § 1, pg. 17.

²⁾ Ook weer terugkerend bij HEYMANS, *Gesetze*, pg. 234; niet minder sterk o.a. bij C. SIEGEL, *Entwicklung der Raumvorstellung des menschlichen Bewusstseins, eine psychologische Analyse*, 1890, vooral pg. 43/50.

zichzelfstaand bezwaar tegen de hypothese van de C y o n hebben, dat die van H e l m h o l t z - R i e h l niet drukt, meenen we de laatste te mogen aanvaarden. Immers, terwijl bij d e C y o n drie loodrecht op elkander staande gehoorgangen slechts de beteekenis zouden hebben ons toe te roepen: „De ruimte „heeft” drie dimensies”, houdt de andere hypothese rekening met 't feit, dat organen *werken*, reageeren. Ze herleidt de driedimensionaliteit nl. tot drie verschillende gevoelsqualiteiten die ook bij blindgebo-
renen aanwezig zijn en ook bij nauwkeurige analyse door H e y m a n s bleken te volstaan om de sterke ontwikkeling van kennis der geometrie bij zulke gebrekkigen, bij welken dus de gezichtszintuigen geen rol konden gespeeld hebben, te verklaren.¹⁾

Zoo kan men hier dus verder komen dan COHN's „überschieszende Teile des Suffizienten”,²⁾ die beter „Insuffizienten” mochten heeten!

Zoo is zuiver dualistisch de verhouding aan te duiden tusschen euclidische en niet-euclidische geometrie op een wijze, die volkomen strookt met de nieuwe feiten op het terrein der vakwetenschap en toch zorgvuldig de monistisch-paralelistische *verklaring* van deze feiten vermijdt. Voor ruimteconstructie is een ziel noodig, voor ruimte-indruk een ziel met een lichaam verbonden; 't *verband* zooals dat bij den *mensch* bestaat verklaart het euclidisch driedimensionaal karakter van *onze* ruimteconstructie; zielen met andere lichamen, zooals biologie en physiologie er kunnen onderstellen, *kunnen* dus, krachtens een ander verband van deze synthese met de niet-ruimtelijke orde der physis, een andere

¹⁾ Vrgl. HEYMANS, a.w., pag. 205—234.

²⁾ Vrgl. COHN, a.w. pag. 242.

ruimteconstructie hebben. Tegenover Lotze is dit uitdrukkelijk te verdedigen.¹⁾ Alleen wanneer men 't verschil in verbinding tusschen ziel en lichaam in een bepaald Ik en tusschen deze ziel en andere lichamen negeert, kan men de erkenning van de waarde der niet-euclidische menigvuldigheden uitsluitend voor de berekeningstechniek gepaard doen gaan met de loochening van de niet-euclidische geometrieën als wetenschap der ruimte bij aanschouwingsvormen van de onze verschillend. Maar op Christelijk standpunt, bij 't rekening houden met de schepping van lichaam en ziel in een bepaald verband, dat bij de eene soort bezielde wezens anders kan zijn dan bij de andere, kan men dit niet apriori doen.²⁾

4e. De *absolute* ruimte verhoudt zich nu tegenover de bepaalde localiseeringspogingen niet als *norm* maar als limiet. De *norm* der localiseeringen is 't principium contradictionis; vandaar de zekerheid, dat in twee punten van de ruimte niet twee lichamen kunnen zijn, maar wel op en in een punt twee krachten elkaar kunnen aangrijpen. Hieruit blijkt opnieuw, hoe de ruimte onderstelt het verband tusschen denken en zijn, want indien dit slechts gold voor ons denken in Gegenstände, hoe zouden we apriori kunnen weten, dat nooit en nergens twee lichamen op dezelfde plaats *kunnen* zijn. De absolute ruimte is dan ook niet een normatief, maar limitatief begrip, een ideaal van constructie, een supra-individueel ideaal. De absolute ruimte is dat beeld in 't welk de ideale mensch alle individueele ruimte-indrukken met en naast elkander zou ordenen. Ook zoo zou nog geen globus intellectualis

¹⁾ Vrgl. § 13, pg. 250-257.

²⁾ Of *inderdaad* niet-euclidische constructies als aanschouwingsvormen voorkomen — dit uit te maken is op ons standpunt niet meer taak der wijsbegeerte, maar der speciale wetenschappen.

zijn bereikt, maar slechts die wereldkennis die God der menscheid als ideaal heeft gesteld, maar ook deze ideale kennis zou een *relatie* blijven tusschen de bestaande ideële menscheid en het gegevene. Tegenover het relativisme, dat, geheel terecht, den nadruk er op legt, dat de ontdekking van het relativiteitsprincipe heeft aangetoond, dat van een absolute ruimte in de natuur niets is te bespeuren, is op te merken, dat 't ook absurd is de verwachting te koesteren in een reeks haar grens, in 't empirisch gegevene zijn ken-*ideaal* en in de natuur een *ideaal* der natuurkunde aan te zullen treffen. Maar op grond van dit negatief resultaat 't bestaan der absolute ruimte te loochenen is alleen mogelijk op monistisch standpunt, dat physis en physica, 't gegevene en de kenrelatie tusschen 't denken en 't gegevene, dus kennen en beleven vereenzelvigt, maar bij dit alles stoot op hopelooze contradicties.

Resumeerende vinden we, dat intuitionistische wijsbegeerte, althans eene die dien naam verdient en dus rekening houdt met *alle* feiten der nieuwere mathesis, maar dan ook kritisch deze feiten van hun verklaring onderscheidt, het volgend beeld ontwerpt :

Kentheoretisch (niet psychologisch) te werk gaande, komt zij, van het zelfbewustzijn, als 't bewustzijn van de relaties waarin het Ik tot het gegevene staat (concrete intuïtie), uitgaande, tot onderscheiding tusschen de daden in dit concrete en hun inhoud, en schrijdt zoo van de concrete door de analytische tot de metaphysische intuïtie voort, uit het zelfbewustzijn door de activiteit van den geest tot het postuleeren van een Ik en een niet-Ik die door relaties met elkander in verband staan. In het onafhankelijk van het denken gegevene onderscheidt het, om 't verschil in *inhoud* der concrete intuïtie

te verklaren, dingen en relaties (eerste-rangsrelaties), met de beperking, dat 't aantal der dingen kleiner moet zijn dan dat der relaties en grooter dan één.

In de activiteit van den menschelijken geest in de analytische intuïtie is nu onmiddellijk het getal gegeven (arithmetiek van eerste orde, die *voor-wetenschappelijk, niet aan 't principium contradictionis, wel aan 't principium identitatis is onderworpen*). De concrete intuïtie (het weet hebben, het zelfbewustzijn) van de activiteit des geestes in de analyse biedt nu 't principieel van de volkomen inductie, en op dit principieel steunt de arithmetiek van tweede orde. De geometrie is nooit feitelijk gearithmetiseerd, maar alleen de mogelijkheid is gegeven de ruimte met 't getal te bewerken, wat echter 't verband tusschen denken en zijn reeds onderstelt. Het getal is dus intuïtief gegeven, de ruimte niet; ze is een relatie tusschen psyche en physis; de voorkeur voor de driedimensionale ruimteconstructie is te zoeken in de psychophysische bewegingsorganisatie van het door goddelijke synthese als lichaam en ziel bestaande Ik; het euclidisch karakter van deze driedimensionale constructie is dan te danken aan de gelijkstelling van de krommingsmaat $= 0$ als grensgeval.

Grondslag van de arithmetiek is dus de analytische intuïtie. Maar deze kan niet bestaan zonder de realiteit der successie. En in deze ligt de band tusschen kenleer en metaphysica.

Welke zijn nu de metaphysische *onderstellingen* der wiskunde?

A. De *arithmetiek van eerste orde* onderstelt:

1e. De realiteit der successie. Deze is niet alleen als onderscheiding tusschen goddelijk en menschelijk bestaan en dus voor de wijsbegeerte der religie van belang, maar evenzeer voor de metaphysica en physica, die beide de verandering onderstellen.

2e. Successie mag en kan niet zijn worden zonder iets dat

wordt, verandering niet zonder zichzelf gelijkblijvend substraat. Evenwel, iets kan niet gelijkblijven en veranderen, tenzij dit iets zij de *vaste wet* die de veranderingsregel uitdrukt. De physica onderstelt, dat de substantie niet-ruimtelijk en invariant zij, maar werkt zelf uitsluitend op het gebied der ruimtelijke en varieerende verschijnselen; het verband tussen het geestelijke en ruimtelijke eenerzijds en het invariante en variabele anderzijds in de eene substantie blijft onverklaarbaar tenzij dit geestelijke en invariante het principieel, de grondgedachte, de wet van het ruimtelijk en varieerend verschijnende zij. Daarom moet het Ik het ideële principieel der successie zijn en deze wet is dan de invariante.

3e. Dat een wet invariant is, m.a.w. dat de substantie onveranderlijk blijft, is echter in eerster instantie voor het *wetenschappelijk denken* alleen waar krachtens de logische norm, dat de Gegenstand, eens als 't substraat der verschijnselen geponeerd, zichzelf gelijk moet blijven, wil niet elke *wetenschappelijke* gedachtenwisseling onmogelijk zijn. Deze onveranderlijkheid betreft dus niet het *zijn* maar het denken: verder reikt immers de macht dezer norm (principium identitatis) niet. Maar wat dan ook in de *wetenschappelijke* taal met Ik wordt bedoeld, is niet het Ik als metaphysisch substraat, maar als object, dat, wijl object, niet onmiddellijk door het Ik als subject van weten wordt beleefd, maar om begrip te worden in de vormen van dat Ik moet ingaan en dan krachtens het voorafgaande in den vorm der substantie.

4e. Het Ik beleeft dan ook niet in zijn qualiteit van subject van kennen de successie, wijl het, voorzoover het *kennen* wil naar *waarheid* behoort te streven; het persoonlijke leven echter als levensdaad, die o.a. beheerscht wordt door gevoel van lust en onlust, is in ieder geval slechts iets feitelijks en dus

niet normatief. Integendeel heeft het Ik in zijn kwaliteit van subject van kennen te streven naar de elimineering van dit feitelijke voorzoover het niet voldoet aan de norm ; zoo eischt de norm, dat, afgescheiden van lust en onlustgevoel, sine ira et studio, de waarheid erkend worde ook als 't *feitelijk* bestaande Ik als subject van willen dat niet wil ; wie dit niet erkent vervalt in psychologisme en verlaagt de wetenschap tot beschrijvende psychologie. Verder is voor het Ik als subject van kennen te eischen, dat het beschikke over een gezonde psychophysische organisatie; maar ook reeds dit „gezond” eischt een ideaal, en dit is hier een maximum van scherpte der zintuigen en van het geheugen.¹⁾ Maar als het Ik naar kennis streeft moet althans de mogelijkheid van kennis bestaan : haar *bestaan* vereischt echter, dat er relatie mogelijk zij tusschen de dingen buiten ons en het Ik ; het *mogelijk* i.c. limitatief bestaan onderstelt, dat het Ik in het dagelijksch leven deze limiet als ideaal behoeft ; dat het deze dingen slechts onder *vervalschende* individueele toevoegingen kent, dit gevolg van de zonde postuleert niet slechts idealen van na te streven volkomenheid der kennis, maar ook normen die over noodzakelijke geldigheid beslissen.

5e. Maar al moeten we dus onderscheiden tusschen het Ik als subject van kennen en als substantie, dit onderscheiden is geen scheiden. Integendeel : als substantie bestaat het als object van eigen en anderer kennen ; deze substantie behoort zich onder de norm der waarheid te stellen indien ze kennen wil : het naar kennis strevend Ik is een kwaliteit van het substantieve Ik en voorzoover het zich aan de norm der waarheid onderwerpt kent het.

¹⁾ COHN, a.w., pag. 17—22.

6e. De vraag rijst nu, wat de norm voor de waarheid der oordeelen is. Ze kan moeilijk anders zijn dan het principium contradictionis (dat het principium identitatis in zich opneemt, maar er niet uit is af te leiden) met zijn afleidingen. Maar wat is dan het *doel* der kennis dat het aan deze norm gehoorzamen Ik voor oogen zweeft? We mogen hier niet zeggen: het kennen van de relaties der dingen tot het Ik, maar moeten antwoorden het kennen van de *dingen*. Men voere hier niet tegen aan, dat deze niet onmiddellijk te *beleven* zijn, want aanvaardt men dit als argument, om daarmee de mogelijkheid der *kennis* te bestrijden, dan is kennen en beleven identiek, wat in de leer van het kennen van het Ik weer tot psychologisme en in de metaphysica tot monisme voert, daar dan alleen de aleenheid zich zelf onmiddellijk beleeft; erkent men echter, pluralistisch, het verschil tusschen kennen en beleven, dan ziet men onmiddellijk in, dat het *beleven* van de dingen buiten het Ik als substantie een onmogelijkheid is, dat kennis dus een relatie is en blijft tusschen de dingen en dit Ik. Boven zichzelf komt het Ik als substantie, en boven zijn vormen komt het Ik als subject van kennen nooit uit, maar dit relatieve moment is reeds in het „kennen” voldoende uitgedrukt en het ideaal voor de kennis is dan ook niet de dingen te beleven, maar ze geheel te kennen (in adaequate begrippen). Het kennen van relaties als ideaal stellen is de relatie van het Ik als subject van kennen tot ken-relaties als einddoel aanvaarden, maar daarmee heft men de mogelijkheid der kennis op, wijl men zoo komt tot een oneindige reeks. Wel kan men als voorloopig doel de *dingrelaties* nemen, maar dan neemt men deze eerste-rangs zijns-relaties niet als einddoel, maar wil slechts door hypothetische substantivering deze eerste-rangsrelaties in 't *gegevene* kennen door de tweede rangs- *kenrelaties* van het

Ik tot die relaties om ze straks des te beter aan te kunnen wenden om het ding te kennen in de eersterangs-kenrelaties. We moeten deze werkmethode wel volgen wijl we de eersterangsrelaties van 't gegevene niet kunnen beleven, indien een der dingen in quaestie niet het Ik als substantie is.

7e. Brengen we dit nu in verband met onze analyse van het Ik, dan vindt men gemakkelijk, dat het Ik als metafysisch substraat voor het Ik als subject van kennen niet te beleven is, evenmin als de successie van momenten. Beide zijn dingen en momenten buiten dit Ik in deze qualiteit. Daarentegen wordt deze eenheid en de successie wel beleefd door het Ik als substantie. Het probleem is dus dit : welke is de verhouding tusschen het kennend en het belevend Ik? Het antwoord kan in de lijn van ons betoog niet anders zijn dan dat het kennend Ik slechts in zooverre *kennis* van het Ik als substantie kan hebben als het, zich onderwerpend aan de norm der waarheid, zijn doel ten opzichte van het Ik als substantie, nl. het te kennen, voor oogen houdt. Volkomen kennis van het Ik als subject van kennen aangaande het Ik als substantie is dus niet een voorkomend verschijnsel, maar een ideaal, waartoe het kennend Ik, mits voldoende aan de gestelde voorwaarden, steeds nadert zonder het hier ooit te bereiken.

8e. Maar als dan het kennen van de dingen het ideaal, maar juist daarom hier onbereikbaar is, dan is het zichzelf kennen in onderscheiding van het zelfbewustzijn ¹⁾ in eerster instantie niet een bezit, maar een werking van het Ik als substantie voorzoover het de logische normen gehoorzaamt. De successie wordt door dat Ik *beleefd* ook zonder de erkenning van deze normen; de momenten worden echter

¹⁾ Over deze onderscheiding vrgl. pg. 429 v.v.

eerst weer onderscheiden in onderwerping aan het principium identitatis, de norm voor alle Gegenstandsvorming. Daaruit kunnen we nu concluderen, dat de arithmetiek der eerste orde onderstelt :

- a. de norm van het principium identitatis ;
- b. het metaphysisch bestaan van het Ik als substantie ;
- c. de erkenning van het principium identitatis door dit Ik om subject van kennen te kunnen zijn ;
- d. het streven van het Ik in deze qualiteit het Ik als substantie, d.w.z. als wet, te leeren kennen door de waarneming van zijn verschijnselen (het Ik-benaderende bewustzijn, niet zelfbewustzijn) ;
- e. het inzicht door dit streven gewonnen van de eenheid en onveranderlijkheid van dit Ik als de beheerschende wet in den vloed der verschijnselen, de successie ;
- f. de benoeming van de momenten dezer successie volgens den eisch van het principium identitatis als eenheden die zich verbinden tot een nieuwe eenheid in het volgend moment dat het Ik als substantie beleeft (de psychische synthese).

B. De *arithmetiek* van *tweede* orde onderstelt dan, als systematische wetenschap die haar stellingen in oordeelen formuleert, het principium contradictionis, de onderwerping daaraan, en 't weet hebben van 't bezit der analytische intuïtie door de concrete intuïtie (zelfbewustzijn).

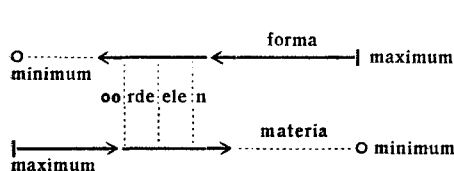
C. De *geometrie* heeft daaraan slechts de ruimte als groep, als mogelijkheid van het samenzijn toe te voegen, en ontwikkelt zoo onder andere logisch-gelijkgerechtigde-systemen (vrije mathesis) ook de euclidische driedimensionale ruimteconstructie, die, hoofdzakelijk door psychophysische factoren bepaald, de geometrie van *onzen* aanschouwingsvorm is (toegepaste mathesis).

D. De *kinematica* behoeft dan de verbinding van deze al-

gemeene geometrie met de eendimensionale reële successie, die wetenschappelijk ruimtelijk geordend is en steeds meer geordend moet in den eendimensionalen en absoluten tijd (eveneens een ideëel begrip der kenleer). Er zijn dus evenveel kinematicas en mechanicas mogelijk als geometrieën, maar voor ons is de verbinding der euclidische driedimensionale ruimte met de eendimensionale reële successie de eenig mogelijke, en wel op denzelfden grond op welken de voorkeur berustte voor deze bepaalde ruimte-constructie. Andere wezens zouden een andere mechanica kunnen hebben, maar steeds zou de reële successie één der dimensies zijn. Deze mechanica kan men nu wiskundig saamvatten tot een vierdimensionale berekening door ruimte en tijd te verbinden tot een vierdimensionale „Ortszeit” (M i n k o w s k i), maar een „vierdimensionale mechanica” is dan de voor ons eenige mogelijke; „vierdimensionale ruimte” is en blijft echter slechts een mogelijke Gegenstand maar een ons onmogelijke sensorische aanschouwingsvorm.

En eindelijk, nu we toekomen aan de nadere bepaling van de verhouding tusschen *wiskunde en natuurwetenschap*, ligt de opmerking voor de hand, dat we hier niet kunnen volstaan met de ontkenning van de stelling, dat de mathesis niet op synthese aposteriori berust. *Positief* alzoo moet het verband gelegd en het dualisme raakt dit terstond op het spoor door de stelling: „geen vorm zonder inhoud” om te keeren: „geen inhoud zonder vorm”, d.w.z. het zijn gaat door de (*zuiver formeele*) vormen van ons denken in het oordeel in. Een zuivere synthese aposteriori bestaat dan ook in ons denken niet: deze term is naar de chemie te verwijzen en kon ook alleen in de kenleer burgerrecht verkrijgen door het materialisme, dat chemische verbinding en geestelijke synthese niet onderscheidt (associatiepsychologie); we kunnen

hem slechts gebruiken om deze extravagantie aan te duiden : in de kenleer is deze term niet meer dan een „onmogelijke Gegenstand”. Zoo zijn *alle* oordeelen synthetisch en hebben alle een formeel en materieel element. Wat we vonden voor de mathesis geldt dus voor alle oordeelen : *alle* oordeelsvormen zijn modificaties van de synthese apriori. Het aantal dezer modificaties is ontelbaar. Schematisch laat zich onze bedoeling verduidelijken door twee parallele reeksen die in tegengestelde richting afnemen en daarom in dezer voege één-éénduidig corresponderen, dat, hoe minder denkvreemdheid in een oordeel schuilt, des te meer 't formeele daarin is ingegaan, en omgekeerd. Wijl nu de mathesis objecten, ken-„materie” bezit,



evenzeer als de natuurwetenschap, kan het verschil tusschen beide onmogelijk met de logistiek door „formeel

en materieel” of door „logisch en empirisch” worden aangeduid : deze termen blijven bij geen van beide *tegenstellingen* : elk oordeel in beide wetenschappen *verbindt* logica en empirie.

Maar, zal men vragen, waarin schuilt dan het verschil ? Is het alleen quantitatief ? We meenen van wel, maar voegen terstond daaraan enkele opmerkingen toe.

Het verschil is niet quantitatief in den zin der associatiepsychologie, daar zoo het formeele zou ontbreken in *elk* oordeel. Ook niet in den zin van het idealisme, daar dan het materieele in *elk* oordeel zou gemist worden. Evenmin in den zin van de logistiek, die, als naief realisme, de lijnen evenwijdig trekt, alles zich laat ontwikkelen langs redelijken weg, en meent, dat elke verbinding in ons denken beantwoordt aan een verbinding in het zijn. De parallelie beteekent *bij ons iets anders*, nl. *niet*

de gedachte, dat we logisch mogen deduceeren en krachtens de redelijkheid van het zijn dan weer een oordeel zullen vinden dat op het zijn past, maar aldus : dat in *elk* oordeel „qua” oordeel, denken en zijn reeds *zijn* verzoend in het „objectief”. En van logische deduceering uit zulke formeel-materieele objectieven komt dan niet een formeel oordeel, dat, wonderlijk genoeg, een materie ontdekt op welke het past, maar een ander formeel-materieel objectief, waarin, krachtens oorsprong, reeds de verzoening van denken en zijn is gegeven. De parallelie duidt dus niet de verhouding van *twee kenmethoden* aan (naief realisme en parallelisme), maar een verhouding van bestanddeelen in de *eene* formeel-materieele en materieel-formeele kenmethode, die in elk oordeel haar tweeledigheid toont.

Het quantitief verschil dat we bedoelden kan dus alleen in *deze* verhouding liggen. Bij de mathesis overweegt het formeele element, terwijl het materieele er toch niet in wordt gemist ; bij de waarneming overweegt het materieele element, hoewel het formeele mede aanwezig is. We kunnen deze schets nog iets opwerken door eraan toe te voegen, dat de mathesis de ideaalwetenschap voor de *physica* is, in zooverre als in haar oordeelen het minimum van denkvreemdheid aangaande Gegenstände in de ruimte wordt gevonden ; deze factor bepaalt zich nl. tot de *poneering* van het mathematisch object als zoodanig, en „reine Anschauung” is *niet* een *oplossing* van- maar een ander naam voor- het probleem, hoe de aard van het mathematisch object positief kan worden omschreven. Het minimum in de reeks der denkvreemdheid correspondeert met het maximum in de reeks van het formeele. De wiskunde is dus evenmin aan de natuurwetenschap te danken, als eenige ethische norm door de feiten, en eenige grens door de reeks waarvan zij de limiet is kan worden be-

paald. De wiskunde toch geeft als *ideaal* de richting aan in welke de physica zich heeft te bewegen : het streven naar dat ideaal is in de geschiedenis der natuurwetenschap neergelegd, met welke stelling niet bedoeld wordt, dat natuur en getal identisch zouden zijn, daar het zijn steeds rijker is dan het denken en dit zijn *met* het denken de onderstelling is van de verzoening van beide in het oordeel der mathesis. Alleen in dezen zin is het waar, dat de natuurwetenschap altijd streeft meer mathematisch te worden. Ze geeft daarmee niet een natuurgetrouwe photographie van het denkvreemde, maar een systeem van oordeelen in welke het denkvreemde en het formeele reeds zijn verbonden. Daarom heeft ze het geven van een „beschrijving”, zooals het positivisme wil, zich niet ten doel te stellen ; trouwens zulk een beschrijving is een onmogelijkheid, daar een beschrijving niet mogelijk is zonder een *subject* dat beschrijft en dus toch weer niet anders kan meedeelen dan de relatie van het denkvreemde tot het Ik. Dit wil de positivist desnoods nog wel toegeven, maar meent dan, dat beschrijving dus mogelijk is van *relaties* (relativistische tendenz van het positivisme) ; men blijft dan getrouw aan het ideaal van beschrijving en loochent daarom het bestaan en van 't denkvreemde en van het Ik, zonder echter op te merken, dat daarmee de relatie ophoudt relatie te zijn en toch weer ding wordt (naief realisme).

Inderdaad heeft de mathematische physica (en een andere bestaat er eigenlijk niet) slechts met *relaties* te doen. Maar de wijsbegeerte kan, van haar als vakwetenschap de resultaten aanvaardend, daarin niet rusten. Elke relatie onderstelt een relatum en een referens, en *naturalisme* is het dit te loochenen en de relatieve physica voor het laatste woord der philosophie uit te geven.

Zoo hebben we in groote trekken trachten aan te geven, hoe 't ons toeschijnt dat het theistisch intuitionisme de wiskunde in z'n systeem moet invoegen. Maar daarmee keert het terug tot Augustinus, die ook van het zelfbewustzijn uitging — evenals Descartes die echter juist door de substantiveering der ruimte het dualisme in Spinozisme deed eindigen, — en, hoewel de wiskunde verwaarloozend, toch een metaphysische basis schiep op welke het theïsme in de twintigste eeuw, na door Kant's criticisme gelouterd te zijn, slechts opnieuw steun heeft te zoeken om in defensief en offensief over een sterke linie te kunnen beschikken.

Slechts in korte trekken wijzen we er nog op, hoe de genoemde onderstellingen der arithmetiek van *eerste* orde zich in de logica en metaphysica van het dualistisch intuitionisme laten invoegen met vermijding zoowel van 't monistisch rationalisme als van het zich als intuitionistisch aandienend mysticisme.

a. Het normatieve der logica is alleen te handhaven bij onderscheiding van God en wereld, daar anders de logische „wetten” slechts empirisch gevonden, of willekeurig gestelde regels zijn, maar eischt ook Gods immanentie in de handhaving dezer wetten voor ons kennen.

b. Het metaphysisch bestaan van het Ik wordt aanvaard krachtens het princip, dat er bij elke verandering iets is, dat verandert. Dit princip wordt door allen zonder voorbehoud toegestemd en aangewend; monistische toepassing stuit op zelfcontradictie. Dit is een der sterkste grondslagen voor het theïsme, dat met zijn dualisme wel Gods bestaan niet bewijst, maar in ieder geval toch daarmee een God verwerpt die in de wereld zou verzinken en verdrinken; buitendien de behoefte aan een God erkent, om de normen voor ons kennen vast te stellen en ons als Zijn schepselen tot gehoorzaamheid

aan deze te dringen, wijl elk bewijs Gods transcendentie en immanentie beide onderstelt, of zinloos is. Het bedoelde principieel is wel te onderscheiden van dat der causaliteit, dat alleen voor de wereld der verschijnselen geldt. Het behoort tot het intuïtief zekere en het spreekt uit, dat elk praedicaat een subject eischt, dat elke ontvangen indruk als Gegenstand een ding als hooger en Gegenstand onderstelt; door verbinding met de logische norm vermijdt men 't solipsisme hetzij bij God, hetzij bij den mensch (limitatie-regel).

c. De erkenning van de normatieve logica door het naar kennis strevend Ik is voor het pantheïsme een alogische dwang, voor het theïsme een theonome drang. Het eerste zal pogingen in 't werk stellen, haar te beheerschen door haar beurtelings willekeurig als axioma aan te nemen en te ontkennen; het tweede zal zich gewillig onderwerpen in de overtuiging, dat ook deze normen Gods goed zijn.

d. Het Ik-benaderende bewustzijn is *toto caelo* verschillend van het zelfbewustzijn. In het eerste richt zich een qualiteit van het Ik, namelijk de kenqualiteit, op het Ik als substantie; meer dan een relatie is hier niet te bereiken. Het tweede is onmiddellijk bewustzijn hebben van de relaties welke worden beleefd wijl het Ik als substantie zelf in deze staat tot andere substanties. Volledige zelfkennis is een hier onbereikbaar ideaal; volledig zelfbewustzijn is dit in principe niet; het kan beter bestaansbewustzijn genoemd, mits men „bestaan” dan opvat als: staan in verhoudingen; het *getuigt* niet eens: „Er bestaat een Ik”, noch „Ik besta”, want getuigen onderstelt oordeelen; ik *weet*, dat Ik als substantie *besta*, d.w.z. in relaties sta.¹⁾

¹⁾ H. DRIESCH, *Wirklichkeitslehre, Ein metaphysischer Versuch*, 1917, pg. 1.

Dit is een onloochenbaar *feit*. „Die Abneigung welke noch immer in weiten Kreisen gegen den augustinisch-cartesianischen Ausgang des Philosophischen herrscht, gestehe ich nicht zu begreifen”. ¹⁾ Het bestaansbewustzijn voegt aan 't bestaan slechts bewustzijn toe; het *bestaan* is niet *object* van kennen, maar het *bestaande*, vandaar, dat kennen een relatie is van dingen, weten een *bewustzijn*, dus een toestand. Als ik slaap, sta ik in relatie tot de dingen in mijn omgeving (uitwaseming, gewicht, enz.), maar ik heb er geen weet van, en evenzoo ontbreekt het weten bij vele physiologische processen die het Ik als substantie beleeft.

e. Stel, dat nu al dit beleven eens volkomen bewust ware, zou dan het Ik daarmee volkomen gekend zijn? Neen, want het ding is meer dan de som van zijn relaties; elk *weten* van een relatie is *de door* (psychische synthese onderstellende) *herinnering bewaarde* gedeeltelijke kennis van een ding door een bepaalde relatie, dus van uit een bepaald gezichtspunt; maar alleen wanneer men de actualiteit van 't oneindige met al z'n antinomieën aanvaardt, kan men meenen door de optelling van 't oneindig aantal mogelijke relaties het ding te kennen. Mede daarom is, wanneer men onder „begrip” de volkomen uitdrukking van de ding-wet verstaat, een zuiver begrip onbereikbaar, en doet men, gelijk gezegd, beter te spreken van begripsrepresentant. ²⁾ Juist wijl we de dingen slechts door relaties kennen is alle positieve wetenschap analyseerend; de eenheid der dingen buiten ons laat zich niet beleven — die

¹⁾ H. DRIESCH, a.w., pg. VI. We vestigen er de aandacht op, dat dit citeeren van DRIESCH geen neovitalisme insluit: hij is zelf in de Wirklichkeitslehre tot een principieele breuk met dit vroeger door hem gehuldigde systeem gekomen.

²⁾ COHN, a.w., pg. 463.

van het Ik wel, maar *niet* bewust, want het bewustzijn splitst altijd. Uit de elementen is de eenheid niet op te bouwen, wanneer men de relaties vergeet; dat is de fout van het pantheïsme met z'n psychische elementen niet minder dan van het empirisme, dat deze meer materieel denkt. Wat ons dan ook dwingt tot 't aannemen van 't bestaan van dingen is het geloof aan 't principieel, dat er bij elke verandering iets is dat verandert.

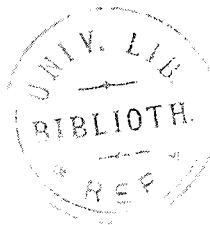
f. De successie wordt dus, afgezien van kennen en weten, beleefd door 't Ik als substantie, maar wijl dit beleven der successie niet een ding is maar een toestand, kan ze geweten worden, niet gekend. Dat schijnt de diepe zin van Augustinus' woord: „Wat is dus de tijd? Wanneer me niemand ernaar vraagt, weet ik het, wanneer ik echter iemand die me ernaar vraagt, een verklaring moet geven, weet ik het niet”.¹⁾ Dat kan, wanneer we, hoewel deze en dergelijke onderscheidingen hem zelf ten eenenmale vreemd zijn, toch aanschouwingsvorm en successie uiteenhouden, niet zien op den eersten, maar alleen op de successie; en 't laatste: „dan weet ik het niet” beteekent: „dan weet ik het niet te verklaren”, want het weten zelf van de successie blijft, of me naar een verklaring wordt gevraagd of niet.

In dezen gedachtengang moet men o.i. voortgaan, zal men een metaphysica willen optrekken, eenerzijds in volkomene overeenstemming met de positieve wetenschap en de resultaten van het criticisme, anderzijds met vermijding van alle naturalisme. Niet alleen de geschiedenis, maar, om 't belangrijkste slechts te noemen, ook de theologie als wetenschap laat zich

¹⁾ Confessiones, XI, 14.

tegenover de mystiek zoo handhaven als wetenschap niet van God, maar van de kennis Gods, Zijn openbaring (algemeene en bijzondere); en eindelijk: een gezonde mystiek kan alleen verkregen, wanneer men inziet, dat het wedergeboren Ik evenmin direct is waar te nemen als 't natuurlijke, maar slechts te kennen is door de relaties waarin 't zich stelt (bekeering). De mensch is mikrokosmos, maar mikrotheos (Böhm e) wordt hij slechts wanneer God en wereld samenvallen. Het kennen van 't Ik blijft ook voor ons als voor Augustinus een ideaal, maar niet om er met Tauler en Suso God in te herkennen, maar integendeel, om daardoor telkens weer de noodzakelijkheid te beseffen van een zaligheid buiten dat Ik. En ook na de wedergeboorte is het volkomen kennen van 't Ik een hier onbereikbaar ideaal, evenals dat van de bijzondere openbaring, die, voortdurend opnieuw bewerkt door het subject der theologie, het dogma steeds verder zal ontwikkelen. Immers: object der theologie is niet God, ook niet, psychologisch, de religie, maar de openbaring, de (objectieve) „kennis Gods”. „De denkende mensch”, zegt Kuyper, „als *subject* tegenover God als *object* gedacht is een logische contradictio in terminis” en 't motief voor deze uitspraak is, „dat dit denkende subject als zoodanig de macht moet bezitten, om het (nl. 't object) te onderzoeken en in zijn denken te bevatten”. ¹⁾ En dan volgt, echt theistisch, de uitspraak: „dat hetgeen in die monumenten en documenten voor ons ligt niet is de kennis van het eigen Wezen Gods, die wij er uit zullen opsporen, maar, omgekeerd, dat in deze monumenten en documenten door God zelf, met opzet, een

¹⁾ Encyclopaedie der H. Godgeleerdheid², 1909, II, pg. 165.



beeld van zichzelf geschetst ligt, gelijk Hij wil, dat wij dit in ons zullen opnemen". ²⁾

Tenslotte : deze gedachtengang moet, *principieel*, bescheidenheid kweken. Immers : de bewering, dat een systeem, in de hier geschetste richting ontworpen, *het* theïsme zou zijn, ware, ook wanneer hier alle wetenschappen waren behandeld, nog een contradictie. Want het theïsme *bestaat niet* empirisch in eenig stelsel ; het theïsme in absoluten zin is het kensysteem, waarvan God wil, dat we 't van al het gegevene vormen ; maar we bereiken dit ideaal hier nooit, wegens de in 't denken overblijvende zonde. Tegen de perfectionistische stelling, die ook in dezen tijd weer wordt geventileerd, dat de wedergeboorte eenigen waarborg zou bieden van onfeilbaarheid, is zoo sterk mogelijk de antithese te verdedigen : het theïsme is de grens waartoe het denken van den mensch, zich in de rede onderwerpend aan het testimonium Spiritus Sancti generale der logische normen, en door de genade aan het testimonium speciale, en zoo homo restitutus geworden, nadert, zonder haar ooit te bereiken, daar hij in zijn denken steeds den invloed van deïstische en pantheïstische tendenzen ondergaat, die beide belangrijke waarheden, nl. transcendentie en immanentie eenzijdig, en daarom zondig, verdedigen. Het theïsme groeit door de psychische synthese van het $\sigma\acute{o}\mu\alpha$ Χριστοῦ en is eerst voltooid aan het eind der eeuwen. Maar zelfs dan zal de kennis, schoon van zonde bevrijd en dus zuiver theïstisch, ook na 't bereiken van adaequate begrippen, een relatie blijven ; want 't gegevene (de openbaring in den ruimsten zin) en 't denken zijn twee, en het begrip, ook 't adaequate, moet ze verbinden.

¹⁾ a.w., pg. 168.

Onze conclusie is dus, dat metaphysisch zijn gegeven dingen en relaties, die beide in reële successie als *bestaansvorm* moeten gedacht. De arithmetiek van eerste orde is dan op de activiteit van den menschelijken geest *in se*, — de localiseringspoging in ruimte en tijd als aanschouwingsvormen op de activiteit van *geest* en *lichaam te zamen* gefundeerd; absolute ruimte en tijd zijn supraindividuele grenzen, aan onze mogelijkheid te ordenen ten ideaal gesteld.

We bleven getrouw aan ons program: Christelijke wijsbegeerte vermag niet alles te verklaren: alle zijn is redelijk; maar niet analytische, doch synthetische, daarbij niet menschelijke maar Goddelijke Redelijkheid werkte hier. En daarom hebben we van te voren het hoogmoedig postulaat, alles te kunnen begrijpen, afgewezen; we beperkten ons tot de eliminering van enkele moeilijkheden; we wezen de richting aan, in welke het theïsme kan trachten de wiskunde in te voegen in het Christelijk systeem; na deze eliminatie stuitte we op de realiteit der successie. Wie hier verklaart en verklaren met ontleden gelijk stelt om het veranderlijke onveranderlijkheid aan te doen, om de verscheidenheid tot eenheid te herleiden, aanvaardt toch weer het monisme.

Maar de Christen voelt hier het laatste probleem: de verhouding van God tot Zijn schepsel. En wijl een relatie bepaald is door minstens twee leden en 't eindige den Oneindige niet kan begrijpen, eindigt hij hier met het gebed van Augustinus: „Quid Deus est tempus?” juister: „Quid Deus est successio?”

STELLINGEN.

I.

Het Christelijk Theïsme eischt in de wiskunde een intuitionistisch standpunt.

II.

Men benadert het formalisme in de wiskunde, blijkens geschiedenis en consequenties, door het op te vatten als psychomonisme of parallelisme.

III.

De „logistiek” is slechts te verklaren als die theorie der wiskunde, die noodzakelijk wordt wanneer het extreme idealisme omslaat in naïef realisme.

IV.

De ontkenning van 't bestaan eener actueele oneindigheid is slechts kentheoretisch, niet metaphysisch juist.

V.

(J.) H. POINCARÉ's poging om met behulp van het atavisme de geometrische axiomas als conventies te verklaren is onvoldoende en onjuist.

VI.

Van de drie gronden, op welke A. Bonhöffer, *Geschichte der antiken Philosophie* von W. Windelband³, 1912, pg. 268, noot 1, Windelband's opvatting van het moraalprinciep der Stoa bestrijdt, zijn alleen de tweede en derde voldoende.

VII.

Terecht heeft THOMAS VAN AQUINO het bestaan van de ideale innatae ontkend.

VIII.

LEIBNIZ' optimisme is, in de ontwikkelingsfase in welke het omstreeks 1686 verkeerde, slechts een verbinding van naïef realisme en mechanisch evolutionisme.

IX.

LOTZE'S systeem mag in geen geval aanspraak maken op den naam theïsme, maar slechts op dien van transcendentiaal pantheïsme, tot hij in 1879 zijn successie-theorie biedt.

X.

De kencritiek, die aan de behandeling van de metaphysica behoort vooraf te gaan, wijst op de logische aprioriteit van een formeel normbewustzijn.

XI.

Er bestaan evenmin zuiver synthetische oordeelen a posteriori als louter analytische.

XII.

Terecht constateert H. DEBUS, Die philosophischen Grundlagen des Relativitätsprinzips der Elektrodynamik, 1913, dat EINSTEIN'S „generelle Relativitätstheorie” meer is dan een consequentie van diens „specielle”, maar ten onrechte verwierpt hij haar om deze reden.

XIII.

Einstein's relativiteitsprincipe voert, logisch doordacht, tot verwerping van het relativisme.

XIV.

De wet van behoud van arbeidsvermogen kan op theïstisch standpunt slechts methodologische, niet ontologische waarde hebben.

XV.

Niet zonder grond beweert J. D. van der Waals Jr., Over de onderstellingen die aan een statistische verklaring der natuurwetten ten grondslag liggen, Tijdschrift voor Wijsbegeerte, V, 1911, pg. 1—18, dat men de tweede hoofdwet der thermodynamica niet mag extrapoleeren in ruimte en tijd.

XVI.

De vraag van W. Mc. Dougall, Body and Mind, a history and a defense of animism ³, 1915, pg. 175: „Can „meaning” be supposed to have its physical correlate in the brain?” moet met hem (Chapter XXII) ontkennend beantwoord.

XVII.

De wet van WEBER ziet niet op de verhouding van prikkel en gewaarwording, maar op die van prikkel en zenuwwerking (als fysiologisch substraat van de gewaarwording) en pleit dus niet voor de invoering van de mathesis in de psychologie.

XVIII.

Het doel der psychologie in enger zin is niet zoozeer verklaren als wel verstaan.

XIX.

De eigenaardige verklaring van de *wisselwerking*, als zou de ziel slechts de richting, niet de som van beweging veranderen, vermag wel de werking van de ziel op het lichaam, maar niet die van 't lichaam op de ziel te verklaren en is daarom onvoldoende.

XX.

Het niet genoegzaam nastreven van de leidende ideeën der exacte wetenschappen heeft zijn oorzaak in het „van nature onbekwaam tot eenig goed”, en het overtreden van normen, ook van logische, in het „van nature geneigd tot alle kwaad”

XXI.

De meening van SCHLEIERMACHER, dat aan het geoorloofde geen plaats in de ethiek toekomt, berust op miskenning van het imperatief karakter der zedewet en is dus in de Gereformeerde ethiek te verwerpen.

XXII.

SHAFTESBUREY's analogie tusschen ethica en aethetica is aannemelijk, mits ze niet leide tot hedonisme in de ethica (HUTCHESON), maar tot erkenning van het normatief karakter der aethetica.

XXIII.

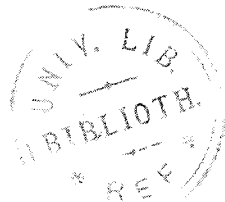
Het gevoelssubjectivisme vormt het innerlijk verband tusschen de Ethischen en de zoogenaamde Oud-Gereformeerden.

XXIV.

Ook de rechtsphilosophie, van Christelijke beginselen uitgaande, eischt, dat aan de metaphysica een hooger taak worde toegekend dan de verwerking van de resultaten der afzonderlijke wetenschappen.

XXV.

Sterven is dissolutie van een substantia completa door het onbruikbaar worden van 't orgaan der ziel.



ERRATA.

Dank zij de nauwkeurigheid van de uitgeversfirma zijn deze slechts sporadisch aanwezig. Ze blijven bovendien beperkt tot vergissing bij *éne* letter, uitgezonderd op pagina 376, regel 14 van onder: aanvoerd; lees: aangevoerd.

Zinstorend kunnen ze slechts werken op de volgende plaatsen:

Pag. 158, regel	3 v. o.:	't;	lees: 'k.
„ 203, „	13 v. b.:	<i>iconsequent</i> ;	lees: <i>consequent</i> .
„ 203, „	14 v. b.:	s;	lees: is.
„ 293, „	3 v. o.:	verbaal substantium;	lees: verbaal- substantivum.
„ 333, „	5 v. b.:	ander;	lees: anders.
„ 416, „	11 v. b.:	net;	lees: met.
„ 430, „	1 v. b.:	n et;	lees: niet.
„ 431, „	2 v. o.:	eerste rangsrelaties;	lees: eerste-rangs- relaties.
450 „	22 v. b.	metaphysisch	in metaphysisch
451 „	15 „	„	lees alleenheid
